

# 偏貝氏時間序列模型分析日溫度資料和預報 可行性的探討

李柏宏

中央氣象局氣象預報中心

## 摘 要

隨著數值動力模式的發展，統計降尺度預報上的探討，主要是以數值模式預報資料來進行統計預測，但數值模式預報資料面臨的問題為，數值模式初始資料的不確定性、參數化方法處理物理過程產生的誤差，以及海陸分布或是山脈地形影響等的複雜因素，這造成數值模式預報資料的不確定性，也增加了統計降尺度方法的預測誤差。因此有一部分的學者，如胡仲英(1977)、Tol(1996)、Franses等(2001)，根據時間序列分析方法，探討測站觀測資料的特性，以期能對未來的資料進行合理的預測。時間序列分析方法有2個基本假設，第一是假設資料擁有長期的線性趨勢、第二是假設資料服從一平穩過程，但實際觀測到的資料大多無法滿足此2個基本假設。本文欲探討一個偏貝氏時間序列模型，以避免時間序列分析方法中的2個基本假設，使得分析者能從時間序列模型中獲得更多資料的特性。此模型是利用貝氏定理，來放寬這2個基本假設，並將研究人員的長期觀測經驗引進模型中。另外，模型中也考慮到資料間的相關性，使得模型在使用上更有彈性，不需要像傳統的資料分析方法，忽略掉資料間的相關性。文中分析和預報臺北、臺中、高雄，和花蓮4個局屬氣象測站的日均溫、日高溫、日低溫結果。研究結果發現，偏貝氏時間序列模型在分析日溫度資料上，能提供研究者更完整的資料趨勢和週期特性因素；在預報上，和持續法的比較結果，4個測站平均都有15%到35%的正技術得分；而和氣候平均法的比較結果，以高雄站平均技術得分為-10%最差外，其餘測站則介於0到-6%之間，但大致上和氣候平均法沒有明顯差異。

關鍵詞：貝氏統計、溫度預報、最高溫、最低溫、時間序列分析。

## 一、前言

隨著科技的進步，數值動力模式的發展亦趨完整，在短期天氣預報或氣候

模擬上，已具有相當水準，因此在統計降尺度預報上，主要是使用數值模式預報資料來進行統計模型的建立。例如，Krishnamurti等(2000,2003)利用系

集模式資料發展出多重模式超系集整合(Multimodel super ensemble)、Xie和Arkin(1997)由各模式資料累積誤差平方的倒數求模式權重值、Kharin等(2002)將多重模式系集資料平均之後再做簡單線性回歸。除了使用多重模式系集資料外，Glahn和Lowry(1972)發展的MOS(model output statistic)統計模式，Klein等(1959)發展的PP(perfect prog.)統計模式，目前也在中央氣象局內被應用與探討中，相關的文獻有陳和羅等(2000, 2005)、陳和羅(2001, 2003, 2009)。另外，考慮到大量的層場格點資料和氣象變數，王和陳(2009)使用最小絕對壓縮挑選機制(LASSO)解決傳統逐步迴歸法(stepwise)挑選變數和預報因子間的共線性問題。但數值模式預報資料面臨的問題為，數值模式初始資料的不確定性、參數化方法處理物理過程產生的誤差，以及海陸分布或是山脈地形影響等的複雜因素，這造成數值模式預報資料的不確定性，也增加了統計降尺度方法的預測誤差，因此有些學者直接探討測站觀測資料的特性，例如胡仲英(1977)、Tol(1996)、Franses等(2001)使用時間序列分析的方法來進行統計預報。對於一組時間序列資料，時間序列分析是經常使用的方法，古典時間序列分析方法認為，資料包含了長期趨勢(long term trend)、週期循環(cycles)、季節變動(seasonal variation)和隨機影響(random effects)因素。在估計資料的長期趨勢因素，經常被使用的方法有，迴歸分析(regression analysis)、移動平均法(moving average method)、加權移動平均

法(moving average method)、指數平滑法(exponential smoothing technique)，這些估計方式，都假設資料的長期趨勢為一線性趨勢，或是可以用線性趨勢來近似。但是當資料的趨勢是無法被一線性趨勢來描述時，這會影響到後續估計週期和季節變動的一致性。Box和Jenkins在1976年發展了ARMA(autoregressive moving average)模型後，目前被廣泛使用在天文、氣象、水文、金融等領域上，而ARMA模型的延伸也在近年來蓬勃發展。ARMA模型和其延伸的模型，主要的理論基礎是資料必須滿足一平穩過程(stationary process)，但大部分的觀測資料都不能滿足此一假設。因此筆者欲探討一個偏貝氏時間序列模型，以避免時間序列分析方法中的2個基本假設，使得分析者能從時間序列模型中獲得更多資料的特性。此模型利用貝氏定理來估計資料的長期趨勢因素，此為一非線性趨勢(non-linearly trend)，以克服傳統上線性趨勢和平穩過程的假設，並在模型中考慮到資料間的相關性，以期能增加模型的預報能力。本文的架構如下，第2章說明資料來源、模型假設、參數的估計方式和模型的預測方式、第3章為資料分析、第4章為結論和建議。

## 二、資料來源與研究方法

此章說明研究的資料來源、模型假設、參數估計，和模型的預測方式。

### (一)資料來源

使用中央氣象局，臺北、臺中、高雄，和花蓮4個局屬氣象測站，從1961年到2009年的日均溫、日高溫、日低溫資

料。

## (二)模型假設

對於一組時間序列觀測資料  $Y_1, \dots, Y_n$ ，其中  $Y_t = (y_{t1}, \dots, y_{tp})^T$ ， $Y_t$  是一個  $p \times 1$  的向量，其中  $n$  代表資料觀測時間的長度、 $P$  代表測站的數量。在前言中提及，對於一組時間序列資料，資料中通常包含了長期趨勢、週期循環、和隨機影響因素。若假設時間序列觀測資料的長期趨勢因素為  $\theta_t$ 、週期循環因素為  $S_t = (S_{t1}, \dots, S_{tp})^T$ 、隨機影響因素為  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{t1}, \dots, \varepsilon_{tp})^T$ 。當時時間序列資料週期為  $d$  時，則模型為，

$Y_t = \theta_t + S_t + \varepsilon_t$ ，其中  $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N_p(0, \Sigma)$  且  $\theta_t \sim N_p$

$$(m_0, C_0), S_t = S_{t+d}, \sum_{k=1}^d S_k = 0,$$

其中  $S_t$  和  $\Sigma$  是未知

但固定的參數、 $\theta_t$  是一個隨機變數，且參數  $m_0$  和  $C_0$  是已知的。

另外，我們還需要以下2個假設條件(A.1)和(A.2)。

### (A.1):

假設參數  $\theta_t$  的動態過程為，

$\theta_t = \theta_{t-1} + w_t$ ，其中  $w_t \stackrel{iid}{\sim} N_p(0, \Sigma_w)$  且  $\Sigma_w$  是一個已知的  $p \times p$  矩陣。

### (A.2):

假設對所有觀測時間  $t \geq 1$ ，

$(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_t, Y_1, \dots, Y_t) \sim MN(\cdot, \cdot)$ ，即  $(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_t, Y_1, \dots, Y_t)$  滿足一聯合高斯分布 (multivariate normal distribution)。因此模型中，很清楚的呈現出時間序列資料的長期趨勢性、週期循環，和隨機影響因素，分別為模型中的  $\theta_t$ 、 $S_t$ ，和  $\varepsilon_t$  參數。另外，對於資料間的相關性，則利用隨機影響項  $\varepsilon_t$  的共變異數矩陣 (covariance matrix)

$\Sigma$  描述。

## (三)參數估計

此小節說明估計趨勢參數  $\theta_t$ ，和未知的週期參數  $S_k$ ， $k = 1, \dots, d$  的方式。

### 1. 趨勢參數 $\theta_t$

假設資料  $Y_t$  的機率密度函數 (probability density function) 為  $f(Y_t | \theta_t)$ ，而參數  $\theta_t$  的先驗機率密度函數 (prior probability density function) 為  $\pi(\theta_t)$ ，則藉由貝氏定理可以得到參數  $\theta_t$  的後驗機率分佈 (posterior probability density function) 為，

$$\pi(\theta_t | Y_1 \dots Y_t) \propto \pi(\theta_t) \prod_{k=1}^t f(Y_k | \theta_k).$$

則根據假設條件(A.2)， $\theta_t$  的後驗機率分佈為，

$$\theta_t | Y_1 \dots Y_t \sim N_p(m_t, C_t)$$

其中，平均數和共變異數矩陣為

$$m_t = (C_0^{-1} + t\Sigma^{-1})^{-1} (C_0^{-1}m_0 + t\Sigma^{-1}\bar{Y})$$

$$C_t = (C_0^{-1} + t\Sigma^{-1})^{-1}.$$

因此使用平均數  $m_t = E(\theta_t | Y_1 \dots Y_t)$  對參數  $\theta_t$  進行估計。注意到，隨著觀測資料的增加， $m_0$  和  $C_0$  對估計參數  $\theta_t$  的影響會越來越小，而且估計量  $m_t$  則會越來越精準。另外，在  $m_t$  和  $C_t$  的公式中，也可以看到資料間的相關性對於估計量的影響。

### 2. 週期參數 $S_t$

利用步驟1.將時間序列資料中的趨勢因素估計出來後，利用趨勢估計量  $m_t$ ，將資料  $Y_t$  減去趨勢估計量以消除資料中的長期趨勢因素，則得到去趨勢因素 (detrend) 的觀測值  $X_t$ ，其中  $X_t = (x_{t1}, \dots, x_{tp})^T$  是一個  $p \times 1$  的向量，並利用此觀測值  $X_t$  來估計模型中的週期參數  $S_t$ 。

估計方式如下：

$$X_t = Y_t - m_t, t = 1 \cdots n$$

$$\tilde{S}_k = \frac{\sum_{j=0}^G X_{n(k+j \cdot d)}}{G+1}, G = \max(j | k+j \cdot d < n, j \in N^+)$$

$$\hat{S}_k = \tilde{S}_k - \frac{\sum_{j=1}^d \tilde{S}_j}{d}, k = 1 \cdots d$$

則  $\hat{S}_k$  為  $S_k$  的估計量。

#### (四)模型預測

在收集到1組時間序列資料  $Y_1, \dots, Y_n$  後，可以藉由預測機率分佈(predictive density function)，來對未來  $k$  ( $k \geq 1$ ) 期的序列資料進行預測。假設  $k$  期的預測機率分佈( $k$ -step-ahead predictive density function)為  $\pi(Y_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n)$ ，藉由假設條件(A.2)，得到  $Y_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n$  滿足常態分佈，即，

$Y_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n \sim N_p(F_{n+k}, Q_{n+k})$ 。而且藉由假設條件(A.1)，可以推導出期望值  $F_{n+k}$  和共變異數矩陣  $Q_{n+k}$ 。

$$\begin{aligned} F_{n+k} &= E(Y_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= E(\theta_{n+k} + S_{n+k} + \varepsilon_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= E(\theta_{n+k-1} + w_{n+k} + S_{n+k} + \varepsilon_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= \dots \\ &= E(\theta_n + \sum_{j=0}^{k-1} w_{n+k-j} + S_{n+k} + \varepsilon_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= E(\theta_n + S_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) = m_n + S_{n+k} \\ Q_{n+k} &= \text{var}(Y_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= \text{var}(\theta_{n+k} + S_{n+k} + \varepsilon_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= \text{var}(\theta_{n+k-1} + w_{n+k} + S_{n+k} + \varepsilon_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= \dots \\ &= \text{var}(\theta_n + \sum_{j=0}^{k-1} w_{n+k-j} + S_{n+k} + \varepsilon_{n+k} | Y_1 \cdots Y_n) \\ &= C_n + k \sum_w + \sum \end{aligned}$$

從上式的推導，可以觀察到，不論預測的時間長度  $k$  多大，在有限的觀測樣本  $Y_1, \dots,$

$Y_n$  下，都是使用固定的趨勢估計量  $m_n$  加上週期估計量  $\hat{S}_{n+k}$  來進行預測。這是由於在沒有收集到新的觀測資料下，無法對趨勢估計量  $m_t$  和週期估計量  $\hat{S}_k$  進行修正。因此模型預報的時間長度雖然可為時間序列資料的週期  $d$ ，但預報的不確定性，是會隨著預測的時間長度  $k$  而增加。

### 三、資料分析

此節探討使用模型預報，臺北、臺中、高雄，和花蓮4個局屬氣象測站溫度結果。使用1961年到2009年的日均溫、日高溫、日低溫資料進行模型建立和預報，分別預報2000年到2009年，並利用此10年的實際觀測資料進行預報校驗。在預報校驗上，經常用來評估預測能力的指標有根均方差(root mean square)、平均絕對誤差(mean absolute deviation)，和平均絕對百分比差(mean absolute percent error)。為了觀察模型的預測能力，並且避免少數預測較差的極端值，影響對模型整體預測能力的了解，本文選用平均絕對誤差，來當做校驗模型預測能力的基準。另外，並計算模型和持續法(persistence)、模型和最佳氣候平均法(optimal climate normals)的技術得分(skill score)。首先說明校驗準則的計算方式。

假設觀測資料為  $y_t$ 、模型預報值為  $\hat{y}_t$ ，其中  $t = 1 \cdots n$ 。

則，

$$\text{平均絕對誤差} : \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t|}{n}$$

技術得分的計算方式：

假設2個不同模型的預報平均絕對誤差

值，分別為  $MAD1$  和  $MAD2$ ，則技術得分計算方式為，

$$\text{技術得分} = \frac{MAD1 - MAD2}{MAD1} \times 100\%。$$

接下來說明持續法和最佳氣候平均法2種預報方式。持續法的預報方式是，當預測的時間單位為  $T$  時，則使用觀測時間為  $T - 1$  的觀測資料，當作下一個觀測時間的預報值；最佳氣候平均法為Huang J.等(1996)所提出，當預測的時間單位為  $T$  時，使用觀測時間為  $(T - K)$  到  $(T - 1)$  的觀測資料平均值，當作下一個觀測時間的預報值，其中  $K$  的範圍介在1到30之間，當選取的  $K$  值為1時，則相當於使用持續法進行預報；若選取的  $K$  值為30時，則相當於使用氣候值進行預報，而挑選  $K$  值的方式則參照Kunkel (1987)的作法，使用根均方差值當作標準，當  $K$  使得根均方差值為最小時，則為最佳氣候平均法欲使用的  $K$  值。

### (一)模型建立

從第2章的模型假設中，長期趨勢  $\theta_t$  的先驗分配中的參數  $m_0$  和  $C_0$  是必須事先給定的，而這部份的資訊通常是根據專家的建議，這也是貝氏統計使用上的優點之一，能將觀測者的長期經驗引入模型之中，在沒有專家的建議下，則可以使用資料的樣本平均數(sample mean)代表  $m_0$ 、樣本共變異數矩陣(sample covariance matrix)代表  $C_0$ 。由於模型中的共變異數矩陣  $\Sigma$  是未知的，也使用樣本共變異數矩陣來進行估計。在假設條件(A.1)的動態移動過程中，共變異數矩陣  $\Sigma_w$  是可以根據決策人員的經驗決定，這是模型一個彈性的地方，當決策人員根據經驗認為長期趨勢

的變化較快且資料間的長期趨勢相關性較高時， $\Sigma_w$  可以設定較大的數值；反之， $\Sigma_w$  則設定較小的數值，來反應較慢的趨勢變化和較低的相關性，除此之外，決策人員也可以根據資料特性來調整  $\Sigma_w$ 。為了能客觀的判斷模型的優缺點，我們將  $\Sigma_w$  設定為，

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & \ddots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}。$$

關於資料週期的決定，則使用頻譜分析(spectrum analysis)進行判斷。四個測站的日均溫、日高溫、日低溫資料分析的結果，都呈現資料週期為365.54天，而為了處理閏年的情況，則假設資料週期為366天，即  $d$  為366。

### (二)模型配適

根據第2章，利用模型將資料分解成長期趨勢、週期循環，和隨機影響因素3個部分，因此可以觀察到日溫度資料的趨勢和週期循環特性。圖1呈現出四個氣象觀測站的日均溫、日高溫、日低溫資料，所分解出來的長期趨勢和週期循環估計量。如圖1所示，4個氣象觀測站的日均溫和日低溫趨勢在1980年(灰虛線)後，有明顯上升的趨勢，這和柳中明(2002)觀察全球平均氣溫，自1980年代起明顯上升的結果一致；而高雄測站的日高溫趨勢，同樣在1980年後有明顯的上升，但臺北、臺中和花蓮測站並沒有發現此一現象，這和盧昭彰等(2004)發現臺灣近50年來之年平均溫度與年平均最低溫呈現出逐年上升，而年平均最高溫度變化趨勢較不明顯的結果大致相同。日均溫週期循環估計量則顯



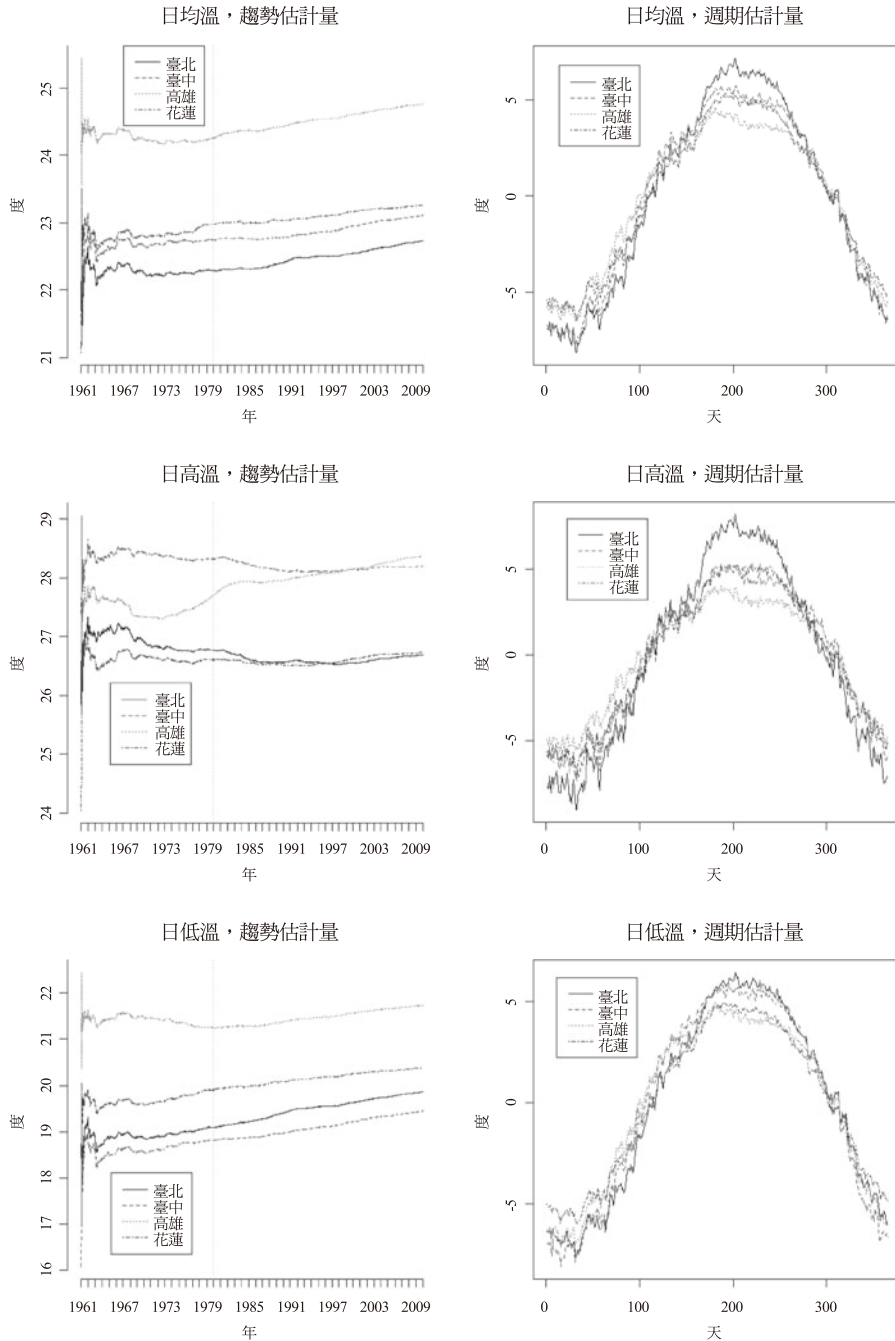


圖1. 1961年到2009年，4個氣象觀測站之日均溫、日高溫、日低溫的趨勢估計量變化(左)和週期循環估計量(右)。

Fig. 1. Trend (left) and seasonal (right) components of daily average temperatures, daily maximum temperatures, and daily minimum temperatures of four stations from 1961 to 2009.

示，臺北和臺中測站在冬季時受到週期循環影響，造成溫度降低的程度比高雄和花蓮測站來的大；而在夏季時，臺北受到週期循環影響造成溫度升高的程度則比臺中、高雄和花蓮強烈，同樣的現象也呈現在日高溫週期循環估計量圖中。日低溫週期循環估計量圖則呈現出，臺北和臺中測站在冬季時受週期循環影響，造成溫度降低的程度比高雄和花蓮測站來的大；而在夏季時溫度升高的程度比高雄和花蓮測站來的大。除了夏季和冬季外，4個測站溫度受到週期循環的影響，相差並不大。

### (三)模型預測

溫度預報主要應用的季節為冬季的低溫預報和夏季的高溫預報。因此此小節探討3個部分，第1，模型對於年均溫度預報的情形和校驗結果、第2，冬季時的低溫預報情形和校驗結果，冬季定義為當年度的1、2和12月；第3，夏季時的高溫預報情形和校驗結果，夏季定義為當年度的6、7和8月。

#### 1. 年預報

在第2章中提及到，模型預測的時間長度，為資料的週期 $d$ ，經由頻譜分析後，為了處理閏年的情況，則考慮資料的週期為366天，因此預測的時間長度為年。此節觀察模型的年預報平均絕對誤差，與持續法、最佳氣候平均法比較的技术得分結果。模型年預報的方式為，使用1961年到1999年日溫度資料進行建模，預報2000年日溫度；使用1961年到2000年日溫度資料進行建模，預報2001年日溫度，以此方式預報到2009年。持續法年預報的方式為，使用1999年日溫度資

料，預報2000年日溫度；使用2000年日溫度資料，預報2001年日溫度，並以此方式預報到2009年。最佳氣候平均法預報的方式為，使用1961年到1999年日溫度資料進行 $K$ 值的選取，預報2000年日溫度；使用1961年到2000年日溫度資料進行 $K$ 值的選取，預報2001年日溫度，同樣以此方式預報到2009年。校驗結果發現，每一年的日均溫預報平均絕對誤差值，臺北和臺中測站都高於高雄和花蓮測站，這表示在氣溫變化較大的西北部地區，模型預報能力是比氣溫變化穩定的東南部地區來的差。圖2(a)呈現和持續法比較的技术得分結果，除了2002年，模型預報各測站技术得分較差外，其餘年度都有20%到30%的技术得分；和持續法相比，各測站平均技术得分為，臺北24%、臺中23%，高雄21%，花蓮25%。圖2(b)呈現，和最佳氣候平均法比較的技术得分結果，技术得分都為負分，除了高雄站的技术得分介在-4%到-12%之間，其餘各站的技术得分則介在0到-8%之間，其中以花蓮站的技术得分變化最小。和最佳氣候平均法相比，平均技术得分為，臺北-2%、臺中-3.6%、高雄-7%、花蓮-2%。技术得分為接近零的負值，表示模型預報能力比最佳氣候平均法稍差，但並沒有明顯的差異。圖3呈現持續法、最佳氣候平均法、和模型預報值的時間序列圖，圖中可以觀察到，持續法的預測值波動較大，因為持續法是利用前一年的資料進行預報，而前一年的資料中包含了雜訊，造成預測值波動較大；反之，模型和最佳氣候平均法的預測值波動較小，因為兩個方法都將雜訊的影響降

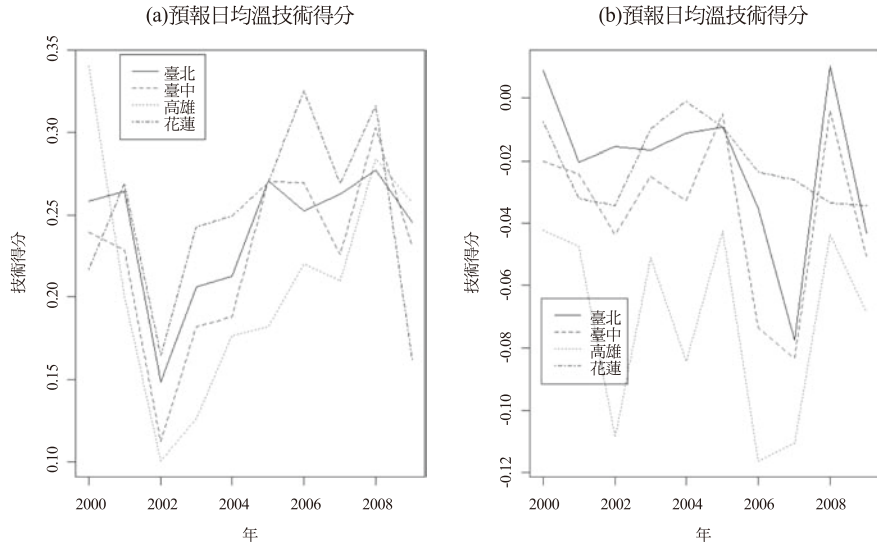


圖2. 預報4個氣象觀測站2000到2009年日均溫，(a)和持續法比較之技術得分(b)和最佳氣候法比較之技術得分。

Fig. 2. (a) Skill scores with persistence and (b) skill scores with optimal climate normals of daily average temperatures of four stations from 2000 to 2009.

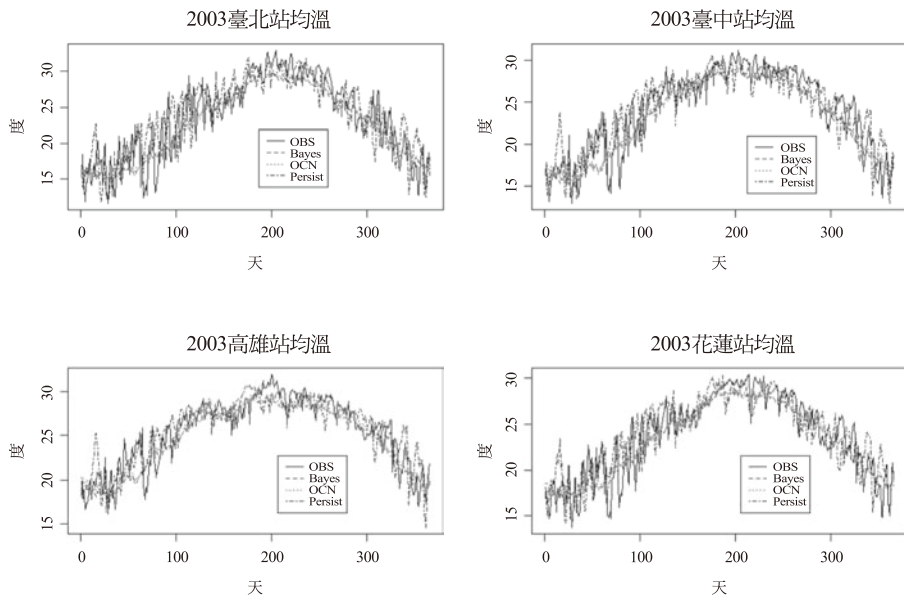


圖3. 預報4個氣象觀測站全年日均溫時間序列圖。

Fig. 3. Time series plots of persistence's, optimal climate normals's, partial bayesian time series model's forecasts and observations of daily average temperatures of four stations in 2003.



低，因此預測值的波動較小，但無法掌握到每日天氣系統的擾動，只能預測溫度的一個平均狀態，這也顯示每日溫度的變化，主要是受到天氣系統的擾動，而不是資料的趨勢和季節因素。

## 2. 冬季低溫預報

在冬季低溫預報方面，和持續法比較的技术得分結果，如圖4(a)所示，除了在2001和2007年技術得分較低，其餘年度都有不錯的技術得分；和持續法相比，平均技術得分為，臺北20%、臺中19%、高雄23%、花蓮23%。圖4(b)呈現和最佳氣候平均法比較的技术得分結果，除了2005年和2008年技術得分接近零值外，都屬於負值的情況；而和最佳氣候平均法相比，平均技術得分為，臺北-8%、臺中-10%、高雄-4%、花蓮-4%。模型預報平均絕對誤差，臺北2.55度、臺中2.48度、高雄2.22度、花蓮1.97度。如圖5所呈現，不論是模型預測值或最佳氣候平均法的預測值，都只能預測冬季溫度的一個平均狀態，因此當臺灣受到鋒面系統影響時，所造成的溫度劇烈變化，會增加預測上的誤差，也同時增加預測上的困難。歸納上述模型在冬季的預測能力，模型在冬季低溫預報上，是比持續法有預報能力的，而在和最佳氣候平均法比較上是有些許落差，但並沒有很顯著的差異。整體而言，模型在臺北、臺中的預測表現比高雄、花蓮來的差，對於高雄和花蓮的預報能力比持續法高，並且和最佳氣候平均法大致相當。

## 3. 夏季高溫預報

在夏季高溫預報方面，和持續法比較的技术得分結果，如圖6(a)所示，對於預

報高雄站的技术得分較低，且在2002、2003年並沒有預報能力；和持續法相比，平均技術得分為，臺北16%、臺中27%、高雄10%、花蓮22%。圖6(b)呈現和最佳氣候平均法比較的技术得分結果，對於預報高雄站的能力比最佳氣候平均法稍差，技術得分介在-10%到-20%之間，而對於預報其餘測站能力和最佳氣候平均法並沒有明顯差異。和最佳氣候平均法相比，平均技術得分為，臺北-1%、臺中1%、高雄-12%、花蓮-1%。模型預報平均絕對誤差，臺北1.8度、臺中1.33度、高雄1.59度、花蓮1.38度。歸納上述模型在夏季高溫預報能力，除了高雄站外，和持續法比較是呈現正技術得分；而和最佳氣候平均法的比較上，除了在高雄站得到較差的技術得分外，對於其餘各測站則是沒有明顯的差異。整體而言，和最佳氣候平均法相比，模型對於高溫預報的改善程度是較小的。

## 四、結論與建議

### (一) 結論

本文主要探討經由貝氏定理放寬了線性趨勢和平穩過程假設後的時間序列模型。藉由貝氏定理，模型中可以引進相關研究人員的長期觀測經驗；另外，也考慮到觀測資料間的相關性，使得模型不需要像傳統的資料分析般，必須忽略掉資料間的相關性，並且將模型運用在日溫度觀測資料上，預期對時間序列模型的假設越少時，模型能幫助我們了解更多觀測資料上的特性和增加預測的精準度。因此文中對模型分成2個部分探討，第1個部分為模型

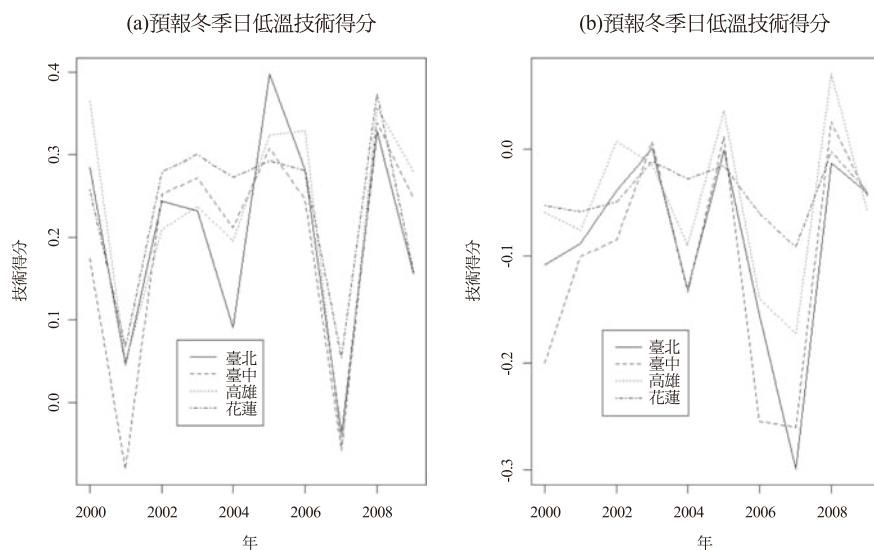


圖4. 預報4個氣象觀測站2000到2009年冬季日低溫，(a)和持續法比較之技術得分(b)和最佳氣候法比較之技術得分。

Fig. 4. (a) Skill scores with persistence and (b) skill scores with optimal climate normals of daily minimum temperatures of four stations in winter of 2000 to 2009.

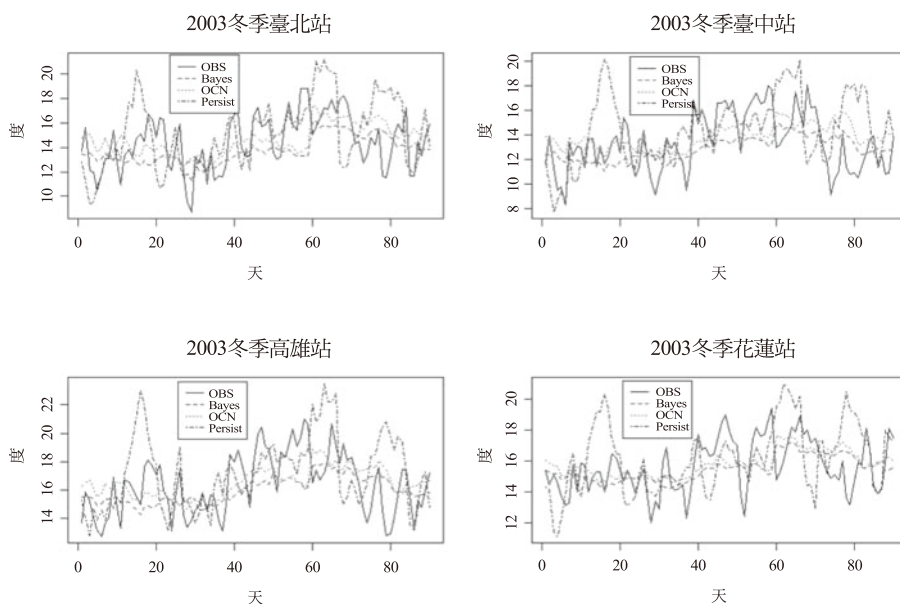


圖5. 預報4個氣象觀測站冬季之日低溫時間序列圖。

Fig. 5. Time series plots of persistence's, optimal climate normals's, partial bayesian time series model's forecasts and observations of daily minimum temperatures of four stations in winter of 2003.

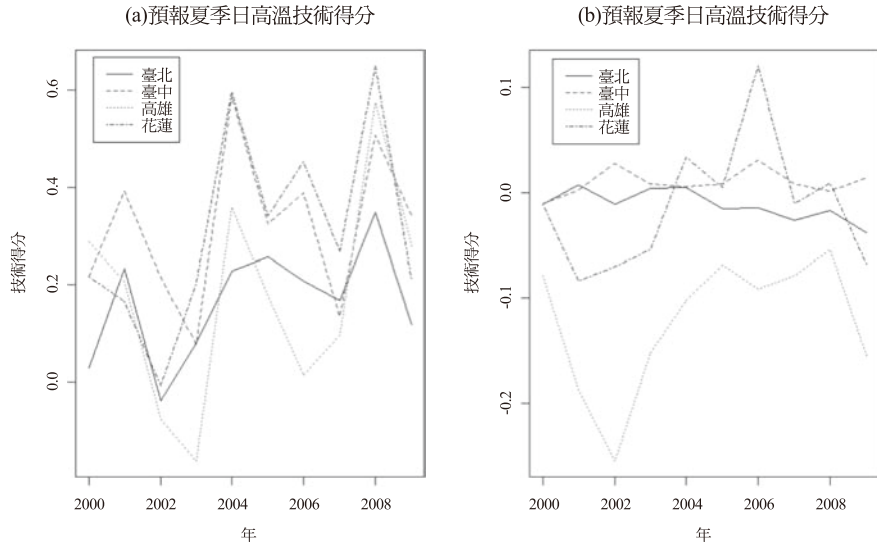


圖6. 預報4個氣象觀測站2000到2009年夏季日高溫，(a)和持續法比較之技術得分(b)和最佳氣候法比較之技術得分。

Fig. 6. (a) Skill scores with persistence and (b) skill scores with optimal climate normals of daily maximum temperatures of four stations in summer of 2000 to 2009.

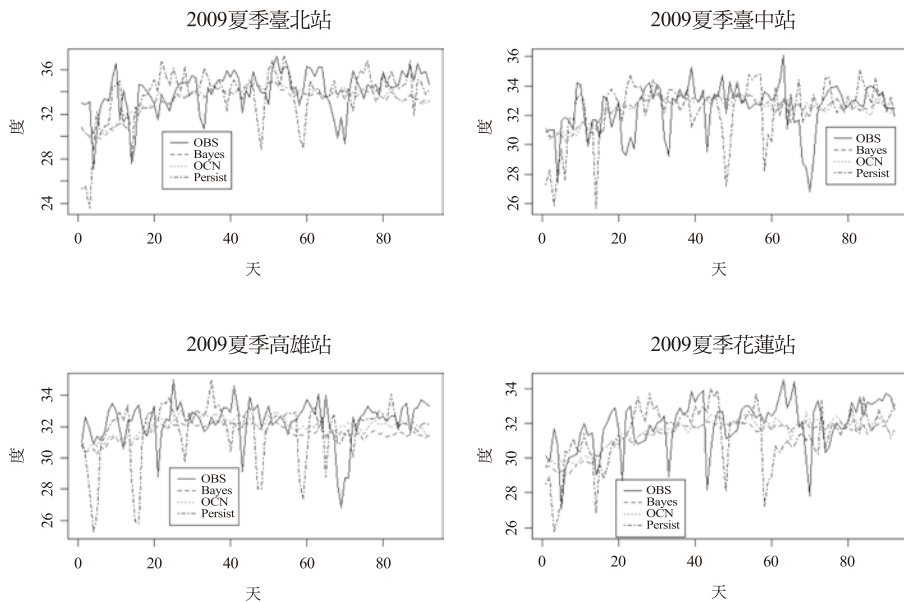


圖7. 預報4個氣象觀測站夏季之日高溫時間序列圖。

Fig. 7. Time series plots of persistence's, optimal climate normals's, partial bayesian time series model's forecasts and observations of daily maximum temperatures of four stations in summer of 2009.

對資料分析的結果，第2個部分為模型預報的可行性，並和持續法、最佳氣候平均法比較。

第1個部分分析了1961到2009年間，4個氣象觀測站的日均溫、日高溫、日低溫資料特性，藉由模型觀察到資料的趨勢性和週期性因素，其中趨勢是隨著時間非線性在變化著，並不是以線性的方式在變化，這讓研究者可以觀察到每日溫度趨勢變化的細微過程。分析結果發現，趨勢性因素是不容易被極端的日溫度變化影響趨勢的方向，筆者測試至少必須要持續增加6個月到9個月的日溫度資料，趨勢因素才會發生改變，因此當趨勢因素上升或下降持續一段時間後，確實能給研究人員提供一個資料發生改變的訊息，例如在第3章第2節中所提及，在1980年後，日均溫和日低溫的趨勢有明顯的上升，提供溫度可能是處於增溫的階段。另外，週期因素也提供了資料的週期性變化情形，如圖1中，可以很清楚觀察到4個測站的溫度資料的年循環(annual cycle)特徵，因此筆者認為此一資料分析方法有助於研究人員了解溫度資料的趨勢和週期特性。

第2個部分探討模型對於4個氣象觀測站的日溫資料預報的能力。在第3章第3節的分析結果，在預報年均溫和冬季低溫的平均絕對誤差上，模型在臺北、臺中測站的平均絕對誤差是比在高雄和花蓮測站來的差，而在夏季高溫則是臺北和高雄測站的平均絕對誤差是比在臺中和花蓮測站來的差。這顯示天氣擾動的情況，日均溫和低溫是臺北和臺中測站比高雄和花蓮測站劇烈，而夏季高溫則是臺北和高雄測

站比較劇烈。在日均溫、日低溫、日高溫資料，模型和持續法的比較結果，4個測站平均都有15%到35%的正技術得分，而且以花蓮站的技術得分最高；而和氣候平均法的比較結果，平均得分為負分，由以高雄站-10%最差，其餘測站介於0到-6%之間，但大致上和氣候平均法沒有明顯差異。如前敘述，由於模型中的趨勢和週期因素是屬於資料的低頻特性，受資料影響變化較慢，需要至少要半年以上的資料收集，才會漸漸改變，因此對於天氣擾動較大的日溫度資料，模型中並無法及時反應，也影響到模型的預報能力。而從圖3、5、7中觀察到最佳氣候平均法預測值也有同樣的問題，這也造成模型和最佳氣候平均法，在預報上並沒有明顯差異的原因。

歸納整個分析結果，偏貝氏時間序列模型在分析日溫度資料上，能提供研究者更完整的趨勢和週期特性；但在日溫度的預報上，並無法提供太多的訊息，因為日溫度資料受到天氣系統變化的影響較大，而且觀測資料中並沒有太多天氣系統變化的相關訊息。如果模型中能輔以更精確的大氣層場觀測資料，預期將能提升模型的預報能力。

## (二)建議

在初步估計資料的趨勢參數  $\theta_t$  時，是沒有考慮到資料的週期循環參數  $S_t$ ，因此會造成估計量計算上的不穩定，建議重複執行估計趨勢和週期循環參數步驟，當估計量達到計算上的穩定時，就停止估計。經驗上，重複3到5次計算步驟，估計量即可達到穩定。

在預報的使用上，建議使用月溫度資料或年溫度資料，或許會比日溫度資料有參考性。

## 五、參考文獻

王政忠、陳雲蘭，2009，最小絕對壓縮挑選機制(LASSO)於天氣迴歸預報的應用，天氣分析與預報研討會論文彙編，中央氣象局，臺灣，臺北，314-319。

胡仲英，1977，應用ARIMA模式對台北市月平均溫度與總降水量的分析與預測，氣象學報，23，15-26。

柳中明，2002，溫室效應氣體之過去、現在與未來，環境工程會刊，13:1，6。

陳重功、羅存文、王惠民與賀介圭，2000，中央氣象局統計預報系統的發展，氣象學報，43，18-32。

羅存文與陳重功，2001，87年度最高/低溫度統計預報成果分析，氣象學報，43，12-27。

羅存文與陳重功，2003，2001年最高/低溫統計預報結果分析，氣象學報，45，33-50。

陳重功、羅存文、施佩君與賀介圭，2005，統計預報模式相位調整預報評比，天氣分析與預報研討會論文彙編，中央氣象局，臺灣，臺北，157-162。

陳重功與羅存文，2009，中央氣象局LAFS MOS 2000~2003年冬季最高/低溫度之預報回顧與評比，氣象學報，48，1-16。

盧昭彰、林國欽、郭怡婷，2004，台灣地區歷年溫差變化趨勢及其原因探討—以1954至2003年為例，台南女子技術學院生活科學應用研究所碩士論文。

Franses PH, Neele J, van Dijk D, 2001, Modeling Asymmetric Volatility in Weekly Dutch Temperature Data. Environmental Modelling and Software, 16, 131-137.

Glahn, H. R., D. A. Lowry, 1972, The use of model output statistics (MOS) in objective weather forecasting, J. Appl. Meteor, 11, 1203-1211.

Huang J., Huug M. van den Dool and Anthony G. Barnston, 1996, Long-lead seasonal temperature prediction using optimal climate normals, J. Climate, 9, 809-817.

Kharin, V.V., and F.W. Zwiers, 2002, Climate predictions with multimodel ensembles, Journal of Climate, 15, pp.793-799.

Kunkel, K., 1988, Climatic means and normals, State Climatologist, 12:23-27.

T. N. Krishnamurti, C. M. Kishtawal, Zhan Zhang, Timothy LaRow, David Bachiochi, Eric Williford, Sulochana Gadgil, Sajani Surendran, 2000, Multimodel Ensemble Forecasts for Weather and Seasonal Climate, Journal of Climate, 13, 23, pp. 4196-4216.

Tol, R.J.S., 1996, Autoregressive conditional heteroscedasticity in daily temperature measurements, Environmetrics, 7, 67-75.

W.T. Yun, L. Stefanova, T. N. Krishnamurti, 2003, Improvement of the Multimodel



Superensemble Technique for Seasonal Forecasts, *Journal of Climate*, 16, 22, pp. 3834-3840.

Xie, P., P. A. Arkin, 1997, Global precipitation: A 17-year monthly analyses based on gauge observations, satellite estimates, and numerical model outputs, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 78, 2539- 255 8.

# Analysis and Forecast of Daily Temperatures Using Partial Bayesian Time Series Model

Po-Hung Lee

Weather Forecast Center, Central Weather Bureau, Taiwan, R.O.C

## ABSTRACT

Numerical models have been developed very soon in recent years, but the problems for numerical models are the uncertainty of the initial data, physical parameterization, and the impact of topographic factors. Therefore statistical downscaling methods based on numerical model outputs will have more systematic errors which affects the accuracy of statistical forecast. Some papers (Hu 1977, Tol 1996, Franses et al. 2001) use time series analysis method to explore the characteristics of station data, which requires two assumptions, one is the time series data have a linear trend, the other is the data are realized values of a stationary time series, but most of data in the world do not satisfy the two assumptions. This paper explore the partial Bayesian time series model, which does not need the two assumptions, while is intended to generalize the two assumptions of time series analysis by the Bayes' theorem and include the experiences of the experts to the prior probability density function. In addition, it also considers the correlation of data. Therefore, the model is more useful and provides more information of the data to the researchers.

The model has been applied to daily temperatures of Taipei, Taichung, Kaohsiung, and Hualien stations from 1961 to 2009 in Taiwan. The results show the partial Bayesian time series model provides more complete information of trend and seasonal components of daily temperatures. To test the model forecast skill, 2000~2009 daily average temperatures, daily maximum temperatures, and daily minimum temperatures are forecasted and also compared with those by the two methods, persistence and optimal climate normals. The average skill scores for the four stations are 15% to 35% with persistence; the average skill score for Kaohsiung is -10%, and for other stations between 0% and -6% with optimal climate normals. Generally speaking, the partial Bayesian time series model is skillful than persistence and is not significantly different from optimal climate normals.

**Key words:** Bayesian statistics, forecast temperatures, maximum temperatures, minimum temperatures, time series analysis