

經緯度網格系統與地圖投影網格系統之轉換

林 松 錦

國立中央大學大氣物理研究所

摘 要

爲了使大氣參數在空間上有最理想的描述，在經緯度網格系統與地圖投影網格系統之間經常需要做轉換。文中將討論經緯度網格系統與三種氣象作業最常用的藍伯特保角、極射赤面、與麥卡脫地圖投影網格系統之間的轉換。文後並附有FORTRAN電腦副程式以供應用。

關鍵詞：經緯度網格，地圖投影網格，網格轉換

一、前 言

氣象觀測的測站通常是不規則地分佈在世界各地。爲了讓電腦能快速而有效地處理龐大的觀測資料，使用便於繪圖與計算分析的規則網格點是必然的途徑。網格點是排列整齊的縱、橫線的交點。在氣象應用上，網格點通常被賦以不同的指數以便於確認。當網格點疊加於地圖上時，每一個網格點都代表地球表面上的特定位置。依此定義，經緯度網格點即爲規則分佈的經度線與緯度線的交點。雖然經緯度網格點在計算與分析上有其方便的地方，但要將分析與計算的結果在地圖上顯現出來也有其不便之處（如半球或全球的分析）。因此，爲了使大氣參數在空間上有最理想的描述，經緯度網格系統與地圖投影網格系統之間的轉換常是必須進行的。

氣象作業最常用的地圖投影有藍伯特保角(Lambert conformal)投影、極射赤面(polar stereographic)投影、與麥卡脫(Mercator)投影，文中將討論經緯度網格系統與這三種地圖投影網格系統之間的轉換，文後並附有FORTRAN電腦副程式以供應用。這三種投

影方法的詳細數學導論過程請參閱Saucier(1955)，Hoke等(1981)，Jenne (1970)及曾(1987)。地表上某一點的位置通常以經緯度來表示，程式中按一般習慣緯度以北緯爲正(0° N $\sim 90^{\circ}$ N)，南緯爲負(0° S $\sim -90^{\circ}$ S)，經度以東經爲正(0° E $\sim 180^{\circ}$ E)，西經爲負(0° W $\sim -180^{\circ}$ W)。

撰寫本文之前，文後所附之電腦副程式已使用多時。由於常有研究所同學及氣象同仁索取使用，唯欠詳細說明，是有撰寫本文之念。

二、藍伯特保角投影網格系統

藍伯特保角投影地圖最常用於中緯度地區的區域性分析。藍伯特割接保角投影係以一圓錐面將其頂點恰置於地極的正上方，圓錐面則割接地球於標準（真實）緯度。地表諸點投影至圓錐面時，投影的結果在各方向都會被壓縮或是拉長，如此將圓錐展開即得到一保角的投影平面。藍伯特保角投影的影像比例尺 σ （定義爲兩點在影像平面上的距離與地球表面上的距離之比值）在標準緯度 ϕ_1 與 ϕ_2 上等於1，其他地方則爲緯度的函數

$$\sigma(\phi) = \begin{cases} \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi} \left[\frac{\tan \frac{90^\circ H - \phi}{2}}{\tan \frac{90^\circ H - \phi_1}{2}} \right]^n, \\ \left[\frac{\cos \phi_1}{\cos \phi} \right]^{1-n} \left[\frac{1 + H \sin \phi_1}{1 + H \sin \phi} \right]^n, \\ \left[\frac{\cos \phi_2}{\cos \phi} \right]^{1-n} \left[\frac{1 + H \sin \phi_2}{1 + H \sin \phi} \right]^n, \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 ϕ 是緯度， H 在北半球定為 1，南半球定為 -1 ， n 為圓錐常數可寫成

$$n = \frac{\ln \left[\frac{\cos \phi_2}{\cos \phi_1} \right]}{\ln \left[\frac{\tan \frac{90^\circ H - \phi_2}{2}}{\tan \frac{90^\circ H - \phi_1}{2}} \right]} \quad (2.2)$$

當圓錐面和地球表面相切時 $\phi_1 = \phi_2$ ，(2.2) 式可寫成

$$n = H \sin \phi_1 = H \sin \phi_2 \quad (2.3)$$

在藍伯特保角投影地圖上，若將原點定於地極則平面卡笛生座標 (Cartesian coordinates) 系統 (x, y) 可定義為

$$x = r \cos \theta, \quad (2.4)$$

$$y = r \sin \theta, \quad (2.5)$$

其中

$$r = \frac{\sigma a \cos \phi}{n}, \quad (2.6)$$

及

$$\theta = n(\lambda - \lambda_0) \quad (2.7)$$

為此一平面的極座標， r 為由地極算起的放射距離， θ 為方位角， a 為地球半徑， λ 為經度，而 λ_0 為參考經度。 λ_0 通常取平行於卡笛生座標 x 軸的經度(圖1)。雖然卡笛生座標一般的定義上均為 x 軸向右遞增， y 軸向上遞增，然而在 LCGRID 副程式中對藍伯特保角網格 I, J 指數的定義卻是相當特殊的， I 指數隨著正 y 方

向遞增而增加， J 指數則隨著負 x 方向遞減而增加。這是因為我們取藍伯特保角網格來做有限區域分析時，通常經度是在直立的方向。LCGRID 副程式可以做網格指數及經緯度雙向的轉換，所需輸入的是一參考網格點之經緯度、參考經度 λ_0 及網格點間距。

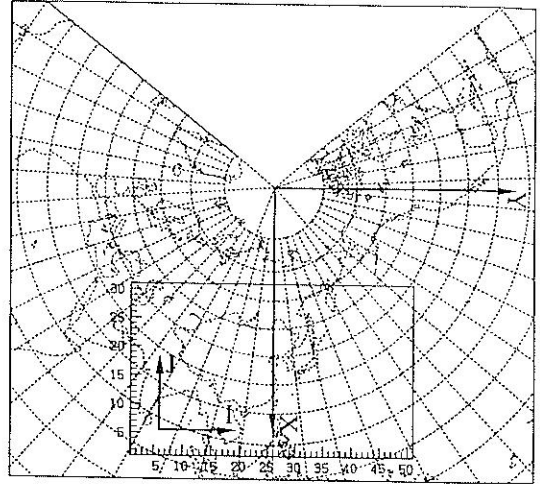


圖1：北半球藍伯特保角投影地圖，標準緯度 $30^\circ N$ 及 $60^\circ N$ ，參考經度 $\lambda_0 = 120^\circ E$ 。

Figure 1: Northern Hemispheric Lambert conformal map true at latitudes $30^\circ N$ and $60^\circ N$ with reference longitude $\lambda_0 = 120^\circ E$.

三、極射赤面投影網格系統

在顯示大範圍半球分析時常會採用極射赤面投影地圖的網格系統，極射赤面投影之投影平面是沿某一選定的標準（真實）緯度切割地球表面且與地軸垂直。投射所產生的地圖同樣具有保角的特性，各緯度線就成了以地極為圓心的同心圓，經度線則成了由地極向外放射的直線。標準緯度為 ϕ_0 之極射赤面投影，其影像比例尺亦為緯度的函數

$$\sigma(\phi) = \frac{1 + H \sin \phi_0}{1 + H \sin \phi} \quad (3.1)$$

當(2.1)式之圓錐常數 $n=1$ 時，其結果與(3.1)式是完全一樣的。

在極射赤面投影地圖上，以地極為原點的

卡笛生座標系統 (x, y) 可定義為(圖2)

$$x = \sigma a \cos \phi \cos(\lambda - \lambda_0) = r \cos \theta, \quad (3.2)$$

$$y = \sigma a \cos \phi \sin(\lambda - \lambda_0) = r \sin \theta, \quad (3.3)$$

而

$$r = \sigma a \cos \phi, \quad (3.4)$$

$$\theta = \lambda - \lambda_0. \quad (3.5)$$

λ_0 、 x 及 y 軸方向的定義與藍伯特投影網格系統一樣，但I及J指數遞增的方向則與 x 軸及 y 軸增加的方向是一致的。在PSGRID副程式中，參考網格點為位於地極之網格點。

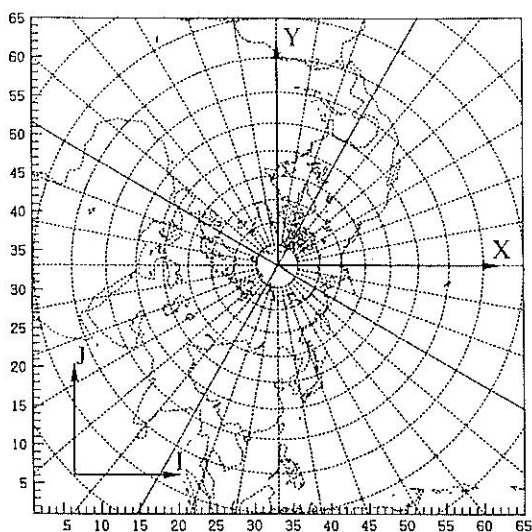


圖 2：北半球極射赤面投影地圖，標準緯度 $60^\circ N$ ，參考經度 $\lambda_0 = 150^\circ W$ 。

Figure 2: Northern Hemispheric polar stereographic map true at latitude $60^\circ N$ with reference longitude $\lambda_0 = 150^\circ W$.

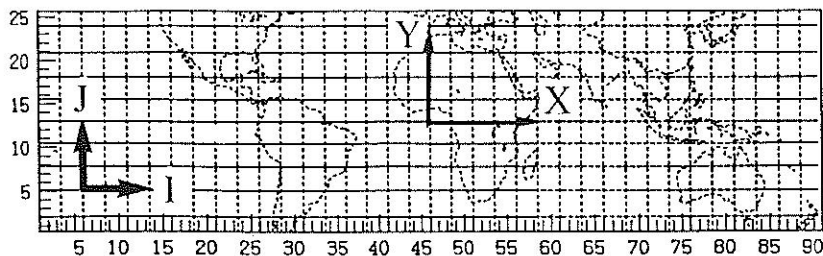


圖 3：麥卡脫投影地圖，參考經度 $\lambda_0 = 0^\circ$ 。

Figure 3: Mercator map with reference longitude $\lambda_0 = 0^\circ$.

四、麥卡脫投影網格系統

麥卡脫投影地圖網格系統通常使用於低緯度熱帶地區的分析與研究。麥卡脫投影是將地球表面投影至一割接於地球標準（真實）緯度上的一個圓柱面，然後將投影的影像在南北方向收縮。標準緯度為 ϕ_1 與 ϕ_2 之麥卡脫投影其影像比例尺亦為緯度的函數

$$\sigma(\phi) = \cos \phi_1 \sec \phi = \cos \phi_2 \sec \phi \quad (4.1)$$

因 ϕ_1 與 ϕ_2 分別在南北半球，當(2.1)式中 $\phi_2 = -\phi_1$ 時，其結果與(4.1)式是完全一樣的。

在麥卡脫投影地圖上，右旋卡笛生座標系統 (x 軸向東遞增， y 軸向北遞增) 可定義為

$$x = a(\lambda - \lambda_0) \cos \phi_1, \quad (4.2)$$

$$y = a \cos \phi_1 \ln \left[\tan \frac{\phi + \frac{\pi}{2}}{2} \right] = a \cos \phi_1 \ln \left[\frac{1 + \sin \phi}{\cos \phi} \right] \quad (4.3)$$

其中參考經度 λ_0 定義為平行於卡笛生座標 y 軸的經度，該參考經度與赤道之交點即為卡笛生座標的原點。I 指數與 J 指數分別向東與向北遞增，(1,1) 點則位於左下角(圖3)。若投影之圓柱面切於赤道，則MRGRID副程式中設 $TLAT1 = TLAT2 = 0$ 。

五、風場的轉換

由於風場 U 、 V 分量的方向在經緯度網格系統與在藍伯特保角及極射赤面投影網格系統中之定義是不一樣的，風場分量在網格轉換之後（或之前），還須做進一步的方向轉換。UVCVRT副程式即是根據此一目的所設計的。在此令 U 與 V 為地理經緯度上風場的東西與南北分量， U_g 與 V_g 為卡笛生座標上風場的分量(圖4)，二者間的轉換可寫成

$$U_g = U \cos \alpha - V \sin \alpha, \quad (5.1)$$

$$V_g = U \sin \alpha + V \cos \alpha, \quad (5.2)$$

或

$$U = U_g \cos \alpha + V_g \sin \alpha, \quad (5.3)$$

$$V = -U_g \sin \alpha + V_g \cos \alpha \quad (5.4)$$

其中 α 為兩座標系統間的夾角。圖4中 r 為 x 軸（藍伯特投影時為 y 軸）與網格點的位置向量（從卡笛生座標的原點至網格點之向量）間的夾角，此角度以逆時鐘方向為正。UVCVRT副程式中之(OI,OJ)為在地圖投影網格系統中地極之網格指數，在使用極射赤面投影網格系統時較易定義；但在使用藍伯特保角投影網格系統時，則可先利用LCGRID副程式計算。

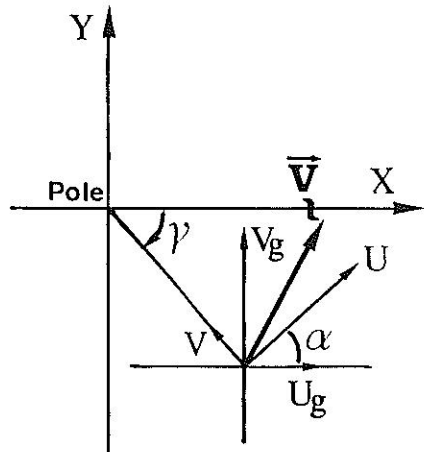


圖4：經緯度網格系統與卡笛生座標系統之間風場分量之關係。

Figure 4: Relationship of wind components between latitude/longitude coordinates and Cartesian coordinates.

參考文獻：

- 曾忠一，1987：氣象與遙測資料的客觀分析。中央研究院物理研究所，410頁。
- Hoke, J.E., J.L. Hayes and L.G. Renninger, 1981: Map projections and grid systems for meteorological applications. U.S. Air Force Global Weather Center, AFGWC/TN-79/003, 86pp.
- Jenne, R.L., 1970: The NMC Octagonal grid. NCAR Memo.
- Saucier, W.J., 1955: Principles of Meteorological Analysis. University of Chicago Press, Chicago, IL, 438pp.

```

SUBROUTINE LCGRID(AI,AJ,ALAT,ALON,IJLTN,RI,RJ,RLAT,RLON,
- TLAT1,TLAT2,DX,DY,AXSLON)
C
C AI.....I-INDEX OF A CARTESIAN GRID POINT
C AJ.....J-INDEX OF A CARTESIAN GRID POINT
C ALAT...LATITUDE OF THE GRID POINT (AI,AJ)
C ALON...LONGITUDE OF THE GRID POINT (AI,AJ)
C IJLTN...INDEX WHICH INDICATES DIRECTION OF TRANSFORMATION
C          = 0 TRANSFORM FROM (AI,AJ) TO (ALAT,ALON)
C          = 1 TRANSFORM FROM (ALAT,ALON) TO (AI,AJ)
C RI.....I-INDEX OF A REFERENCE CARTESIAN GRID POINT WITH
C          KNOWN LATITUDE/LONGITUDE
C RJ.....J-INDEX OF A REFERENCE CARTESIAN GRID POINT WITH
C          KNOWN LATITUDE/LONGITUDE
C RLAT...LATITUDE OF THE REFERENCE GRID POINT (RI,RJ)
C RLON...LONGITUDE OF THE REFERENCE GRID POINT (RI,RJ)
C TLAT1...THE FIRST TRUE LATITUDE OF THE MAP PROJECTION
C TLAT2...THE SECOND TRUE LATITUDE OF THE MAP PROJECTION
C DX.....GRID SPACING IN UNITS OF KM IN THE X-DIRECTION
C DY.....GRID SPACING IN UNITS OF KM IN THE Y-DIRECTION
C AXSLON...LONGITUDE WHERE X-AXIS OF CARTESIAN GRID
C           PARALLEL TO MAP PROJECTION
C

```

```

A=6371.2213
PI4=ATAN(1.)
PI=4.*PI4
DEGRAD=PI/180.
H=TLAT1/ABS(TLAT1)
T1=TLAT1*DEGRAD
T2=TLAT2*DEGRAD
IF (TLAT1 .NE. TLAT2) THEN
  AN=ALOG(COS(T2)/COS(T1))/
+   ALOG(TAN(PI4*H-T2/2.)/TAN(PI4*H-T1/2.))
ELSE
  AN=H*SIN(T1)
END IF
RR=A*COS(T1)*(TAN(PI4*H-RLAT*DEGRAD/2.)/TAN(PI4*H-T1/2.))*AN/AN
TR=AN*(RLON-AXSLON)*DEGRAD
XR=RR*COS(TR)
YR=RR*SIN(TR)

C
C
C   TRANSFORMATION FROM GRID INDICES TO LATITUDE/LONGITUDE

IF(IJLTN .NE. 0) GO TO 1000
XA=XR-(AJ-RJ)*DX
YA=YR+(AI-RI)*DY
IF(XA .EQ. 0.) THEN
  IF(YA .GT. 0.) TA= PI/2.
  IF(YA .EQ. 0.) TA= 0.
  IF(YA .LT. 0.) TA=-PI/2.
  RA=ABS(YA)
ELSE
  TA=ATAN(YA/XA)
  IF(XA .LT. 0.) TA=TA-PI
  RA=XA/COS(TA)
END IF
ALON=AXSLON+(TA/AN)/DEGRAD
IF(ALON .GT. 180.) ALON=ALON-360.
IF(ALON .LT. -180.) ALON=ALON+360.
ALAT2=PI4*H-ATAN(TAN(PI4*H-T1/2.)*(RA*AN/(A*COS(T1))))*(1./AN)
ALAT=2.*ALAT2/DEGRAD
IF(ALAT .GT. 90.) ALAT=180.-ALAT
RETURN

C
C
C   TRANSFORMATION FROM LATITUDE/LONGITUDE TO GRID INDICES
1000 RA=A*COS(T1)*(TAN(PI4*H-ALAT*DEGRAD/2.)/TAN(PI4*H-T1/2.))*AN/AN
TA=AN*(ALON-AXSLON)*DEGRAD
XA=RA*COS(TA)
YA=RA*SIN(TA)
AI=RI+(YA-YR)/DY
AJ=RJ-(XA-XR)/DX
RETURN
END

C
C
C   SUBROUTINE PSGRID(AI,AJ,ALAT,ALON,IJLTN,OI,OJ,TLAT,DX,DY,AXSLON)

C
C
C   AI.....I-INDEX OF A CARTESIAN GRID POINT
C   AJ.....J-INDEX OF A CARTESIAN GRID POINT
C   ALAT...LATITUDE OF THE GRID POINT (AI,AJ)
C   ALON...LONGITUDE OF THE GRID POINT (AI,AJ)
C   IJLTN...INDEX WHICH INDICATES DIRECTION OF TRANSFORMATION
C           = 0 TRANSFORM FROM (AI,AJ) TO (ALAT,ALON)
C           = 1 TRANSFORM FROM (ALAT,ALON) TO (AI,AJ)
C   OI.....I-INDEX OF THE POLE
C   OJ.....J-INDEX OF THE POLE
C   TLAT...TRUE LATITUDE FOR POLAR STEREOGRAPHIC PROJECTION
C   DX.....GRID SPACING IN UNITS OF KM IN THE X-DIRECTION
C   DY.....GRID SPACING IN UNITS OF KM IN THE Y-DIRECTION
C   AXSLON..LONGITUDE WHERE X-AXIS OF RECTANGULAR GRID
C           PARALLEL TO MAP PROJECTION

C
C
C   A=6371.2213
C   PI4=ATAN(1.)
C   PI=4.*PI4
C   DEGRAD=PI/180.
C   H=TLAT/ABS(TLAT)
C   T=TLAT*DEGRAD
C   XO=0.
C   YO=0.

C
C
C   TRANSFORMATION FROM GRID INDICES TO LATITUDE/LONGITUDE

IF(IJLTN .NE. 0) GO TO 1000
XA=XO+(AI-OI)*DX

C
C
C   REVERSE J-DIRECTION FOR SOUTHERN HEMISPHERE

IF(TLAT .LT. 0.) THEN
  AJX=OJ-(AJ-OJ)

```

```

ELSE
  AJX=AJ
END IF
YA=YO+(AJX-OJ)*DY
IF(XA.EQ. 0.) THEN
  IF(YA.GT. 0.) TA= PI/2.
  IF(YA.EQ. 0.) TA= 0.
  IF(YA.LT. 0.) TA=-PI/2.
  RA=ABS(YA)
ELSE
  TA=ATAN(YA/XA)
  IF(XA.LT. 0.) TA=TA-PI
  RA=XA/COS(TA)
END IF
ALON=AXSLON+TA/DEGRAD
IF(ALON.GT. 180.) ALON=ALON-360.
IF(ALON.LT. -180.) ALON=ALON+360.
ALAT2=PI4*H-ATAN(TAN(PI4*H-T/2.)*(RA/(A*COS(T))))
ALAT=2.*ALAT2/DEGRAD
IF(ALAT.GT. 90.) ALAT=180.-ALAT
RETURN

C
C
C    TRANSFORMATION FROM LATITUDE/LONGITUDE TO GRID INDICES
1000 RA=A*COS(T)*(TAN(PI4*H-ALAT*DEGRAD/2.)/TAN(PI4*H-T/2.))
    TA=(ALON-AXSLON)*DEGRAD
    XA=RA*COS(TA)
    YA=RA*SIN(TA)
    AI=OI+(XA-XO)/DX
    AJ=OJ+(YA-YO)/DY

C
C
C    REVERSE J-DIRECTION FOR SOUTHERN HEMISPHERE

    IF(TLAT.LT. 0.) AJ=OJ-(AJ-OJ)
    RETURN
    END

+ SUBROUTINE MRGRID(AI,AJ,ALAT,ALON,IJLTN,RI,RJ,TLAT1,TLAT2,
  + DX,DY,AXSLON)
C
C
C    AI.....I-INDEX OF A CARTESIAN GRID POINT
C    AJ.....J-INDEX OF A CARTESIAN GRID POINT
C    ALAT....LATITUDE OF THE GRID POINT (AI,AJ)
C    ALON....LONGITUDE OF THE GRID POINT (AI,AJ)
C    IJLTN...INDEX WHICH INDICATES DIRECTION OF TRANSFORMATION
C              = 0 TRANSFORM FROM (AI,AJ) TO (ALAT,ALON)
C              = 1 TRANSFORM FROM (ALAT,ALON) TO (AI,AJ)
C    RI.....I-INDEX OF THE ORIGIN ON THE CARTESIAN GRID
C    RJ.....J-INDEX OF THE ORIGIN ON THE CARTESIAN GRID
C    TLAT1...THE FIRST TRUE LATITUDE OF THE MAP PROJECTION
C    TLAT2...THE SECOND TRUE LATITUDE OF THE MAP PROJECTION
C    DX.....GRID SPACING IN UNITS OF KM IN THE X-DIRECTION
C    DY.....GRID SPACING IN UNITS OF KM IN THE Y-DIRECTION
C    AXSLON..REFERENCE LONGITUDE WHERE ITS INTERSECTION WITH EQUATOR
C              WILL BE THE ORIGIN OF (X,Y) COORDINATES
C
A=6371.2213
PI4=ATAN(1.)
PI=4.*PI4
DEGRAD=PI/180.
T1=TLAT1*DEGRAD
T2=TLAT2*DEGRAD

C
C
C    TRANSFORMATION FROM GRID INDICES TO LATITUDE/LONGITUDE

    IF(IJLTN.NE. 0) GO TO 1000
    XA=(AI-RI)*DX
    YA=(AJ-RJ)*DY
    ALON=AXSLON+(XA/(A*COS(T1)))/DEGRAD
    IF(ALON.GT. 180.) ALON=ALON-360.
    IF(ALON.LT. -180.) ALON=ALON+360.
    YT=EXP(YA/(A*COS(T1)))
    ALAT=2.*(ATAN(YT)-PI4)/DEGRAD
    RETURN

C
C
C    TRANSFORMATION FROM LATITUDE/LONGITUDE TO GRID INDICES
1000 AXSLN=AXSLON
    IF(AXSLON.LT. 0.) AXSLN=360.+AXSLON
    XLON=ALON
    IF(AXSLON.GE. 0.) THEN
      RLON=-(180.-AXSLON)
      IF(ALON.LT. RLON) XLON=360.+ALON
    ELSE
      IF(ALON.LT. 0.) XLON=360.+ALON
      RLON=180.+AXSLON
      IF(ALON.GE. 0. .AND. ALON.LT. RLON) XLON=360.+ALON
    END IF

```

