

利用半球淺水方程式模式研究東亞*

寒潮爆發與行星波之關係

廖述宏¹蔡清彥²

1. 前言

Tsay and Jen (1981) 曾研究冬季平均環流與冬季異常氣候之關係，發現臺灣地區冬季氣溫與500 mb之行星波振幅有密切關係。冷冬（臺北冬季平均氣溫小於或等於15.4°C）之50°N~70°N緯帶波動動能主要集中在波數3，而暖冬（臺北冬季平均氣溫大於或等於16.4°C）則集中在波數2。在冷冬500mb合成平均天氣圖中，主要的特徵是東歐槽線出現，西伯利亞及大西洋脊線隨時間加強，北美東部槽線的西移。

另外，蔡清彥及王時鼎（1981）研究波動間非線性能量交換與寒潮爆發，分析500mb天氣圖之波動動能，發現波數3在50°N~70°N之初始成長主要是先由非線性交互作用提供動能所造成，等到非線性交互作用大量損耗動能後才開始衰減。至於寒潮冷鋒通過臺灣北部前36小時至冷鋒過境後24小時之期間，波數6在30°N~50°N的消長機制亦是由非線性交互作用控制其初始成長及動能之減弱。而波動振幅變大時，則由位動能轉換作用維持相對最大動能值。

蔡清彥和王忠山（1985）曾以管狀(channel)

淺水方程式模式，在不考慮地形及地圖因子(map factor)之情況下，模擬20°N~80°N間500mb高度場及風場的變化，並將預測之風場經由富氏轉換(Fourier Transform)至波數域(wave number domain)然後代入波動動能方程式中，得到波動3動能的增加主要是透過波數2與波數5之非線性交互作用而來的。

本文之主要目的，是以一半球淺水方程式模式來模擬寒潮爆發個案，計算動能變化，並檢討模式中地形之影響，希望能較完整的描述寒潮爆發前後波動變化過程，有助於我們對寒潮的了解與預報。

2. 基本方程式

我們考慮地球上一層很薄的等密度流體，即水平特徵尺度遠大於垂直特徵尺度($\frac{D}{L} \ll 1$)。

由於密度是常數，因此不需要用到熱力方程式，並且假設大氣是靜力平衡(Hydrostatic Balance)和不可壓縮(Incompressible)，就可以得到一組淺水波的基本方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

式中 Φ 為重力位(Geopotential)， $\Phi = g(h + h_s)$ ， h 為自由面距地形的高度， h_s 為地形高度。方程式(1)、(2)為運動方程式，(3)為連續方程式。這是一組正壓原始方程式，由於假定靜力平衡，因

此聲波不存在，但仍保存羅士培波(Rossby Wave)及慣性重力波(Inertial Gravity Wave)。為了方便數值模式的計算與討論，將方程式組轉換成通量形式(Flux Form)，運動方程

* 收稿日期：76年5月6日

送審日期：76年5月7日

1. 中央氣象局資訊測站課長

2. 國立台灣大學大氣科學系系主任

式中出現了動能、位能及絕對渦度項，方程式組可寫成：

$$\frac{\partial u}{\partial t} - qu^* + \frac{\partial}{\partial x}(K + \Phi) = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + qu^* + \frac{\partial}{\partial y}(K + \Phi) = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}^* = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

式中， q 為絕對位渦度， $q = \frac{\zeta + f}{h}$ 。 ζ 為相對渦度， $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ 。 u^* 為 x 方向的質量通量 (mass flux)， $u^* = hu$ ， v^* 為 y 方向的質量通量， $v^* = hv$ 。動能 $K = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ 。

將(5)式對 x 微分減去(4)式對 y 微分，可以得到渦度方程式，再將(6)式代入渦度方程，得到絕對位渦度守恒 (Conservation of Absolute Potential Vorticity) 之關係式，即：

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla q = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

將(6)式對整個封閉區域積分，得到總質量守恒 (Conservation of Total Mass) 方程式，即：

$$\frac{d}{dt} \int_R h dx dy = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

將(4)式乘以 hu 加上(5)式乘以 hv ，再利用(6)式之結果，可以得到總動能隨時間變化的方程式。由(3)式乘以 Φ 可以得到位能隨時間變化方程式，兩方程式相加，並對整個區域積分可以得到總能量守恒 (Conservation of Total Energy) 方程式。即：

$$\frac{d}{dt} \int_R \left[h(K + \frac{1}{2}gh + gh_s) \right] dx dy = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

將(6)式乘以 hq 加上(7)式乘以 $\frac{1}{2}q^2$ ，再對整個區域積分，可以得到位渦度擬能守恒 (Conservation of potential enstrophy) 方程式，即：

$$\frac{d}{dt} \int_R \left(\frac{1}{2}hq^2 \right) dx dy = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

3. 模式簡介

本文採用經緯網格點的半球淺水方程，網格點距離為 $5^\circ \times 5^\circ$ ，網格點數為 74×18 ，沿緯向重疊兩個網格點，由於極點是單點 (Single point)，所以單獨處理。在水平空間變數採用 Arakawa C scheme，其理由是可節省程式之因次 (Dimension) 及計算機時間，更重要的理由是 Winnin-ghoff (1968)，Arakawa and Lamb (1977) 及 Schoenstadt (1978) 等證明此種網格點的配置對相速 (Phase speed) 及羣速 (Group velocity) 有比較接近解析解之優點。在南北邊界假定 $v = 0$ 及南邊界 $\zeta = 0$ ，形成一封閉區域。由於考慮水平間距隨緯度變小，採用較小的時間間距 ($\Delta t = 5$ 分鐘)，時間積分第一個間距使用 Matsuno Scheme，以後均使用 Leapfrog Scheme。為了避免時間中差法所產生計算模 (Computational mode) 隨時間變大，故在每次時間積分後，使用 Robert (1966) 之時間濾波器 (Time filter)，以濾去高頻波，其式為：

$$\bar{F}_n = F_n + \nu(F_{n+1} - 2F_n + F_{n-1}) \quad \dots\dots\dots(11)$$

F_n 為時間 n 時之氣象變數， ν 為反應係數 (Respond coefficient)，在模式中取 $\nu = 0.1$ 。

4. 數值解法

4.1 內部區域的處理

將(4)~(6)式的淺水方程式轉換至經緯座標上，網格點分佈如圖 1，利用 $\xi = \lambda$ (λ 為經度)， $\eta = \varphi$ (φ 為緯度)， $\frac{1}{m} = a \cos \varphi$ ， $\frac{1}{n} = a$ ，(a 為地球半徑)，淺水方程式就成為：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u}{m} \right) - q \frac{v^*}{m} + \frac{\partial}{\partial \xi} (K + \Phi) = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v}{m} \right) + q \frac{u^*}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} (K + \Phi) = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{mn} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h \frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h \frac{v}{m} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(14)$$

現在將(12)~(14)分別以差分法表示，以便於在計算機上處理。(12)式可寫成：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta \xi}{m_{j+\frac{1}{2}}} u_{i,j+\frac{1}{2}} - \alpha_{i,j+\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2},j+1}^* - \beta_{i,j+\frac{1}{2}} v_{i-\frac{1}{2},j+1}^* \\ & - \gamma_{i,j+\frac{1}{2}} v_{i-\frac{1}{2},j}^* - \delta_{i,j+\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2},j}^* + \epsilon_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} u_{i+1,j+\frac{1}{2}}^* \\ & - \epsilon_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} u_{i-1,j+\frac{1}{2}}^* + (K + \Phi)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - (K \\ & + \Phi)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = 0 \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

(13)式可寫成：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta \eta}{n_i} v_{i+\frac{1}{2},j} + \gamma_{i+1,j+\frac{1}{2}} u_{i+1,j+\frac{1}{2}}^* + \delta_{i,j+\frac{1}{2}} u_{i,j+\frac{1}{2}}^* \\ & + \alpha_{i,j-\frac{1}{2}} u_{i,j-\frac{1}{2}}^* + \beta_{i+1,j-\frac{1}{2}} u_{i+1,j-\frac{1}{2}}^* + \phi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2},j-1}^* \\ & - \phi_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2},j-1}^* + (K + \Phi)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - (K \\ & + \Phi)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} = 0 \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

連續方程式 (14)式 則為：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+1,j+\frac{1}{2}}^* - u_{i,j+\frac{1}{2}}^* + v_{i+\frac{1}{2},j+1}^* - \\ & v_{i+\frac{1}{2},j}^* = 0 \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

在(15)~(17)式中，係數 α ， β ， γ ， δ ， ϵ ， ϕ 分別為：

$$\begin{aligned} \alpha_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{24} [2q_{i+1,j+1} + q_{i,j+1} + 2q_{i,j} + q_{i+1,j}] \\ \beta_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{24} [q_{i,j+1} + 2q_{i-1,j+1} + q_{i-1,j} + 2q_{i,j}] \\ \gamma_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{24} [2q_{i,j+1} + q_{i-1,j+1} + 2q_{i-1,j} + q_{i,j}] \\ \delta_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{24} [q_{i+1,j+1} + 2q_{i,j+1} + q_{i,j} + 2q_{i+1,j}] \\ \epsilon_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{24} [q_{i+1,j+1} + q_{i,j+1} - q_{i,j} - q_{i+1,j}] \\ \phi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{24} [-q_{i+1,j+1} + q_{i,j+1} + q_{i,j} - q_{i+1,j}] \\ &\dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_{i,j} = \frac{(mn)_j}{\Delta \xi \Delta \eta} & \left[\left(v \frac{\Delta \eta}{n} \right)_{i+\frac{1}{2},j} - \left(v \frac{\Delta \eta}{n} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \right. \\ & \left. + \left(u \frac{\Delta \xi}{m} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} - \left(u \frac{\Delta \xi}{m} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} \right] \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = & \left[\frac{1}{4} u_{j+\frac{1}{2}}^2 + \frac{1}{16} (u_{j+\frac{3}{2}} + u_{j-\frac{1}{2}})^2 \right]_{i+\frac{1}{2}} \\ & + \left[\frac{1}{4} v_{i+\frac{1}{2}}^2 + \frac{1}{16} (v_{i+\frac{3}{2}} + v_{i-\frac{1}{2}})^2 \right]_{j+\frac{1}{2}} \\ & \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{(mn)_{i+\frac{1}{2}}} h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (21)$$

$$\begin{aligned} q_{i,j} = \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{(mn)_{i,j}} & (\xi_{i,j} + f_{i,j}) / \frac{1}{4} (H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \\ & + H_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + H_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + H_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

4·2 極區的處理

由於極點是單點，故應避免放置風場，因此特別放置 q 點，網格點配置如圖 2。(12)~(14)可換成：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u \Delta \xi}{m} \right)_{i,p-\frac{1}{2}} - \gamma'_{i,p-\frac{1}{2}} v_{i-\frac{1}{2},p-1}^* - \delta'_{i,p-\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2},p-1}^* \\ + \epsilon'_{i+\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} u_{i+1,p-\frac{1}{2}}^* - \epsilon'_{i-\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} u_{i-1,p-\frac{1}{2}}^* + (K + \Phi \\)_{i+\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} - (K + \Phi)_{i-\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} = 0 \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v \Delta \eta}{n} \right)_{i+\frac{1}{2},p-1} + (\gamma' u^*)_{i+1,p-\frac{1}{2}} + (\delta' u^*)_{i,p-\frac{1}{2}} \\ + (\alpha u^*)_{i,p-\frac{3}{2}} + (\beta u^*)_{i+1,p-\frac{3}{2}} - \phi_{i+\frac{1}{2},p-2} v_{i+\frac{1}{2},p-2}^* \\ + (K + \Phi)_{i+\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} - (K + \Phi)_{i-\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} = 0 \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} H_{i+\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}}^* - u_{i-\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}}^* - v_{i+\frac{1}{2},p-1}^* = 0 \\ \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

在(23)~(25)式中， $\alpha, \beta, \phi, K, \Phi$ ，如 4—1 節中所定義。而新的係數 $\gamma', \delta', \epsilon'$ 如以下定義：

$$\gamma'_{i,p-\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [3q_p + 2q_{i-1,p-1} + q_{i,p-1}]$$

$$\delta'_{i,p-\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [3q_p + q_{i,p-1} + 2q_{i+1,p-1}] \dots\dots\dots (26)$$

$$\epsilon'_{i+\frac{1}{2},p+\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [2q_p - q_{i,p-1} - q_{i+1,p-1}]$$

且(26)式中 q_p 為極點之絕對渦度，定義為：

$$q_p = \left(\frac{\xi_p + f_p}{h_p^q} \right)$$

$$\text{而 } \xi_p = \frac{1}{A_p^q} \sum_{i=1}^{IMAX} \left(\frac{u \Delta \xi}{m} \right)_{i,p-\frac{1}{2}}, \quad A_p^q = IMAX \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{(mn)_p}$$

$$h_p^q = \sum_{i=1}^{IMAX} p_p^{(1)} h_{i+\frac{1}{2},p-\frac{1}{2}}, \quad \sum_{i=1}^{IMAX} p_p^{(1)} = 1$$

4.3 邊界的處理

由於模式的邊界是固定的，極易在邊界產生重力波，因此須對邊界區做特別處理。Perkey and Kreitzrerz (1976)以下列方式處理邊界：

$$\chi_n(I) = \chi_p(I) + w(I) \frac{\partial \chi_m}{\partial t} \Big|_I \Delta t + [1 - w(I)] \frac{\partial \chi_{ls}}{\partial t} \Big|_I \Delta t \dots\dots\dots (27)$$

此處註標 n 及 p 代表變數 x 的新舊值，註標 m 及 ls 代表模式與大範圍(large-scale)的變數， $w(I)$ 為權重係數 (weighting coefficient)，如果忽略大範圍的趨勢，則(27)式成為：

$$\chi_n(I) = \chi_p(I) + w(I) \frac{\partial \chi_m}{\partial t} \Big|_I \Delta t \quad (28)$$

這樣(28)式就和Kesel and Winninghoff (1972)所提出的 "Sponge" 邊界條件一樣，關於 $w(I)$ 採用以下的定義：

$$w(I) = \begin{cases} 0.0 & \text{for } I = \text{the boundary grid points} \\ 0.4 & \text{for } I = \text{the boundary-1 grid points} \\ 0.7 & \text{for } I = \text{the boundary-2 grid points} \\ 0.9 & \text{for } I = \text{the boundary-3 grid points} \\ 1.0 & \text{for } I = \text{the other interior grid points} \end{cases}$$

4.4 資料來源及初始風場

本文使用美國國家大氣研究中心 (National Center for Atmospheric Research, 簡稱 NCAR) 所提供之北半球八角形網格上資料，選擇 1967~1977 十個冬季強寒潮共 21 個個案，分析寒潮爆發前 72 小時至寒潮發生後 24 小時之合成天氣圖，以寒潮爆發前 72 小時的 500 mb 高度場為初始資料，然後以地轉風公式：

$$u_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{a \partial \eta},$$

$$v_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{g}{f} \frac{\partial h}{a \cos \varphi \partial \xi}$$

求得初始風場。

地形採用實際地形高度值，如圖 3 所示。但由於模式中的地形常引起計算的不穩定，通常處理的辦法是(1)減小 Δt (即模式的時間間距)，(2)減小

地形的高度和坡度。在此處我們選擇了減小地形的高度，將實際地形減半。同時讓地形隨時間長大，依 Tibaldi et al (1980) 的方式處理地形隨時間的增長：

$$h_s(\lambda, \phi, t) = \begin{cases} h_s(\lambda, \phi) \sin^2\left(\frac{nt}{12}\right), & t < 6 \text{ hours} \\ h_s(\lambda, \phi) & t \geq 6 \text{ hours} \end{cases}$$

這種地形隨時間漸長的過程，能夠使慣性重力波降至最小，而且在地形達到一定的高度後迅速的滿足地轉關係。

5. 模擬結果與分析

5.1 高度場

首先，分析實際觀測之合成天氣圖，圖 4 a、4 b、4 c 及 4 d 分別為寒潮爆發前 72 小時、前 48 小時、前 24 小時及寒潮爆發當時之 500 mb 高度場。天氣圖變化的特徵，可以歸納出以下幾點：

- (1) 東歐槽線（位於 $10^{\circ}\text{E} \sim 30^{\circ}\text{E}$ ）之振幅隨時間增加。
- (2) 西伯利亞脊線（位於 $90^{\circ}\text{E} \sim 110^{\circ}\text{E}$ ）亦隨時間加強。
- (3) 東亞主槽隨時間加深且由 140°E 西退至 120°E 附近。
- (4) 東太平洋脊線（位於 130°W ）隨時間加強。
- (5) 北美洲東岸之槽線由 70°W 西移至 80°W 附近。
- (6) 東大西洋脊線變化不大。

由此可知，在寒潮爆發前 72 小時至寒潮爆發當時，行星波有由波數 2 變為波數 3 的趨勢。

圖 5 a、5 b、5 c 及 5 d 為不考慮地形的 500 mb 預測高度場，由圖可看出(1)東歐槽線有隨時間增強的趨勢與觀測現象一致，但預測移動速度較觀測者為快，在圖 5 d 預測圖上較圖 4 d 者超前約 10 個經度。(2)西伯利亞脊線則無法被模擬出來。(3)預測東亞主槽強度太弱且有向西倒退的現象。(4)東太平洋脊線的預測位置與觀測者一致。(5)北美洲東岸的槽線預測位置與觀測者符合，但預測強度不夠。(6)東大西洋脊線的位置和觀測者一致，但比觀測為強。

圖 6 a 至 6 d 為加入地形後的 500mb 預測高

度場。(1)預測東歐槽線與不考慮地形之模式預測者相似，其強度增加與觀測者一致，但位置仍比實際觀測超前。(2)西伯利亞脊線較無地形者稍強，但其強度仍太弱。(3)東亞主槽的振幅已有明顯的加強，即西藏高原所引發的背風波顯現出來，但高緯度的槽線反而沒有向西倒退的現象。(4)東太平洋脊線強度較無地形模式者稍強。(5)北美洲東岸的槽線不但位置而強度也與觀測者近似，顯示在模擬式中已表現出洛磯山之地形效應。(6)東大西洋脊線位置和無地形模式者相同，但強度更增強乃是格陵蘭地形效應的影響所致。

由前面討論得知，模式加入地形後能增加東歐槽線，東亞主槽，西伯利亞脊線以及北美洲東岸槽線的強度，而且北美洲東岸槽線的位置往西移，使得預測結果與觀測者更接近。

5.2 波動動能之時間變化

蔡清彥和王時鼎 (1981) 分析在臺灣地區寒潮爆發前 72 小時至後 24 小時期間 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 波動動能隨時間的變化 (圖 7)。最主要的特徵是波數 3 的動能在臺灣寒潮爆發前 48 小時開始有明顯的增加，到寒潮爆發前 12 小時達到極大值，然後隨時間減小。在寒潮爆發前 72 小時至前 36 小時波數 2 有較大的波動動能，但在寒潮爆發前 24 小時到寒潮爆發後 12 小時則波數 3 有較大的波動動能。

圖 8 為不考慮地形模式所模擬之 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 波動動能隨時間的變化。波數 2 在寒潮爆發前 48 小時有最大的波動動能；在寒潮爆發前 48 小時至爆發後 24 小時期間，動能逐漸減少。波數 3 動能從寒潮爆發前 72 小時開始遞減至寒潮爆發當時達到最小值，然後開始隨時間增加至寒潮爆發後 24 小時。由此可知，在寒潮爆發當時至爆發後 24 小時期間，波動動能有從波數 2 轉到波數 3 的趨勢。此動能變化趨勢與觀測者一致，但波數 3 之動能增加量較觀測者小甚多，且開始增加時間落後約 48 小時。時間落後的現象與蔡清彥和王忠山 (1985) 之管狀模式者相似。

圖 9 為模式中加入地形後所模擬之 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 波動動能隨時間變化情形。波數 3 的波動動能在寒潮爆發前 48 小時開始有明顯的增加，到寒潮爆發後 24 小時為最大值。波數 3 動能開始增加的時間以及動能最大值的大小均與觀測者一致，但最大

動能發生時間仍稍落後。比較圖 8 與圖 9 得知，有地形之模式較無地形之模式更能模擬寒潮爆發期間波動動能從波數 2 轉換到波數 3 的現象。

5.3 波動動能方程式的計算

我們利用 Tsay and Kao (1978) 及 Tsay (1979) 之波動動能方程式，計算模式中波動動能之變化。波數 n 之動能方程式如下：

$$\frac{\partial K(n)}{\partial t} = L_1(n) + M_1(n) + \text{RES}(n) \quad \dots\dots\dots (29)$$

式中 $\frac{\partial K}{\partial t}$ 為動能之時間變率， L_1 為非線性動能交換項， M_1 為平均緯流與波動間動能交換項， RES 則為餘項。因為我們利用原始正壓模式，因此動能方程式中沒有位、動能轉換項、摩擦損耗項，以及風場的垂直微分項等，而剩餘項只剩邊界位能與動能通量，以及計算誤差等的影響，而計算誤差主要來自 $\partial K/\partial t$ 之計算，在能量方程式中我們採用中差法，而時距為 12 小時，但在模式計算中則採用時距為 5 分鐘。

圖 10a、10b、10c 及 10d 分別表示無地形模式預測寒潮爆發前 60、36、12 及後 12 小時之能量變化情形。由圖得知，波數 3 之動能時間變率 $\partial K/\partial t$ 在圖 10a、10b、10c 中均為負值而在圖 10d 則為正值，但是非線性交互作用項 L_1 在 10a 及 10b 中均為正值，10c 及 10d 者則為負值。非線性項在此四圖之總和仍為正值，可見其對波數 3 之貢獻仍是正面的。

圖 11a、11b、11c 及 11d 則表示有地形模式預測寒潮爆發前 60、36、12 及後 12 小時之能量變化情形。由圖得知，波數 3 之動能時間變率 $\partial K/\partial t$ 一直是正的，而非線性項， L_1 則在圖 11a 及 11d 者為正， L_1 在四個時間之總貢獻亦為正值。 L_1 對波數 3 之貢獻在有地形模式中與在無地形模式中相似，但是波數 3 動能時間變率在此兩模式中顯著不同，這可能是地形影響波動動能變化的結果。

為詳細瞭解非線性交互作用，我們進一步計算非線性動能交換項各分量的時間平均值 (12、36、60 及 84 小時四個預測時間平均)。圖 12a 為無地形模式波數 3 之四個時間平均動能方程式各項數值 (其中符號 $1 * 2$ 代表波數 1 與波數 2 非線性交互作

用對波數 3 動能之貢獻)。圖 12b 則為有地形模式波數 3 之四個時間平均動能方程式各項數值。比較圖 12a 及 12b 可知在有地形與無地形模式中波數 3 在寒潮爆發期間透過波數 1 與波數 2 獲得動能。但是在無地形模式中，波數 3 動能的增加並不顯著，而在有地形模式中波數 3 動能的增加則較接近觀測數值。

6 結 論

本文以寒潮爆發冷鋒通過臺北前 72 小時合成天氣圖 500mb 高度場為初始資料，並利用地轉關係求得初始風場，再利用無地形及有地形半球淺水方程式模式，預測高度場和風場隨時間的變化。並由預測的風場經由富氏轉換至波數域，然後代入波動動能方程式來探討行星波間動能之非線性交互作用等內部動力過程。

從預測的 500mb 高度場分析，在無地形模式對東歐槽線，東太平洋脊線，北美東岸槽線及東大西洋脊線似有預測能力，唯加入地形後模式對槽脊線的預測，無論在位置或強度都更接近觀測情形。

從預測的風場資料分析，無地形模式所得的動能變化與觀測者還算一致，但波數 3 動能增加量遠較觀測者為小且開始增加時間落後甚多，當加入地形後求得波數 3 的動能增加量及開始增加時間與觀測者較為一致，唯最大動能發生時間仍然落後很多，進一步的計算非線性動能交換項各分量時間平均，得到無論有無地形效應，波數 3 均透過波數 1 與波數 2 之非線性交互作用獲得動能，也就是說地形並不影響波動之非線性交互作用。但其他作用使得波數 3 動能的增加率在兩模式中有顯著不同。

由於本文模式採用正壓淺水方程式模式，因此無法考慮斜壓效應以及垂直有變化的波動結構，進一步採用多層原始方程式模式才能更合理模擬實際大氣的變化情形。

參 考 資 料

1. 蔡清彥、王時鼎，1981：波動間非線性能量交換與寒潮爆發。國立臺灣大學大氣科學系研究報告 WMS-03 號，28 pp。
2. 蔡清彥，1983：大尺度波動及寒潮爆發。大氣科學，11，71—84。
3. 蔡清彥、王忠山，1985：利用正壓模式研究東亞

- 寒潮爆發與行星尺度波動之關係。大氣科學，12，41—50。
4. Arakawa, A., and V. R. Lamb, 1981: A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equations. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 18-36.
5. Haltiner, G. J., and R. T. Williams, 1980: Numerical prediction and dynamic meteorology. Wiley, 477 pp.
6. Kesel, P. C., and F. J. Winninghoff, 1972: The fleet Numerical Weather Central operational primitive equation model. *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 360-373.
7. Perkey, D. J., and C. W. Kreitzberg, 1976: A time-dependent lateral boundary scheme for limited-area primitive equations models. *Mon. Wea. Rev.*, **104**, 744-755.
8. Robert, A. J., 1966: The interaction of a low order spectral form of the primitive meteorological equations. *J. Meteor. Soc. Japan. Sec. 2* **44**, 237-245.
9. Shuman, F. G., 1957: Numerical methods in weather prediction: II smoothing and filtering. *Mon. Wea. Rev.*, **85**, 357-361.
10. Tibaldi, S., A. Buzzi, and P. Malguzzi, 1980: Orographically induced cyclogenesis: analysis of numerical experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 1302-1314.
11. Tsay, C. Y., and S. K. Kao, 1978: Linear and nonlinear contribution to the growth and decay of the large scale atmospheric waves and jet stream, *Tellus*, **30**, 1-14.
12. Tsay, C. Y., 1979: Growth and decay of large scale waves in tropical upper troposphere during the northern summer. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 24-31.
13. Tsay C. Y., and Li-Yu Jen, 1981: Planetary-scale waves and winter seasonal temperature forecasting in Taiwan. *Papers Meteor Res.*, **4**, 13-20.

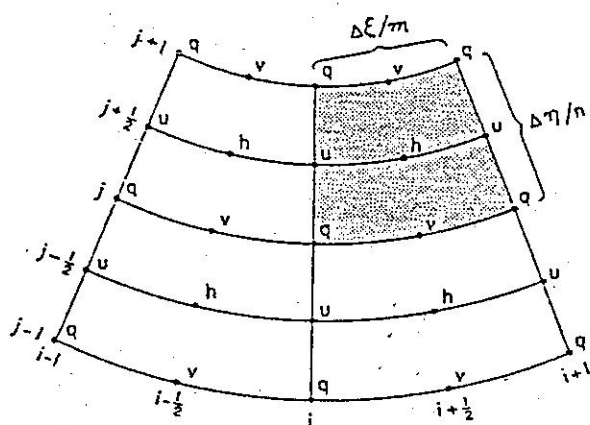


圖 1 內部區域網格點配置圖

(摘自 Arakawa and Lamb 1981)

Fig. 1 A portion of the spherical grid.

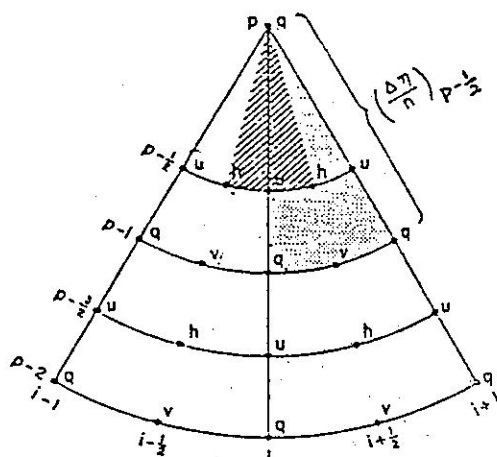


圖 2 極區網格點配置圖

Fig. 2 The spherical grid

near the North Pole.

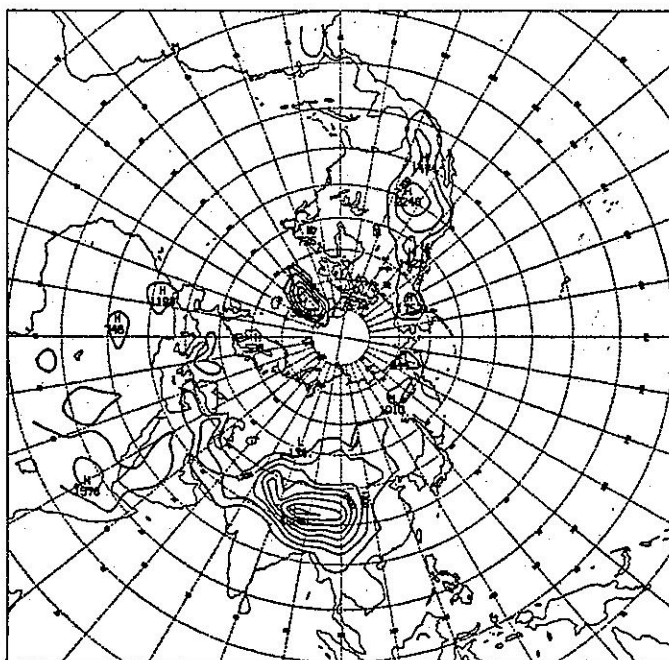


圖 3 地形高度圖

Fig. 3 Smoothed terrain height (meters)

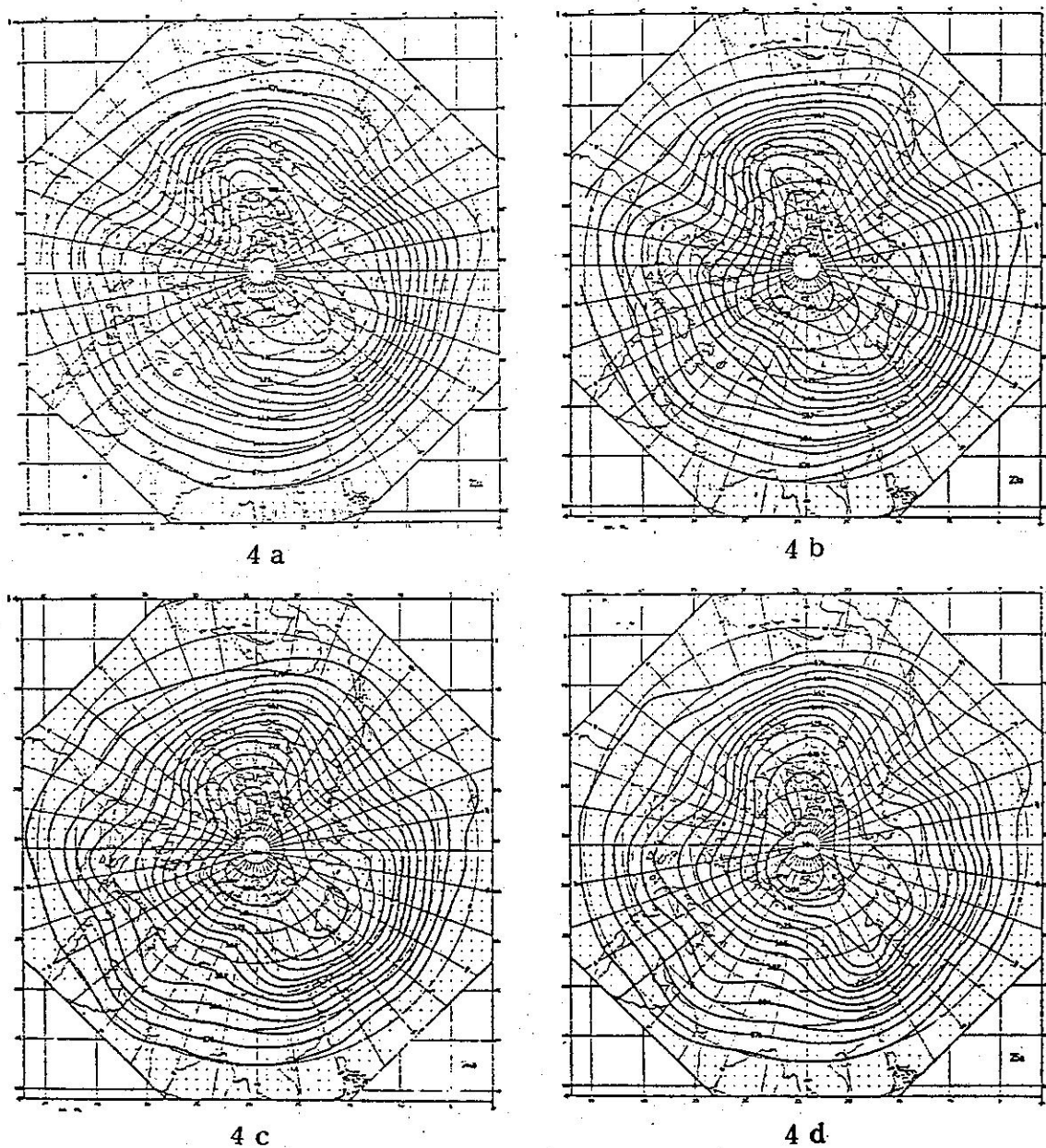
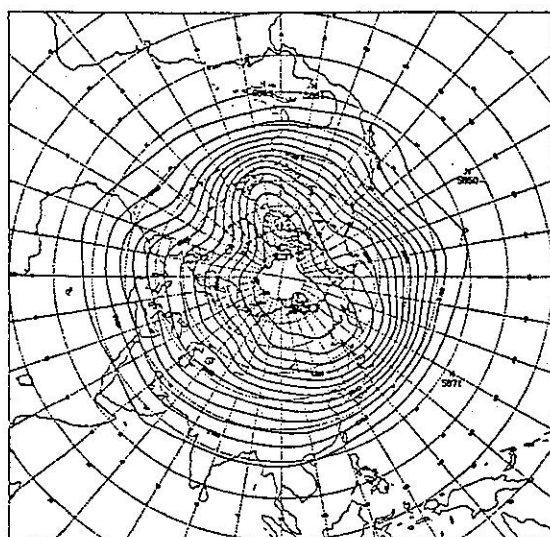
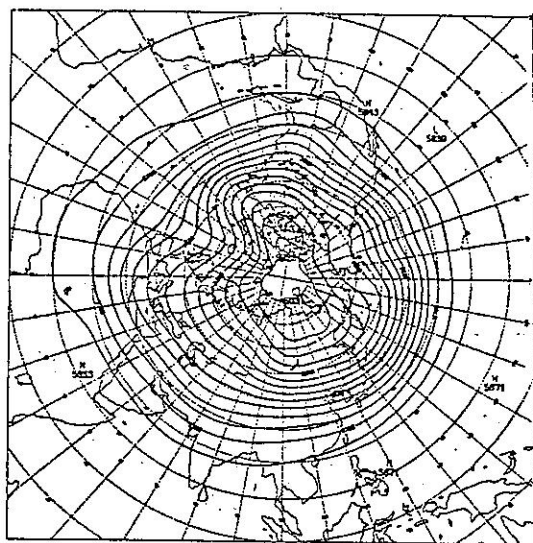


圖 4 寒潮爆發期間之北半球合成 500 mb 天氣圖
 4 a 冷鋒通過臺灣北部地區前72小時 500 mb 高度場
 4 b 冷鋒通過臺灣北部地區前48小時 500 mb 高度場
 4 c 冷鋒通過臺灣北部地區前24小時 500 mb 高度場
 4 d 冷鋒通過臺灣北部地區當時 500 mb 高度場
 (摘自蔡清彥1983)

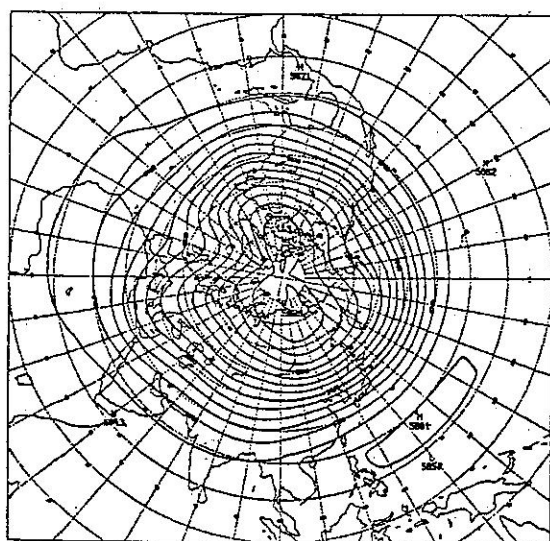
Fig. 4 Composite heigh field of 500 mb



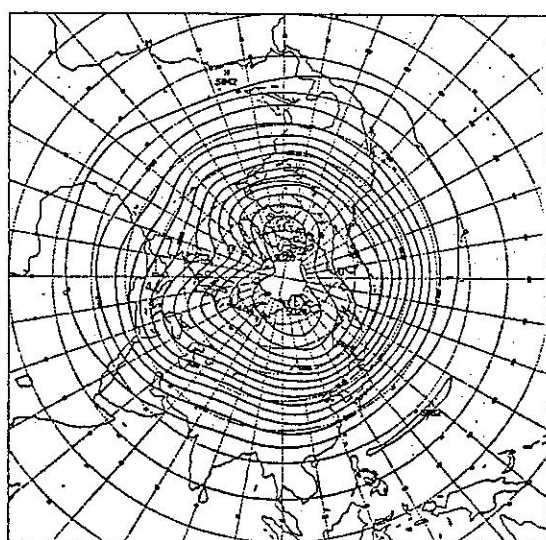
5a



5b



5c



5d

圖 5 不考慮地形之 500mb 預測高度場

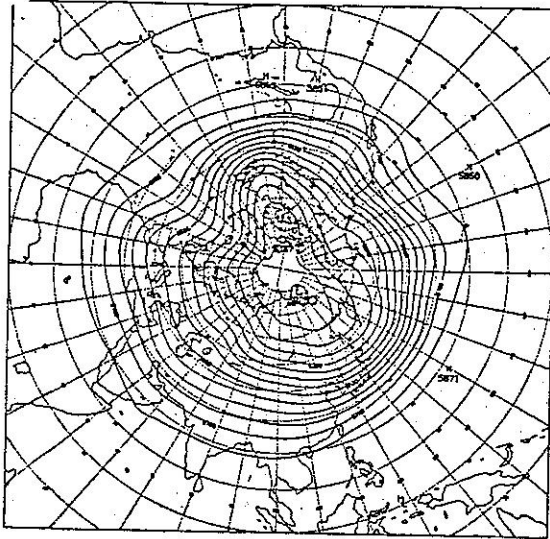
5 a 初始時間天氣圖 (同圖 4 a)

5 b 24小時預測圖 (校驗圖為圖 4 b)

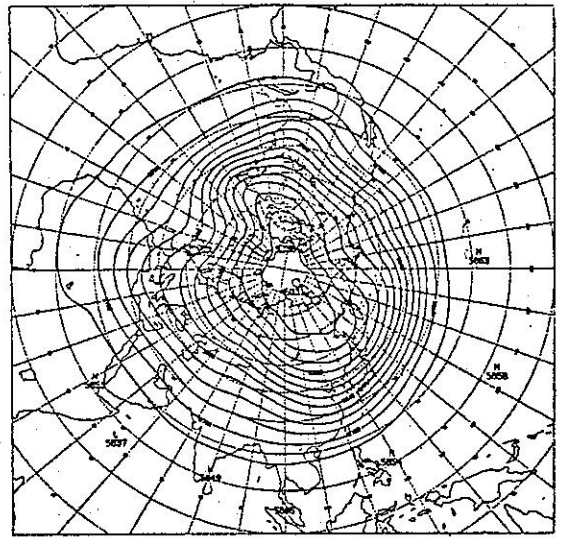
5 c 48小時預測圖 (校驗圖為圖 4 c)

5 d 72小時預測圖 (校驗圖為圖 4 d)

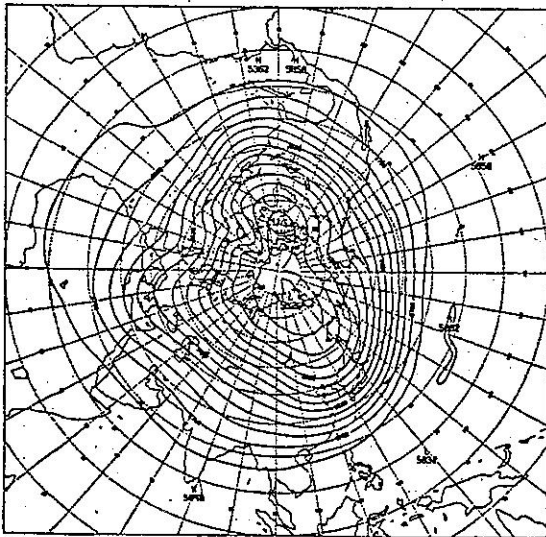
Fig. 5 Predicated heigh field of 500 mb without topographic effect.



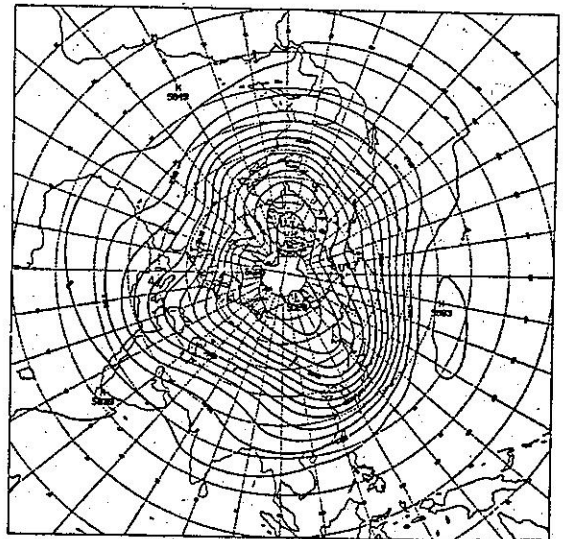
6 a



6 b



6 c



6 d

圖 6 考慮地形之 500mb 預測高度場

6 a 初始時間天氣圖 (同圖 4 a)

6 b 24小時預測圖 (校驗圖為圖 4 b)

6 c 48小時預測圖 (校驗圖為圖 4 c)

6 d 72小時預測圖 (校驗圖為圖 4 d)

Fig. 6 Predicated heigh field of 500 mb with topographic effect.

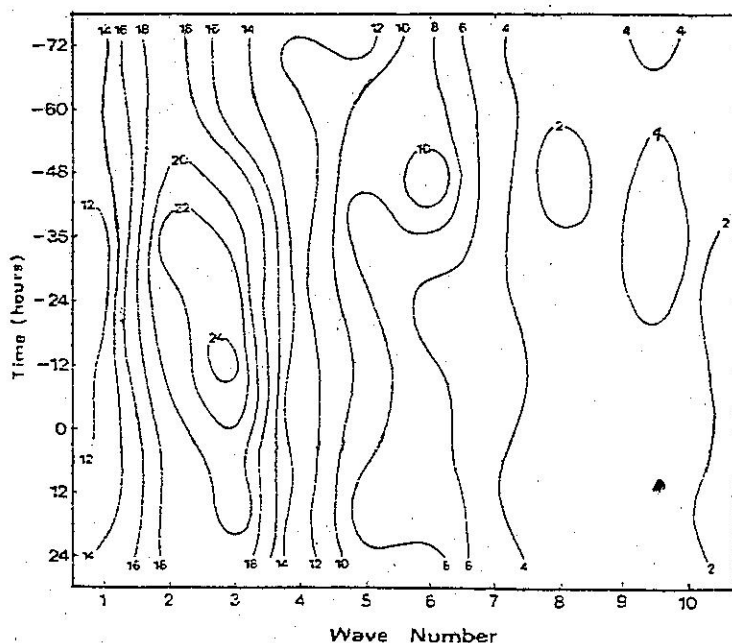


圖 7 50°N~70°N緯帶之波動動能在冷鋒通過臺灣北部前三天至後一天期間的變化情形。

等值線數字單位為 m^2s^{-2} (摘自蔡清彥1981)

Fig. 7 Time variations of wave kinetic energy ($\text{m}^2 \text{s}^{-2}$) for the 50°N–70°N latitude belt from 72 hours before to 24 hours after a cold front passing northern Taiwan.

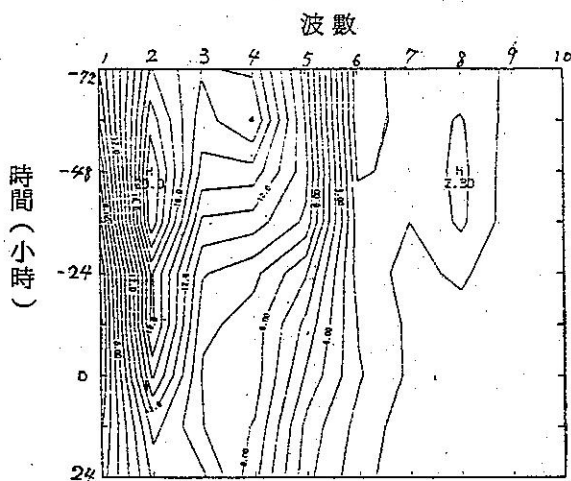


圖 8 不考慮地形，模式模擬之50°N~70°N緯帶波動動能隨時間變化的情形，等值線單位為 $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$

Fig. 8 Same as Fig 8. without topographic effect.

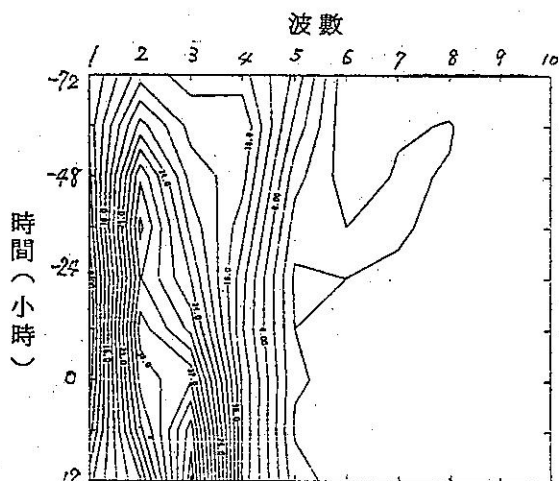


圖 9 考慮地形，模式模擬之 50°N~70°N 緯帶波動動能隨時間變化的情形，等值線單位為 $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$

Fig. 9 Same as Fig 8. with topographic effect.

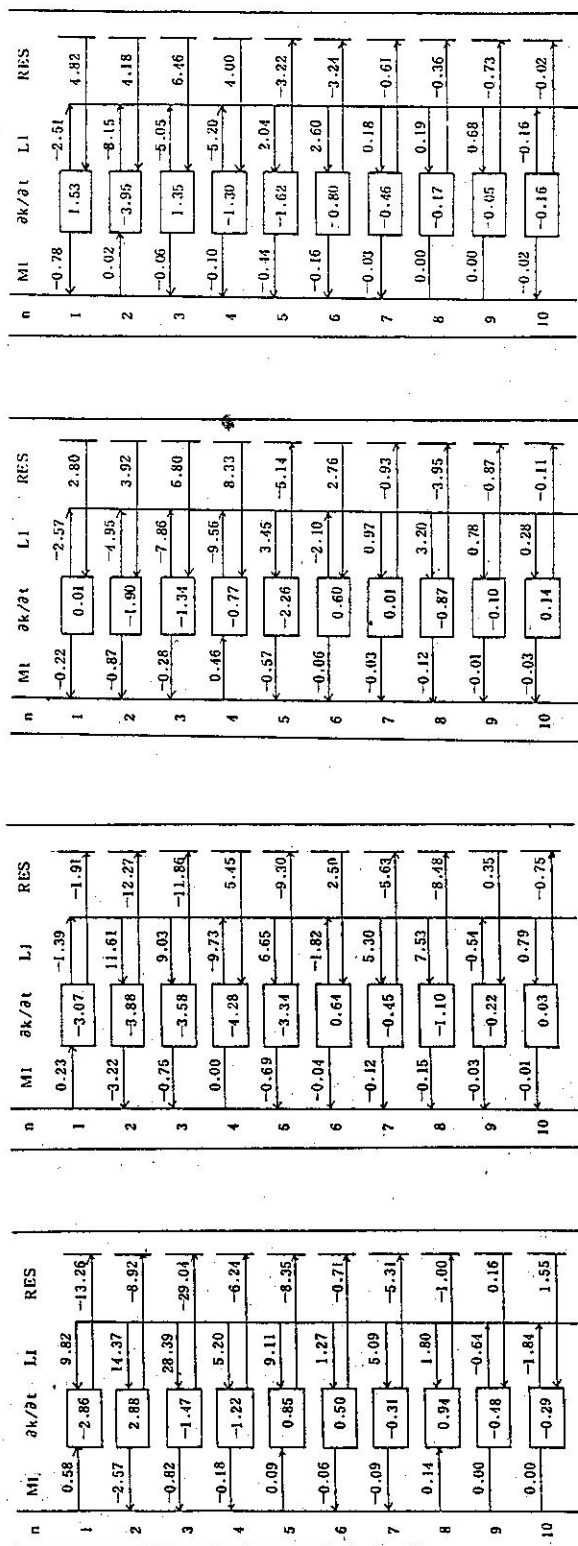


圖 10 不考慮地形，模式模擬之 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 緯帶上，波動動能方程式中各項之貢獻
(單位為 $\text{m}^2/\text{s}^2/\text{day}$)

a 寒潮爆發前60小時 b 寒潮爆發前36小時

c 寒潮爆發前12小時 d 寒潮爆發後12小時

Fig. 10 The contribution of wave kinetic energy equation of individual terms for the $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ latitude belt without topographic effect.

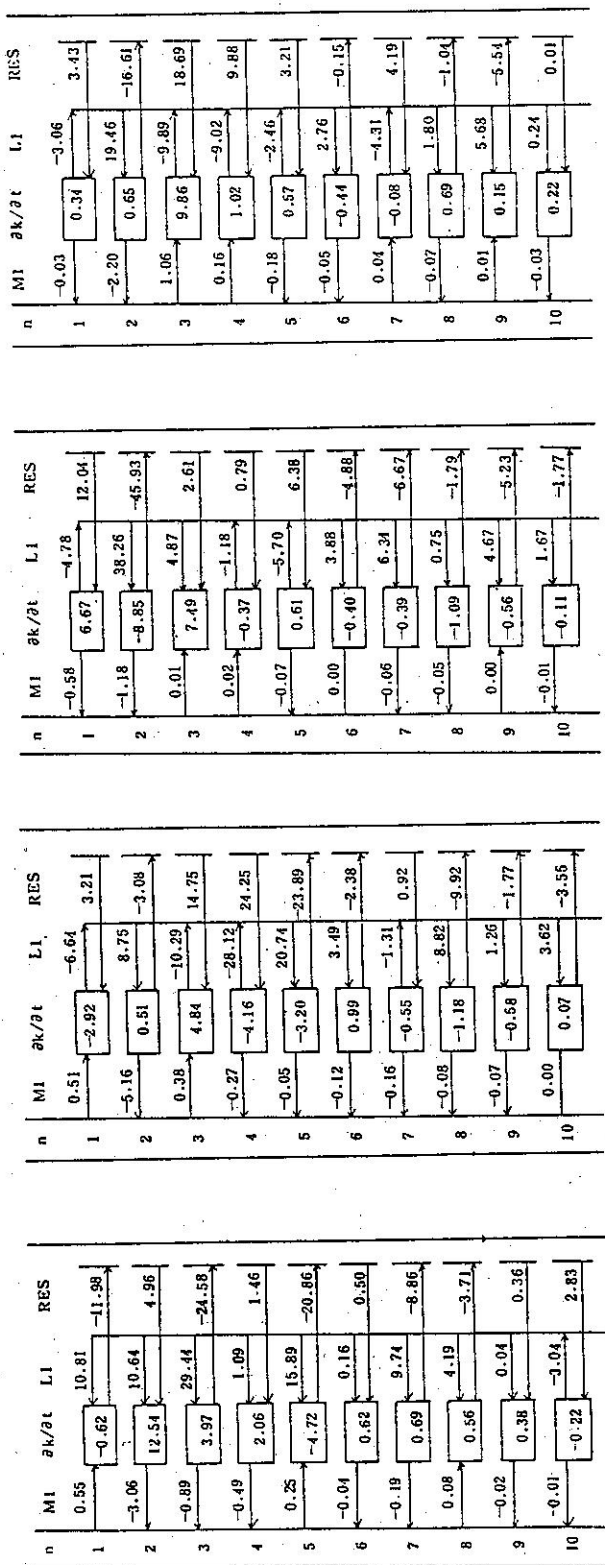


圖 11 考慮地形，模式模擬之 $50^{\circ}N \sim 70^{\circ}N$ 緯帶上，波動動能方程式中各項之貢獻

(單位為 $m^2/s^2/day$)

- a 寒潮爆發前60小時 b 寒潮爆發前36小時
c 寒潮爆發前12小時 d 寒潮爆發後12小時

Fig. 11 Same as Fig 11. with topographic effect.

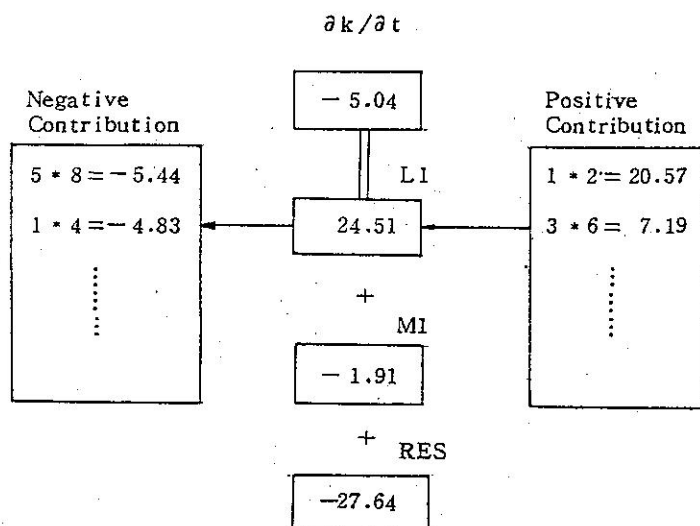


圖 12a 無地形模式模擬之波數 3，四個時間平均動能方程式各項數值
(單位為 $m^2/s^2/day$)

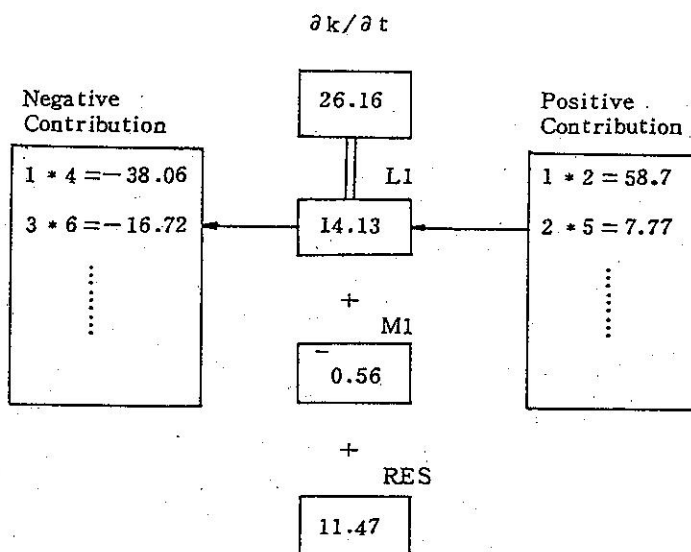


圖 12b 有地形模式模擬之波數 3，四個時間平均動能方程式各項數值
(單位為 $m^2/s^2/day$)

Fig. 12 The Simulated values of wave number 3 of individual terms of the averaged kinetic energy equation (a) without (b) with topographic effect.

A Case Study of Planetary Scale Waves and Eastern Asia Cold Surges by Using Hemispheric Shallow-Water Equations

Shuh-Haung Liaw Ching-Yen Tsay

ABSTRACT

In this model study, a hemispheric shallow water equation and potential enstrophy and energy conserving scheme are employed. The variations of 500 mb geopotential fields are simulated with and without orographic effects during the cold surge is invading Taiwan area. Meanwhile, the wind field data are substituted into the wave kinetic energy equation to calculate the variations of wave kinetic energies.

The model simulated 500 mb geopotential fields are capable of predicting both the troughs in eastern Europe and east coast of North America and the ridges in Seberia and eastern Atlantic ocean. With the topography in the model, the prediction of the troughs on eastern coast of North America and the ridges in Seberia are more close to the observations. In addition, calculating both with terrain and without terrain cases from wave kinetic energy, we find the kinetic energies of wave number 3 are contributed through the nonlinear interactions between wave number 1 and 2. Nevertheless, these kinetic energies of wave number 3 have distinguished difference in the different orographic cases. This difference may be due to the topographic influences on wave kinetic energy.