

利用正壓模式研究東亞寒潮爆發*

與行星尺度波動之關係

王 忠 山¹蔡 清 彥²

摘

要

本文寒潮數值模擬係使用正壓原始方程式，空間變數排列採用 Arakawa C 網格，時間積分係採用位渦度擬能及能量保守的數值方法 (Potential Enstrophy and Energy Conserving Numerical Scheme)。以 500mb 強寒潮個案合成圖為初始資料，模擬寒潮爆發期間行星波之變化。模式能模擬行星波由波數 2 演變為波數 3 之現象，但預測發生時間落後實際觀測約 12 至 24 小時。

將預測風場資料利用擾動動能方程式計算，證明模式預測波數 3 動能之增加係透過波數 2 與波數 5 之非線性交互作用，來自波數 5 之動能。

一、前 言

臺灣冬季期間當寒潮爆發時，常使農漁業者蒙受重大損失，而冬季時西伯利亞及蒙古地區高壓中心又近似滯留，使預報人員對寒潮爆發之時間及強度無法充分掌握並及早提出警告。此迫切的問題急待解決，故以往有關東亞寒潮之研究相當多。最近在行星波與寒潮之關係方面 Tsay and Jen (1981) 在研究臺灣地區冬季異常氣溫之長期預報時發現臺灣冬季氣溫與 500mb 波數 3 之行星波振幅有極密切之關係。波動動能在冷冬主要集中在波數 3 之行星波，而在暖冬則集中在波數 2。在冷冬合成平均天氣圖中最主要的特徵是 20°E~30°E 由芬蘭向南延伸至東歐及地中海區域的東歐槽線出現，並加強西伯利亞及大西洋的脊線，亦使北美東部的槽線西移。故冷冬期間北半球天氣圖以波數 3 之行星尺度波動為主。

另外，蔡及王 (1981) 曾研究波動間非線性能量交換與寒潮的關係。在行星波方面發現在寒潮爆發期間波數 3 的波動動能變化最為顯著，尤其動能在 50°N~70°N 間變化最大。先從寒潮爆發前 60 小時開始增加，約在寒潮爆發前 36 小時至寒潮爆發當時有相對最大值，然後隨時間遞減。

本文之主要目的為利用正壓模式模擬北半球

20°N~80°N 在寒潮爆發前後波動變化過程，以徹底了解行星波動由波數 2 轉變成波數 3 之變化機制，並透過波動動能方程式計算 50°N~70°N 間波動能變化情形以研究行星波間動能之非線性交互作用等內部動力過程。本文之另一目的為熟悉中央氣象局大型電腦化計畫中全球預報模式所引用的位渦度擬能及能量保守的數值方法，希望有助於大型數值預報作業系統之發展。

二、數值模式

本文係採用淺水方程式來模擬 500mb 等壓面之高度場及風場的正壓變化過程，因在整個流場中假設密度只是氣壓的函數，所以是正壓大氣，但在方程式中輻散項不為零，而有重力波存在，故此種模式稱輻散正壓模式或正壓原始方程式。現在所要模擬的 500mb 自由面，我們可視為地球表面上一層很薄的等密度流體，因密度是常數，故不需用到熱力學方程式。設底部為平坦且在 500mb 自由面上不考慮摩擦項，因此基本方程式就是

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{V}) = 0 \quad (3)$$

* 收稿日期：74年5月16日 修正日期：74年5月20日~6月10日。

1. 中央氣象局資訊測站課長。 2. 國立臺灣大學大氣科學系主任。

但為數值積分中導出渦度方程式及動能方程式較方便起見，吾人將(1)~(3)改寫成向量不變形式 (Vector Invariant Form)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u^2 + v^2}{2} - (f + \zeta)v = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{u^2 + v^2}{2} + (f + \zeta)u = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (5)$$

$$\frac{Dh}{Dt} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (6)$$

其中相對渦度 $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ 。(5)式對 x 微分減去(4)式對 y 微分，而得渦度方程式，將(6)式中輻散項代入其中得

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{f + \zeta}{h} \right) = 0 \quad (7)$$

即位渦度 $q = \frac{f + \zeta}{h}$ 為守恒，亦即

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla q = 0 \quad (8)$$

將(3)式連續方程對整個區域積分得

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint h dx dy = - \iint \nabla \cdot (h \vec{V}) dx dy = 0 \quad (9)$$

即總質量守恒。將(4)式乘以 hu 加上(5)式乘以 hv ，再利用(6)式之結果可推得總動能時間變率方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (hK) + \nabla \cdot (V^* K) + V^* \nabla \phi = 0 \quad (10)$$

其中 $K = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$, $V^* = h \vec{V}$, $\phi = gh$ ，將(3)式乘以 ϕ ，則可得到位能時間變率方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} gh^2 \right) + \nabla \cdot (V^* \phi) - V^* \cdot \nabla \phi = 0 \quad (11)$$

(10)式加(11)式並對整個區域積分，而得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[h \left(K + \frac{1}{2} gh \right) \right] = 0 \quad (12)$$

上式即表示對整個積分區而言，總能量係保守的。亦即

$$\frac{d}{dt} \iint \left(h \frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{gh^2}{2} \right) dx dy = 0 \quad (13)$$

另將(8)式乘以 hq 加上(6)式乘以 $\frac{1}{2} q^2$ 得位渦度擬能時間變率方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(h \frac{1}{2} q^2 \right) + \nabla \cdot (V^* \frac{1}{2} q^2) = 0 \quad (14)$$

若對整個範圍積分，設邊界無質點內流或外流則上

式第二項消失而得

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\left(h \frac{1}{2} q^2 \right)} = 0 \quad (15)$$

此即位渦度擬能保守。故我們所使用的數值方法不僅具有淺水方程式總能量守恒、總質量守恒及位渦度守恒三大特性，而且具一個對山脈地形特別良好的位渦度擬能保守的重要特性。

本文採用 channel 模式，水平網格距離在 x 及 y 方向均為 250km，網格數 146×25，東西方向 144 格子點，南北方向 25 格子點，東側兩行與西側兩行重疊，垂直方向只有一層。積分時間間距 $\Delta t = 5$ 分鐘，第一次積分使用 Forward Scheme，以後均使用 Leapfrog Scheme。為了避免中差法易使計算模 (Computational Mode) 隨時間長大，故每次時間積分後均使用 Robert (1966) 時間濾波器，其方程式如下：

$$F_{n+1} = \bar{F}_{n-1} + 2\Delta t (\partial F / \partial t)_n \quad (16-A)$$

$$\bar{F}_n = F_n + 0.15(F_{n+1} - 2F_n + \bar{F}_{n-1}) \quad (16-B)$$

其中 $\bar{F}_{n-1}$ 係假設在 $(n-1)\Delta t$ 時貯存之平均值， F_n 係 $n\Delta t$ 時未平均之值， F_{n+1} 係 $(n+1)\Delta t$ 時之預報值。由 (16-B) 所得之 $\bar{F}_n$ 係 $n\Delta t$ 時之平均值將逐次取代 (16-A) 中 $\bar{F}_{n-1}$ 之值，如此重覆進行至積分終止時間為止。

三、數值解法

將 $q = \frac{f + \zeta}{h}$, $\phi = gh$ 及 $K = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ 代入

(4), (5) 兩式並將結果與(3)式並列得

$$\frac{\partial u}{\partial t} - qhv + \frac{\partial}{\partial x} (K + \phi) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + qhu + \frac{\partial}{\partial y} (K + \phi) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{V}) = 0 \quad (19)$$

上列三式係數值模式中差分運算所使用之公式。水平空間變數排列係選用如圖 1 所示之交錯 (Staggered) 形式的 Arakawa C 網格 (grid)。其理由乃因此種交錯形式變數排列與不交錯 (non-staggered) 相比較可節省一半計算時間，且在時間積分使用中差法時可減少數值解分離等問題。此外依 Winninghoff (1968), Arakawa and Lamb (1977) 及 Schoenstadt (1978) 等人之研究，使用 C 網格系統對相速及羣速之解較接近解析

解。此特性非常重要，因羣速係代表能量傳播之速度，大規模數值模擬中不僅要求相速正確，更要求對能量之傳遞合理。

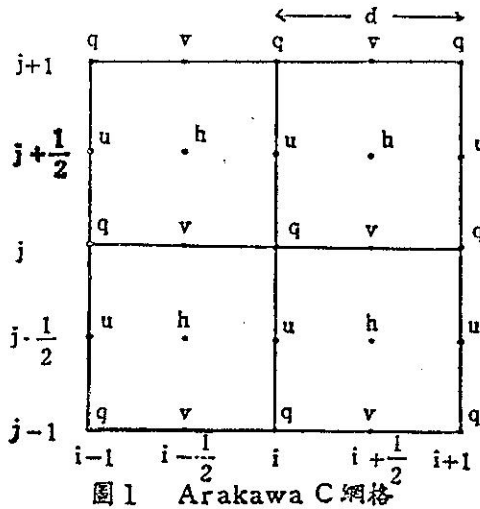


圖 1 Arakawa C 網格

Fig. Arakawa C grid

爲了簡化起見將時間導數項暫時保持微分形狀，而將空間微分以定差形式表示，則(9)式連續方程可寫爲

$$\frac{\partial}{\partial t} h_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + (\nabla \cdot V^*)_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} = 0 \quad (20)$$

其中 $(\nabla \cdot V^*)_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}$

$$\equiv \frac{1}{d} (u^*_{i+1, j+\frac{1}{2}} - u^*_{i, j+\frac{1}{2}} + v^*_{i+\frac{1}{2}, j+1} - v^*_{i+\frac{1}{2}, j})$$

$$u^*_{i+1, j+\frac{1}{2}} \equiv [h^{(u)}u]_{i+1, j+\frac{1}{2}}$$

$$v^*_{i+\frac{1}{2}, j} \equiv [h^{(v)}v]_{i+\frac{1}{2}, j}$$

$$h^{(u)}_{i+1, j+\frac{1}{2}} = \frac{h_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + h_{i+\frac{3}{2}, j+\frac{1}{2}}}{2}$$

$$h^{(v)}_{i+\frac{1}{2}, j} = \frac{h_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + h_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}}{2}$$

動量方程式(17)式及(19)式則可寫成：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} u_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} - \alpha_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2}, j+1} - \beta_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} v_{i-\frac{1}{2}, j+1} \\ - \gamma_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} v_{i-\frac{1}{2}, j} - \delta_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2}, j} + \epsilon_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} u_{i+1, j+\frac{1}{2}} \\ - \epsilon_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} u_{i-1, j+\frac{1}{2}} + d^{-1} [(K + \phi)_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \\ - (K + \phi)_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}] = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} v_{i+\frac{1}{2}, j} + \gamma_{i+\frac{1}{2}, j} u_{i+1, j+\frac{1}{2}} + \delta_{i+\frac{1}{2}, j} u_{i+\frac{1}{2}, j} \\ + \alpha_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} u_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + \beta_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} u_{i+1, j-\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2}, j+1} \\ - \phi_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} v_{i+\frac{1}{2}, j-1} + d^{-1} [(K + \Phi)_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \\ - (K + \Phi)_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}] = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{其中 } q_{i,j} \equiv \frac{(f + \zeta)_{i,j}}{h^{(u)}_{i,j}}$$

$$= \frac{f_{i,j} + d^{-1} (u_{i,j-\frac{1}{2}} - u_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i+\frac{1}{2},j} - v_{i-\frac{1}{2},j})}{(h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + h_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})/4}$$

$$\epsilon_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [q_{i+1, j+1} + q_{i, j+1} - q_{i, j} - q_{i+1, j}]$$

$$\phi_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [-q_{i+1, j+1} + q_{i, j+1} + q_{i, j} - q_{i+1, j}]$$

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [2q_{i+1, j+1} + q_{i, j+1} + 2q_{i, j} + q_{i+1, j}]$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [q_{i, j+1} + 2q_{i-1, j+1} + q_{i-1, j} + 2q_{i, j}]$$

$$\gamma_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [2q_{i, j} + q_{i-1, j} + 1 + 2q_{i-1, j} + q_{i, j}]$$

$$\delta_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} [q_{i+1, j+1} + 2q_{i, j+1} + q_{i, j} + 2q_{i+1, j}]$$

四、初始資料處理及數值模擬

4-1 初始資料處理

本文使用美國國家氣象中心 (NMC)，自1967年12月至1977年2月共十個冬季之500mb高度場客觀分析資料，並採用任與蔡 (1981) 所用之寒潮定義共挑選21個強寒潮個案，求取寒潮爆發前72小時至寒潮發生後24小時，每隔12小時之合成天氣圖。利用內插法將上述合成圖中 17.5°N~82.5°N 緯帶間高度資料換算至每2.5°經度×2.5°緯度的交叉點上，作爲初始資料以及與預報結果比較之檢驗資料之用。利用此資料依地轉風公式求取 30°N~70°N 緯帶之東西風分量 (u) 及南北風分量 (v)，並將20°N及80°N之u分量沿緯圈平均而得 U_{20} 及 U_{80} 。爲避免邊界條件破壞30°N~70°N 間之預報資料，將模式範圍擴大爲 20°N~80°N，在邊界上假設 $v=0$ ， $u=\bar{u}$ 是常數而不是x及t的函數，30°N~70°N 風場初始資料則採用前述計算之風場，而在20°N~30°N及70°N~80°N區間往外線性遞減，其目的爲保存30°N~70°N之波動。東西方向因假設循環邊界條件 (Cyclic Boundary Condition) 故無邊界問題。

爲使風場與高度場一致，我們利用地轉渦度方程式

$$\nabla^2 Z = \frac{f}{g} \zeta \quad (23)$$

其中

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, (\nabla \text{ 爲定差算符})$$

進行初始化工作，以 17.5°N 及 82.5°N 平均高度當邊界條件解上述 Poisson 方程而求得 $20^{\circ}\text{N}\sim 80^{\circ}\text{N}$ 間初始高度場，以確保初始狀態內無重力波存在。

4—2 數值模擬

輸入預報時間、資料輸出時間間距及積分時間間距，讀入上節計算所得之高度場及風場，並計算高度場、風場之時間趨勢及位渦度，第一個時間間距使用前差法 (Forward Scheme)，以後均使用跳蛙式 (Leapfrog Scheme) 來計算下一個時間之風場及高度場，並利用 Robert 時間濾波器進行修勻工作，每隔12小時將計算結果輸出以供繪圖及計算波動動能之需。

五、模擬結果之分析

5—1 高度場

圖 2 a 至 2 d 為寒潮爆發前72小時至寒潮爆發當時每隔24小時實際觀測之合成高度場分佈圖。由這些時間序列合成圖，我們可以明顯的看出：(1)東歐槽線（位於 $10^{\circ}\text{E}\sim 30^{\circ}\text{E}$ ）之振幅有明顯的隨時間增加。(2)西伯利亞脊線（位於 $90^{\circ}\text{E}\sim 110^{\circ}\text{E}$ ）亦隨時間加強。(3)東亞主槽亦隨時間加深且由 140°E 西退至 120°E 附近。(4)東太平洋脊線（位於 130°W

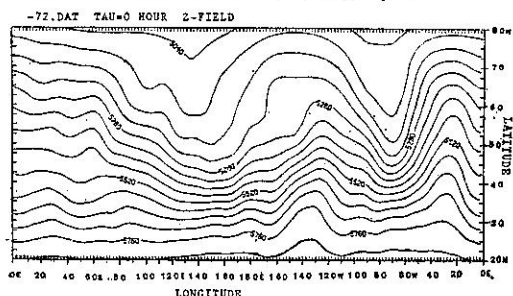


圖 2 a 寒潮發生前72小時高度場

Fig. 2a Observational 500mb geopotential height at 72 hours before cold surge outbreaks.

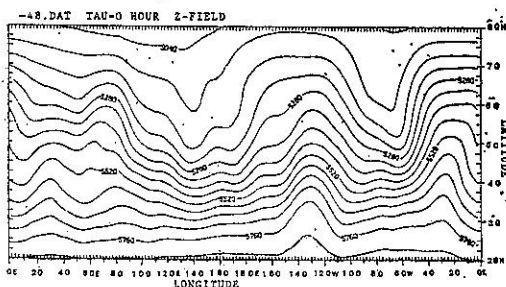


圖 2 b 寒潮發生前48小時高度場

Fig. 2b Same as Fig. 2a, but 48 hours before cold surge outbreaks.

附近) 隨時間加強。(5)北美洲東岸之槽線由 70°W 西移至 90°W 。(6)東大西洋脊線變化則較小。由此可知，在臺灣寒潮爆發前72小時至寒潮爆發當時，行星波有明顯的由波數2變為波數3之趨勢。

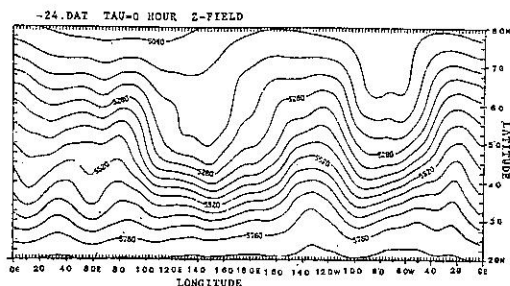


圖 2 c 寒潮發生前24小時高度場

Fig. 2c Same as Fig. 2a, but 24 hours before cold surge outbreaks.

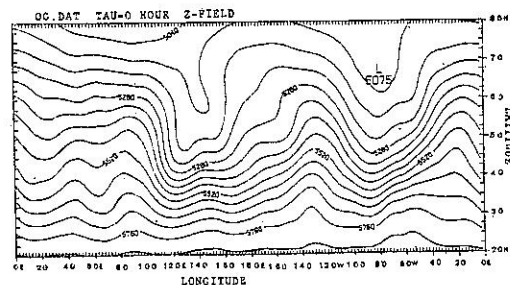


圖 2 d 寒潮發生當時之高度場

Fig. 2d Observational geopotential height of 500mb at cold surge occurs.

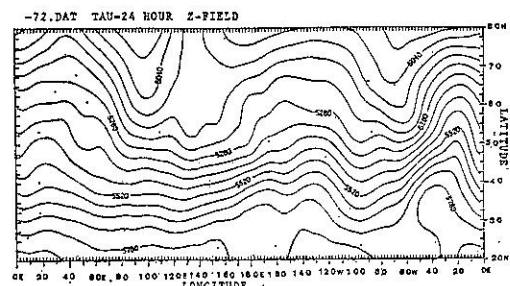


圖 3 a 用寒潮發生前72小時資料預測24小時之高度場

Fig. 3a Use 500mb observational geopotential height field at 72 hours before cold surge to predict 500mb geopotential height at 24 hours later. (TAU=24.)

圖 3 a 至 3 c 是以寒潮爆發前72小時為初始時間的24、48及72小時預測圖。由圖中可見預測行星波由波數2變為波數3的趨勢。各槽脊線之預報結果敘述如下：(1)東歐槽線（位於 10°E 附近）振幅

隨時間增強，至寒潮發生時（圖 3 c）達最大。其位置與強度與觀測者十分接近。(2)西伯利亞脊線的預測位置稍偏西且強度太弱。(3)東亞主槽的預測位置亦偏西且強度太弱。(4)東太平洋脊線48小時之預報位置與強度均與觀測者十分接近，但72小時則強度太弱。(5)北美東岸槽線預報位置與觀測者十分接近，由 70°W 向西移至 90°W ，但其強度稍嫌太弱。(6)東大西洋脊線之預報位置則較觀測者偏西且涵蓋範圍增大。

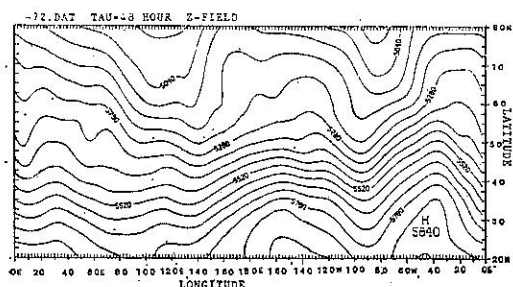


圖 3 b 用寒潮發生前72小時資料預測48小時之高度場
Fig. 3b Same as Fig. 3a, but TAU=48.

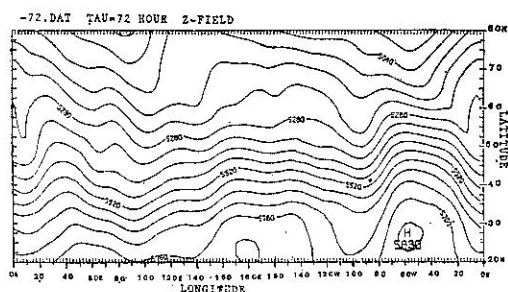


圖 3 c 用寒潮發生前72小時資料預測72小時之高度場
Fig. 3c Same as Fig. 3a, but TAU=72.

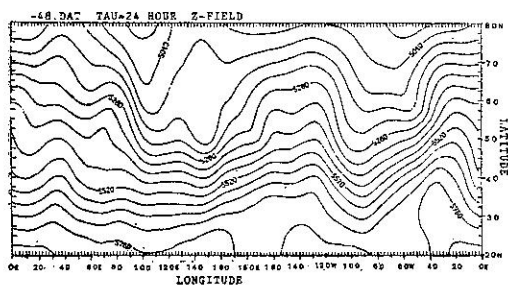


圖 4 a 用寒潮發生前48小時資料預測24小時之高度場
Fig. 4a Use 500mb observational geopotential height field at 48 hours before cold surge to predict 500mb height field at TAU=24.

圖 4 a 至 4 b，是以寒潮爆發前48小時為初始時時間的24小時及48小時預測圖。由此兩圖可看出預測行星波亦有由波數2變為波數3的趨勢。一般而言，東歐槽線、北美東岸槽線、東太平洋脊線及東大西洋脊線之位置與強度均與觀測者十分接近。但西伯利亞脊線與東亞槽則位置稍偏西且強度太弱。

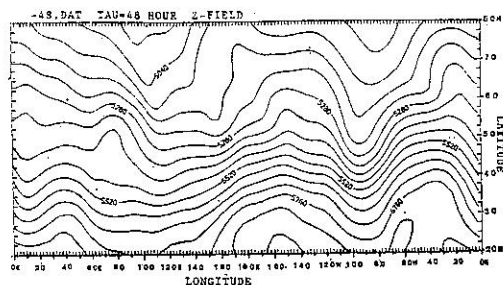


圖 4 b 用寒潮發生前48小時資料預測48小時之高度場
Fig. 4b Same as Fig. 4a, but TAU=48.

5—2 平均西風之時間變化

圖 5 為寒潮爆發前72小時、48小時、24小時及0小時之實際觀測平均西風隨緯度的分佈圖。

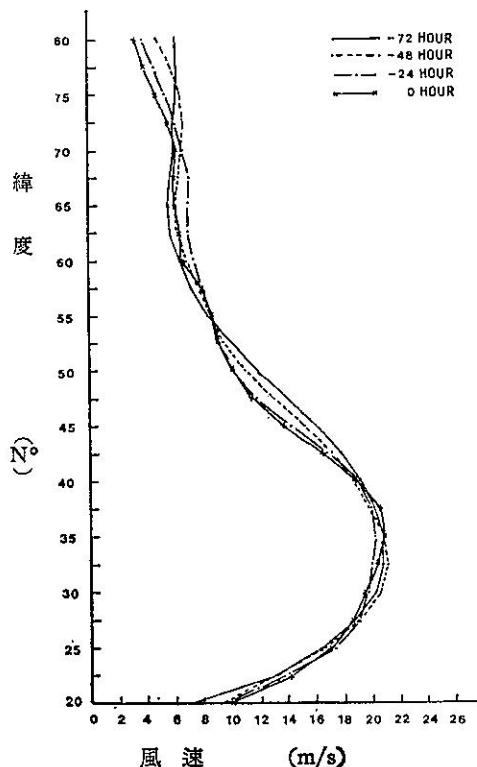


圖 5 觀測的平均西風隨緯度之分佈
Fig. 5 The observed time sequence mean westerlies variation with latitude.

圖 6 則為以寒潮爆發前72小時為初始時間的預報平均西風分佈圖。

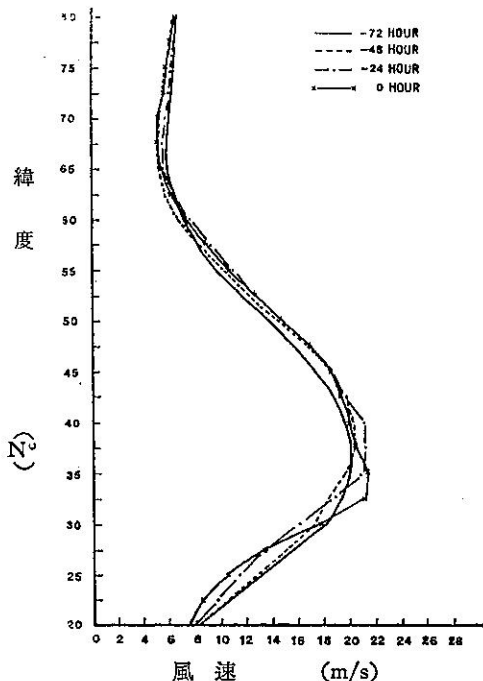


圖 6 預測的平均面風隨緯度之分佈

Fig. 6 The predicted time sequence mean westerlies variation with latitude.

由此兩圖可知，預測平均西風與實際觀測者十分接近，平均西風的大小及其隨緯度的分佈形狀隨時間均沒有明顯的變化。由此可知，在寒潮爆發前72小時至0小時時間，行星波數2振幅減小而波數3振幅增大的現象，並非由線性正壓不穩定所造成。本文利用正壓原始方程式模式即能預測波數2與波數3行星波之時間變化，可見行星波之時間變化是由非線性正壓過程所造成。我們將在下兩小節詳細分析這個物理過程。

5—3 波動動能之時間變化

圖 7 為蔡清彥、王時鼎 (1981) 所分析之 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 緯帶波動動能在臺灣寒潮爆發前72小時至後24小時期間的變化情形。此圖的最主要特徵是波數3的動能從臺灣寒潮爆發前48小時開始有明顯的增加，到寒潮爆發前12小時有極大值，然後開始隨時間減小。在寒潮爆發前72小時至前36小時期間，波數2有較大的動能。但在寒潮爆發前24小時至後12小時期間，則波數3有較大的動能。

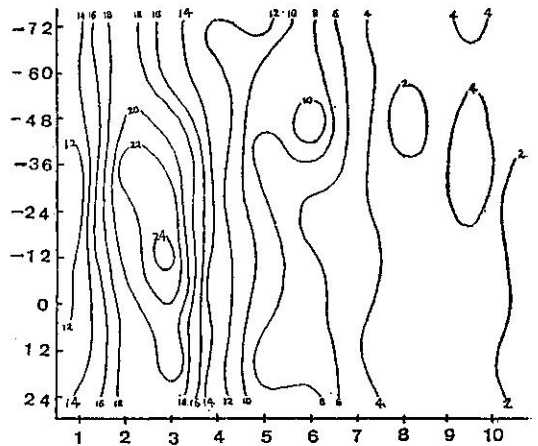


圖 7 觀測 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 緯帶之波動能在冷鋒通過臺灣北部前三天至後一天期間的變化情形 (等值線數字單位為 m^2S^{-2})

Fig. 7 Between latitude 50°N and 70°N , wave energy of different wavenumber to change with time (from three days before cold front arrive northern Taiwan to one day after)

圖 8 則為以寒潮爆發前72小時為初始時間之 $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 緯帶波動動能之時間變化情形。在此圖中波數3的動能從寒潮爆發前24小時才開始有顯著的增加，到寒潮爆發後12小時有極大值。在寒潮爆發前12小時至後12小時期間，波數3有相對較大

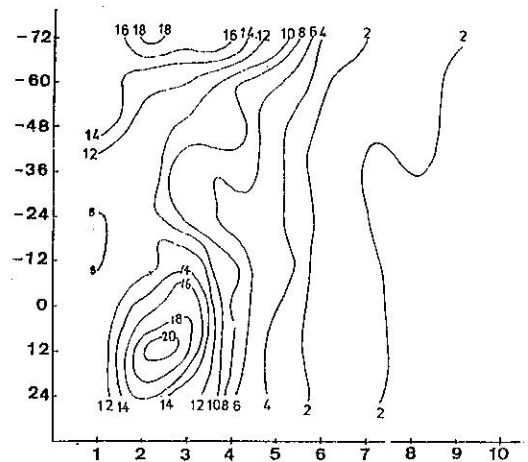


圖 8 由寒潮爆發前72小時資料預測至寒潮爆發後24小時， $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ 緯帶之波動動能隨時間變化情形。

Fig. 8 Use observational height field at 72 hours before cold surge occurs to predict $50^{\circ}\text{N} \sim 70^{\circ}\text{N}$ (latitude) wave energy to change with time (from TAU=-72 to TAU=24).

的動能。因此，預測波數 3 動能的增加較實際觀測者落後 12 至 24 小時。但本文模式似能預測行星波波數 3 動能的成長情形。

5-4 波動動能變化之計算

Tsay and Kao (1978) 及 Tsay (1979) 曾利用擾動動能方程式計算實際大氣動能之時間變化。我們利用相同之擾動動能方程式計算預測波動動能之變化。波數 n 之動能方程式如下：

$$\frac{\partial K(n)}{\partial t} = L_1(n) + M_1(n) + RES(n) \quad (24)$$

其中 $\partial K/\partial t$ 為動能之時間變率， L_1 為非線性動能交換項， M_1 為平均緯流動能與波動動能交換項， RES 則為剩餘項。公式 24 中我們的積分範圍為 $50^\circ\text{N} \sim 70^\circ\text{N}$ ，因為我們採用正壓原始程式，因此

動能方程式中沒有位、動能轉換項、摩擦損耗項，以及風場垂直微分項等，而剩餘項只包括邊界位能與動能通量，以及計算誤差等的影響。在計算誤差中， $\partial K/\partial t$ 項之誤差可能會很大，此乃因在能量方程式中我們採用中差法而時距為 12 小時，而利用正壓原始方程式作預報時我們採用之時距為 5 分鐘。

圖 9 a、9 b 及 9 c 分別是以寒潮爆發前 72 小時為初始時間之 24、48 及 72 小時預報結果。在這三個時間，波數 3 的動能都有顯著的增加 ($\partial K/\partial t$ 均為正)，而其動能之增加主要是來自非線性動能之轉換。線性正壓動能轉換項很小，可見波數 3 之動能不是來自平均緯流。另外，剩餘項數值也很大，可能是計算誤差及邊界項所造成的。再檢查非線性動能轉換項，我們發現在這三個時間，波數 5 持續透過非線性作用損失動能。

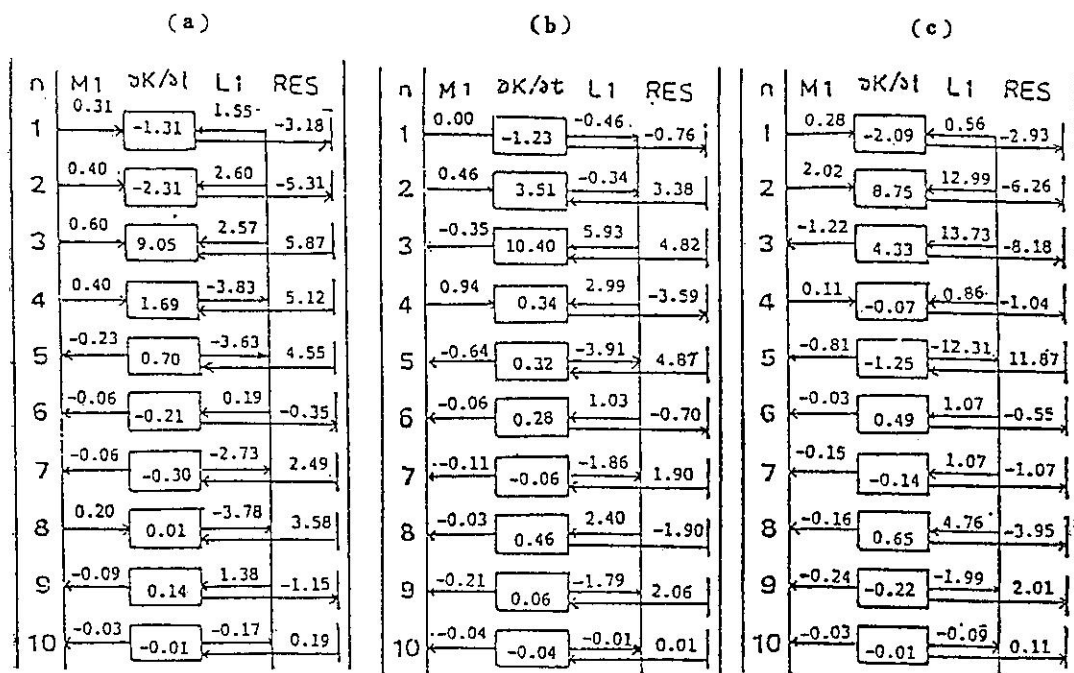


圖 9 a 預測 48 小時 $50^\circ\text{N} \sim 70^\circ\text{N}$ 緯帶上，波數動能方程式中各項之貢獻。圖 9 b 預測 60 小時 $50^\circ\text{N} \sim 70^\circ\text{N}$ 緯帶上，波數動能方程式中各項之貢獻。圖 9 c 預測 72 小時 $50^\circ\text{N} \sim 70^\circ\text{N}$ 緯帶上，波數動能方程式中各項之貢獻。

Fig. 9a Use the same observational data as Fig. 8 to compute the contribution of interaction between waves of wave number n and the mean zonal motion, $M1$: nonlinear interaction contribution to waves of wave number n $L1$: kinetic energy change with time ($\partial K/\partial t$), and residual term at $\text{TAU}=48$. Fig 9b Same as Fig. 9a, but $\text{TAU}=60$. Fig 9c Same as Fig. 9a, but $\text{TAU}=72$.

為進一步了解非線性交互作用，我們進一步計算非線性動能交換項各分量的時間平均（24、48 及 72 小時三個預測時間平均）。

圖 10 a 及 10 b 分別為波數 3 及波數 5 之三個時間平均動能方程式各項數值。（其中符號 2×5 代表波數 2 與波數 5 非線性交互作用對波數 3 動能之

貢獻。)由圖10 a 知,波數3動能之增加主要透過波數2與波數5非線性交互作用來自波數5之動能。而由圖10 b 知,波數5透過波數2與波數3之非線性交互作用損失動能。

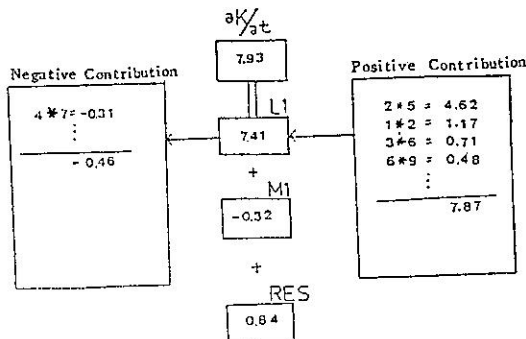


圖10 a 波數3三個時間平均動能方程式各項數值
Fig. 10a Use the value of Fig. 9a-9c to take the average kinetic energy at TAU= 48, 60, 72 for wave number 3.

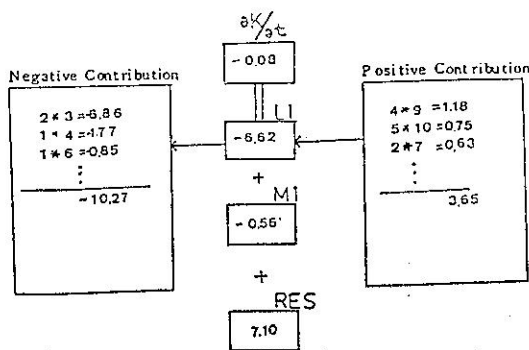


圖10 b 波數5三個時間平均動能方程式各項數值
Fig. 10b Same as Fig. 10a, but for wave number 5.

六、結 論

由實際觀測天氣圖可發現寒潮期間行星波係由波數2演變為波數3。本文數值模擬採用正壓原始方程式確能預測此項行星波長之改變,但預測之變化時間稍慢些。

將預測之風場經由富氏轉換 (Fourier Transform) 至波數域 (Wave-Number Domain) 然後代入擾動動能方程式計算波動動能,證明模式預測波數3動能之增加是透過波數2與波數5之非線性交互作用,來自波數5之動能。故需要進一步研究波數2與波數5之非線性交互作用如何貢獻

波數3之動能。亦即分析此等波數之相對位置和對應之天氣圖型式。

如欲改進模擬結果,需用半球模式加入地形,以進一步了解地形對行星波形成之影響。

七、致 謝

本研究進行期間承國科會經費支援及中央氣象局研究發展科胡科長仲英慨允使用該局電子計算機及精良的繪圖系統,余進義先生協助能量部份之計算,特致由衷的謝忱。

八、參考資料

1. Arakawa, A. and V. R. Lamb, 1981: A Potential Enstrophy and Energy Conserving Scheme for the Shallow Water Equations. Mon. Wea. Rev. 109, 18-36.
2. Arakawa, A. and V. R. Lamb, 1977: Computational Design of the Basic Dynamical Processes of the UCLA General Circulation Model. Methods in Computational Physics Advances in Research and Application Vol. 17, 174-264.
3. Haltiner, G. J. and R. T. Williams, 1980: Numerical Predication and Dynamic Meteorology. John Wiley and Sons, Inc., 477pp.
4. Robert, A. J., 1966: The Integration of a Low Order Spectral Form of the Primitive Meteorological Equations. J. Meteor. Soc. Japan, Ser. 2. 44. 237-245.
5. Tsay, C. Y. and Li-Yu Jen, 1981: Planetary-Scale Waves and Winter Seasonal Temperature Forecasting in Taiwan. Papers Meteor. Res., 4, 13-20.
6. Tsay, C. Y. and S. K. Kao, 1978: Linear and Nonlinear Contributions to the Growth and Decay of the Large Scale Atmospheric Waves and Jet Stream. Tellus 30, 1-14.
7. Tsay, C. Y., 1979: Growth and Decay of Large-Scale Waves in the Tropical Upper Troposphere during the Northern Summer. J. Atmos. Sci., 36, 24-31.
8. 蔡清彥, 王時鼎, 1981: 波動間非線性能量交換與寒潮爆發, 國立臺灣大學大氣科學系研究報告 WMS-03號, 28pp.

A Study of Planetary Scale Waves and Eastern Asia Cold Surges by Using the Barotropic Model

Chung-Shan Wang

Section Chief of Computer Center,
Central Weather Bureau.

Ching-Yen Tsay

Professor of Department of Atmospheric
Science, National Taiwan University.

ABSTRACT

Observationally, the northern hemispheric planetary wave number is 2 during the winter season. As the cold surge outbreaks in eastern Asia, the planetary wave number changes to 3. The purpose of this report is to study the non-linear interaction of the planetary waves by using the barotropic model. We adopt the potential enstrophy and energy conserving numerical scheme in the shallow water channel model. The grid arrangement is Arakawa C grid.

We use composite maps of severe cold surge cases as the initial data. It is found that this model is able to simulate the observed phenomena of wave number changing from 2 to 3. But the simulated wave number change lags behind that of observation in the order of 12-24 hours.

From the computation of perturbation kinetic energy equation, we discover that the increased kinetic energy of wave number 3 is coming from wave number 5 through the non-linear interaction between wave number 2 and wave number 5.