

# 應用垂直風切圖與李查遜數目 對晴空亂流之個案研究

## *Application of the Vertical Windshear Chart and Richardson Numbers to A Case Study of Clear Air Turbulence*

郭 文 鑠

Wen-Shuo Kuo

### Abstract

The vertical wind shear and the Richardson number express the role of important effects in producing clear air turbulence. By means of the thermal wind equation, a method for indirectly calculating the vertical wind shear is derived. Then from the potential temperature equation and the thermal wind equation, other simplified method method is brought forth for calculating the Richardson number.

These two methods were applied to a case study of CAT encountered by CAL 008 scheduled flight over Kagoshima, Japan on December 4, 1975. It was found that only the vertical wind shear could not justify the occurrence of CAT. With a view to having right conclusion, it should consider the Richardson number in combination with synoptic factors as well the vertical wind shear.

### 一、前 言

噴射時代的來臨，使飛行高度升高到雲層與風暴的上面，原以為影響飛行的天氣將僅限於起降階段，未料在巡航階段，又有晴空亂流的困擾。這項新的困擾是指出發生在無雲高空的非對流性的亂流，雖非常見，但在廣大空域中沒有天氣現象伴同發生，不易為飛行員所看見，往往如突然近入陷阱，導致程度不等的危害，飛機顛簸震撼，旅客及空勤人員碰撞受傷，甚至於使飛機結構受到損害，造成不幸災難。

近年來，有關亂流現象的研究資料不少，可以參考應用。本文根據垂直風及李查遜數目的基本理論，推導簡易方法。對民國 64 年 12 月 4 日中華航空公司 008 班機在飛往日本退中所遭遇的晴空亂流，試作個案分析。

### 二、垂直風切圖

風切為產生亂流的動力，國際民航組織在其發佈的「防避亂流規則」<sup>(9)</sup>中，指出引起亂流的風切臨界值，在 300 mb 等壓面上，水平切約為 20 Knots/60 NM，垂直風切約為 5 Rnnts/1000 ft，就風切而言，後者，顯然重要得多。按該組織的航空氣象服務程序 (Procedure of Air Navigation-MET)，有垂直風切圖的提供。如何繪製這項垂直風切圖？直接的方法，固可自測站的探空紀錄，描出風速剖面，在強風層上下的適當垂直距離內算出垂直風切，取其平均值。但這樣逐點計算，費時繁重，頗難適應航空氣象服務的需求。

Petterson Priesly<sup>(6)</sup>曾指出，分析等壓面上水平溫度，可決定此等壓面上下層間之垂直風切。引

用溫度風方程式，可導出間接的方法於下，吾人已知地轉風方程式為：

$$U_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots(1)$$

$$V_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots(2)$$

分別對高度微分：

$$\frac{\partial U_g}{\partial Z} = -\frac{g}{fT} \left( \frac{\Delta T}{\Delta y} \right)_p \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial V_g}{\partial Z} = \frac{g}{fT} \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_p \dots\dots\dots(4)$$

因此，溫度風方程式可寫成：

$$\frac{\partial V_g}{\partial Z} = -\frac{g}{fT} \left( -\frac{\Delta T}{\Delta n} \right)_p \dots\dots\dots(5)$$

設以右下附零者表示分析的氣壓面，另以右下附 1 者表示欲得風的氣壓面，若穿越等溫線之氣溫遞減率變化不大，等壓面的溫度場可認為該面上平均厚度場，吾人可寫成

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta n} = \frac{\Delta T_0}{\Delta n} = \frac{\Delta T_1}{\Delta n}$$

則 (5) 式變為

$$\frac{\partial V_g}{\partial Z} = -\frac{g}{fT_m} \left( \frac{\Delta T_m}{\Delta n} \right)_p \dots\dots\dots(6)$$

因此  $\Delta V_g = V_{g1} - V_{g0}$

$$= -\frac{g}{f} \frac{\Delta Z}{\Delta n} \frac{\Delta T_0}{T_m}$$

設  $V_1 = \frac{g}{f} \frac{\Delta Z}{\Delta n}$ ，相當於沿  $T_0$  等溫度線吹的風， $\Delta Z$  在  $P_0$  氣壓面上者為正，其下者為負，並改令  $\Delta Z = \pm 1000 \text{ ft}$ ，以適合垂直風切之單位為 Knot/1000 ft。

$\Delta T_0$  為  $5^\circ\text{C}$ ， $T_m$  之適用範圍可自  $-21^\circ\text{C}$  至  $-56^\circ\text{C}$  則  $\frac{\Delta T_0}{T_m}$  約為  $\pm 0.11$ ，設常數  $K = \pm 0.11$ ，則  $\Delta V_g = KV_1 \dots\dots\dots(7)$

故決定 500 mb 以上任一等壓面的風，可經由下列步驟獲得：

- (1) 分析氣壓面  $5^\circ\text{C}$  間隔的等溫線。
- (2) 視等溫線如間隔 200 ft 的等高線，用相同比例的地轉風標尺 (geostrophic wind scale)，計量溫度風  $V_1$  之大小。

③  $V_1$  乘以  $K$  值所得風向量，即垂直風切，再與始初氣壓面風向量相加。

故應用地轉風標尺計量溫度風，量得相當的垂直風切 (四捨五入) 如表一所示。

表 一

| 溫 度 風<br>(Knots) | 垂 直 風 切<br>(Knots/1000ft) |
|------------------|---------------------------|
| 10               | 1                         |
| 20               | 2                         |
| 30               | 3                         |
| 40               | 4                         |
| 50               | 6                         |
| 60               | 7                         |
| 70               | 8                         |
| 80               | 9                         |
| 100              | 11                        |
| 110              | 12                        |

應用這種間接方法，可以在短時內迅速的量出各地區的垂直風切數目，繪等值線即構成垂直風切圖。顯然的，此圖的正確性決定於等溫線的正確程度，為垂直風切的數值的正確起見，宜選若干適當測站，用上直計算方法，算其數值，藉以核對或修正，使利用標尺迅速量出的數值，確符實際。

### 三、李 查 遜 數 目

亂流是大氣運動中的另一種型式，非常不規則，經若干專家多次重複實驗結果，雖平均性質相同，然氣流情況多不一致。從大氣運動能量收支 (energy bulget) 的觀點，Dutton，Panofsky<sup>(2)</sup> 二氏曾列舉下式解釋之，

$$dE/dt = M + B - \epsilon + T \dots\dots\dots(8)$$

$E$  為導致單位質量亂流的平均動能， $\frac{dE}{dt}$  為  $E$  的時間變率。

$M$  為風向風速隨高度改變的變化率，與垂直風切的平方成正比，恆為正數。如動能來源僅為  $M$  項，則屬於機械性亂流 (mechanical turbulence)。

$B$  為由於浮力的能量產生率，決定於溫度與水蒸的垂直分佈，水汽作用較小，此處忽略不計，此項即氣溫遞減率，若動能來源僅為  $B$  項，則屬於對流性亂流 (heat convection or convective turbulence)。

$T$  為交換項，一處空氣中所產生的能量，輸至他處再行消退的可能性。

$\epsilon$  為亂流動能變為熱量因摩擦作用的消退率。

一般言之， $M$  項或  $B$  項，或  $M$  與  $B$  兩項同時為構成大範圍亂流之主因。 $M$  項恆為  $E$  正數，至

於 B 項僅在氣溫遞減率大於 1°C/100m 時為正數，這祇有在積雲，或在晴天近地面高度，方有這種情況，通常 B 為負數。當 B 為負數，穩定度增大，抵消機械性亂流。晴空亂流為重力波 (gravitational wave)，發生在流體靜力穩定狀態氣層中 (B 為負數)，其重要能量來自風切，蓋在穩定氣層中，利於風切能量的聚積，當風切產生率超過 B 及 ε 項抵消率時，方有亂流發生。

從上面 (8) 式右端主要的兩項，M 與 E，觀之，李查遜數目 (Richardson number, 簡稱  $R_1$ ) 或可指示亂流可能性。

$$R_1 = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial Z} / \left( \frac{\partial V}{\partial Z} \right)^2 \dots\dots\dots(9)$$

$-\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial Z}$  為靜力穩定度

$\frac{\partial V}{\partial Z}$  為垂直風切

分母 M 數值要大至足以克服分子 B 項，即  $R_1$  愈小，亂流的可能性方愈大。Tayer 曾指出產生亂的  $R_1$  臨界值為  $\frac{1}{4}$ ； $R_1 < \frac{1}{4}$  為亂流的必需條件，但不是充分條件。Miles 與 Howard 業自理論分析，獲得證實。

吾人如將  $R_1$  (9) 式與前述溫度風方程式相接合，以溫度遞減率表示之，應用起來較為簡便。

已知位溫方程式為

$$\theta = T \left( \frac{P_0}{P} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots\dots\dots(10)$$

$$r = \frac{C_p}{C_v}, P_0 = 1000 \text{ mb}$$

自 (10) 式取對數，對高度微分

$$\begin{aligned} \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial Z} &= \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial Z} - \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial Z} \\ &= \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial Z} + \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \frac{g}{RT} \end{aligned}$$

$$\text{所以 } \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial Z} + r \right) \dots\dots\dots(11)$$

$r$  為乾絕溫直溫率， $\frac{\partial T}{\partial Z}$  為平均溫度直溫率自

$$(5) \text{ 式, } \frac{\partial V}{\partial Z} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial n} \dots\dots\dots(12)$$

(11), (12) 代入 (9), 得

$$R_1 = \frac{f^2 T}{g} \left( \frac{\partial T}{\partial Z} + r \right) \dots\dots\dots(13)$$

已知  $g = 9.8 \text{ m/sec}^2$ ,  
 $\omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ ,  
 $\frac{\partial T}{\partial Z} = 0.65 \text{ }^\circ\text{C}/100 \text{ m}$ ,  
 $r = 1^\circ/100 \text{ m}$ .

設以 300 mb 等壓面之 30°N 至 40°N 範圍為例，取  $\Delta n = 200 \text{ km}$ ，計算 (13) 式得  $R_1$  如表二。

表 二

| $R_1$            | 緯 度  |
|------------------|------|
| $79/\Delta T^2$  | 30°N |
| $89/\Delta T^2$  | 32°N |
| $99/\Delta T^2$  | 34°N |
| $109/\Delta T^2$ | 36°N |
| $120/\Delta T^2$ | 38°N |
| $130/\Delta T^2$ | 40°N |

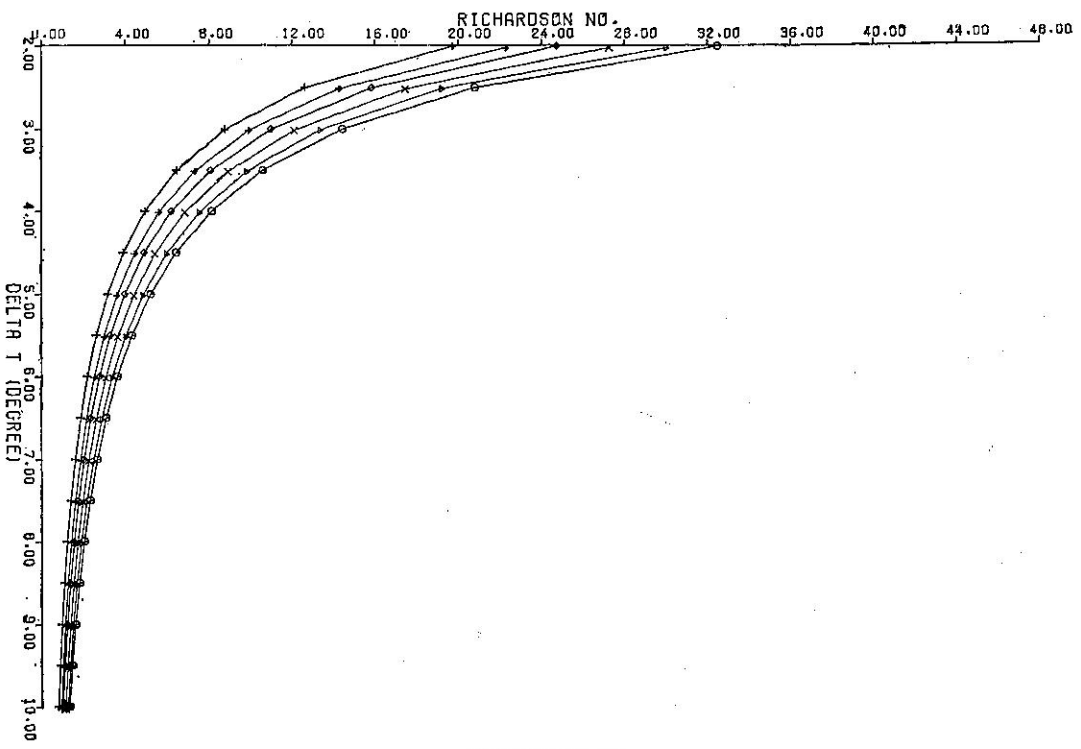
將上表製成  $R_1$  與  $\Delta T$  圖解 (圖一 a, b)，可直接從 200 km 距離之溫度差，讀出  $R_1$ 。

上圖，在 300mb 溫度場可迅速讀出 30°-40°N 範圍內  $R_1$  之分佈。

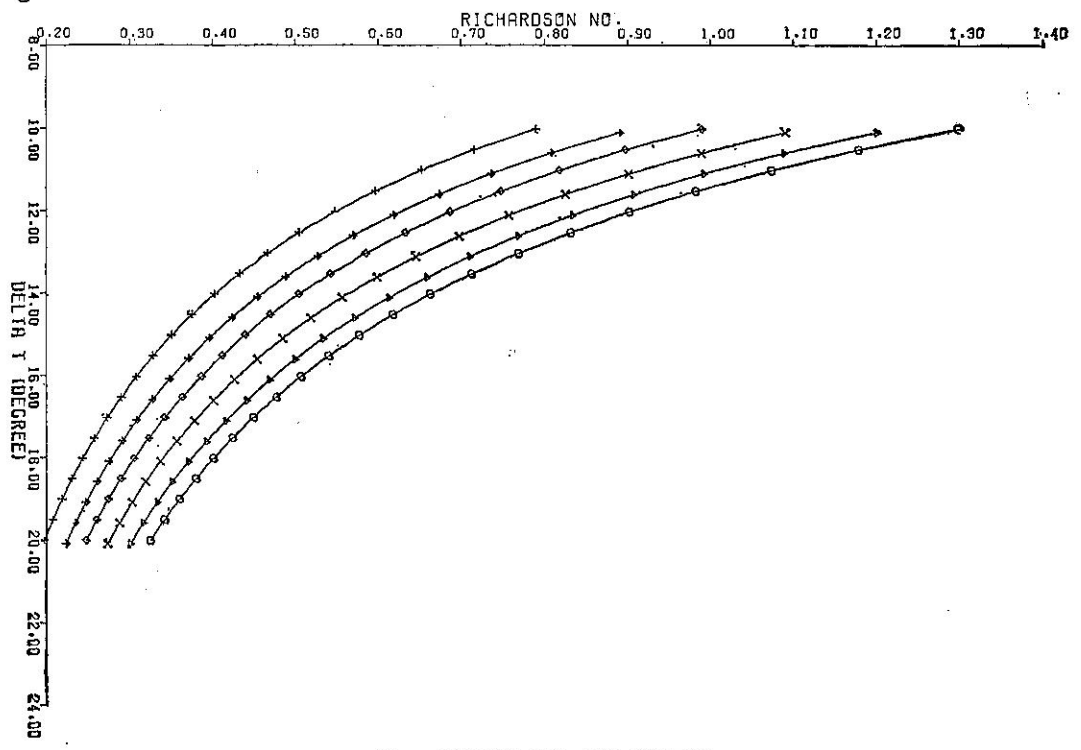
#### 四、華航 008 班機遭遇晴空亂流時 天氣概況

64 年 12 月 4 日 CAL 008 次班機 (Boeing 07) 自臺北飛東京，於 1029 Z 起飛，1120 Z 經鹿兒島上空附近，氣壓高度 29000 ft，突然遭遇劇烈晴空亂流，5 秒鐘內驟升 200 ft，然後再降 600-700ft，機上人員輕重傷達 15 人之多，災情相當嚴重，為近年來在遠東地區，遭遇晴空亂流危害之重大事件。

當日 0000 Z 天氣概況：低壓中心位於朝鮮半島南端海上，自此中心之冷鋒，向西南延伸至中國東海及華南如圖二所示。300 mb 圖之顯着副熱帶噴射氣流，沿長江流域至杭州灣出海，經九州向東延至太平洋。在噴射氣流軸線北邊，等溫線密集，自東經 110 度至 135 度，與噴射氣流軸線相平行，形成強烈水平溫度梯度，因之水平及垂直風切亦強，與 1200 Z 300 mb 近似。(見圖八)



(a)



(b)

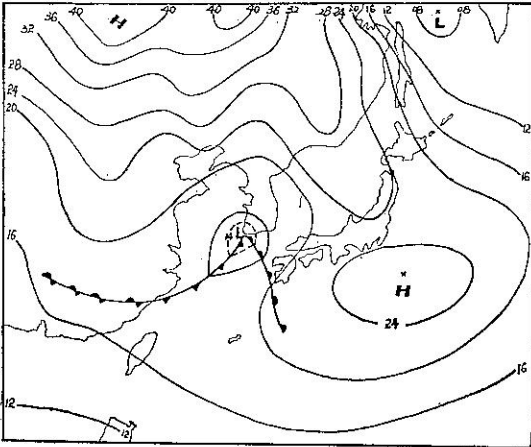
圖一 李查遜數目與  $\Delta T$  關係圖解

(a) 圖用於  $\Delta T$  為  $2^{\circ}\text{C}$ – $10^{\circ}\text{C}$  (b) 圖用於  $\Delta T$  為  $10^{\circ}\text{C}$ – $20^{\circ}\text{C}$

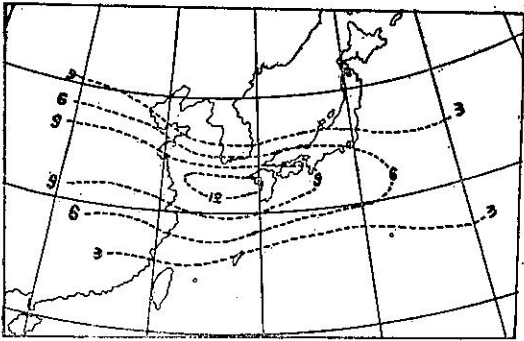
Fig 1. Diagram of the relation between Ri and  $\Delta T$

(a) for  $\Delta T$  is  $2^{\circ}\text{C}$  to  $10^{\circ}\text{C}$  (b) for  $\Delta T$  is  $10^{\circ}\text{C}$  to  $20^{\circ}\text{C}$

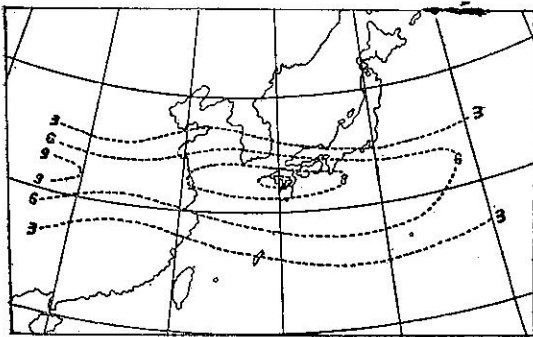
+—for  $30^{\circ}\text{N}$  ▲—for  $32^{\circ}\text{N}$  ◇—for  $34^{\circ}\text{N}$  × for  $36^{\circ}\text{N}$  △—for  $38^{\circ}\text{N}$  ○—for  $40^{\circ}\text{N}$



圖二 64年12月4日0000Z地面天氣圖  
Fig. 2. Surface pressure chart (0000Z Dec. 4, 1975)



圖三 64年12月4日0000Z垂直風切圖  
Fig. 3. Vertical wind shear chart (0000Z Dec. 4, 1975)



圖四 64年12月4日1200Z垂直風切圖  
Fig. 4. Vertical wind shear chart (1200Z Dec. 4, 1975)

### 五、綜合研討

應用第2節表一，以地轉風標尺分析 0000 Z 及 1200 Z 300 mb 溫度場，量得垂直風切之分佈，並繪成垂直風切圖，如圖三、圖四所示。自 0000 Z 垂

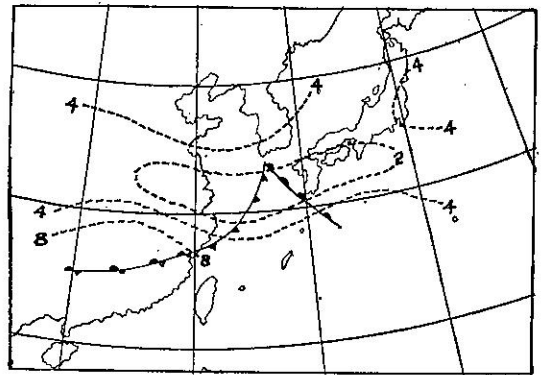
直風切圖觀之，最大垂直風切區成細長形，與溫度密集帶相位相合，而 1200 Z (圖四)，基本形勢未變，僅最高垂直風分 (12 Knots/1000 ft) 區稍向東移。風切與亂流之相關統計如表三：

表 三

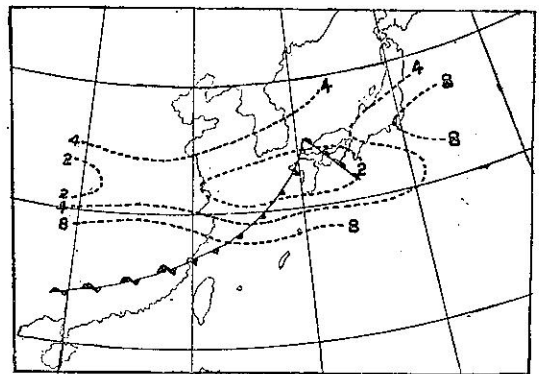
| 水平風切<br>(Knots/1.5° lat) | 垂直風切<br>(Knots/1000 ft) | 亂流強度  |
|--------------------------|-------------------------|-------|
| 25                       | 3-9                     | 輕 度   |
| 25                       | 9-12                    | 中 度   |
| 25                       | 12-15                   | 中度偶嚴重 |
| 25                       | 15以上                    | 嚴 重   |

如僅根據垂直風切判斷，則九州西部之廣大地區，均有中度以上亂流發生。

再應用第三節表二或圖一，求 0000 Z 及 1200 Z 300 mb 圖上  $R_i$  之分佈，並繪成圖。如圖五、圖六



圖五 64年12月4日0000Z 300mb 理查遜數目分佈圖，附載同時之鋒面位置  
Fig. 5. Richardson number, at 300mb for 0000Z Dec. 4, 1975, the surface position of the front is shown.



圖六 如圖五，時間為 64年12月4日1200Z  
Fig. 6. As in Fig. 5 except for 1200Z Dec. 4, 1975.

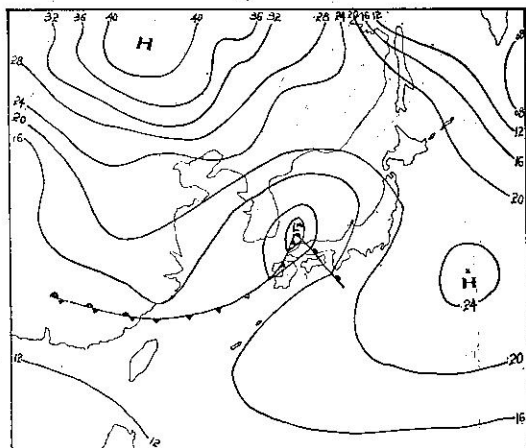
所示。因為皆利用溫度場，0000 Z 與 1200 Z  $R_1$  等值線型式大致相似，均為東西向細長形，而二者之最低值，俱未達晴空亂流臨界值 $\frac{1}{4}$ 。

根據過去氣象學家 Yin (1949), Yeh (1950) 及 Mohri (1953) 等人之研究<sup>(10)</sup>，已知亞洲區域副熱帶噴射氣流，因受西藏高原之阻擋，分裂為二，北支繞過西藏高原北緣，在長江口以北上空出海，南支繞過喜馬拉雅山南麓，在長江口以南上空出海，此兩支噴射氣流出海後，在日本 130°E 至 140°E 區域上空復合為一，惟冬季三個月在 130°E 以西複合。二者以南支為主，強度較強，且每年的出現相當穩定，在 11 月至 1 月，位置幾乎不變。據一位 JAL 有經驗駕駛員說，冬季在鹿兒島 (46S27) 上空，亂流頻率甚大，每次飛抵該地區之前，不論航路天氣預報如何，他總是播請旅客繫好安全帶，以策安全。可見實際與理論頗相吻合。

華航 008 班機是沿 A1 航路，經鹿兒島飛東京，而這天 A1 航路上，航機頗多，在華航 008 班機前後，均未有晴空亂流報告，可見僅憑垂直風切，不足以判斷晴空亂流之有無，控制晴空亂流之發生尚有其他因素，需作進一步研究。

上述亞洲副熱帶噴射氣流的南北兩支繞過西藏高原後，在高原東部形成輻合帶，略具有冷鋒性質，其坡度由南向北傾，輻合帶中常產生不穩定的小漩渦。在地面如在長江中游附近有氣旋存在，則由於上層小漩渦的誘導，降山區和風暴範圍因而加大，這移動性的氣旋隨後移至東海，至東經 130 度附近，益趨加強，加強後的低壓中心，大多偏向噴射氣流的北方。12 月 4 日在日本海南部的氣旋加強，對噴射氣流的形勢，與上述研究結果甚相似。

12 月 4 日 1200 Z，冷鋒抵達日本西南部，(見圖七) 這時 500 mb 槽線不深，300 mb 圖上(見圖八)，四國及九州西南地區有暖平流。據民航月報資料<sup>(12)</sup>，此冷鋒於 5 日晨通過臺北，臺北地區僅雲量增加，無任何天氣。但在鹿兒島地區情況大異。4 日上午九州各地均有雷雨發生，並持續至 0600 Z，此後鹿兒島天氣由雷雨變為陣雨，附近仍有雷雨，至 1200 Z，該地天氣仍是 $\frac{3}{4}$ 濃積雲、陣雨，顯示此地區氣流富垂直運動。4 日 0000 Z 500 mb 旋率分佈圖(見圖九)亦可見到，正旋率區 (+20 sec<sup>-1</sup>) 位於韓國南部海上，24 小時後正旋率區平流至九州上空，強度增加，故 4 日 1200 Z 前後，九州上空為正旋率區，垂直運動旺盛，極可能導致對流性亂流。



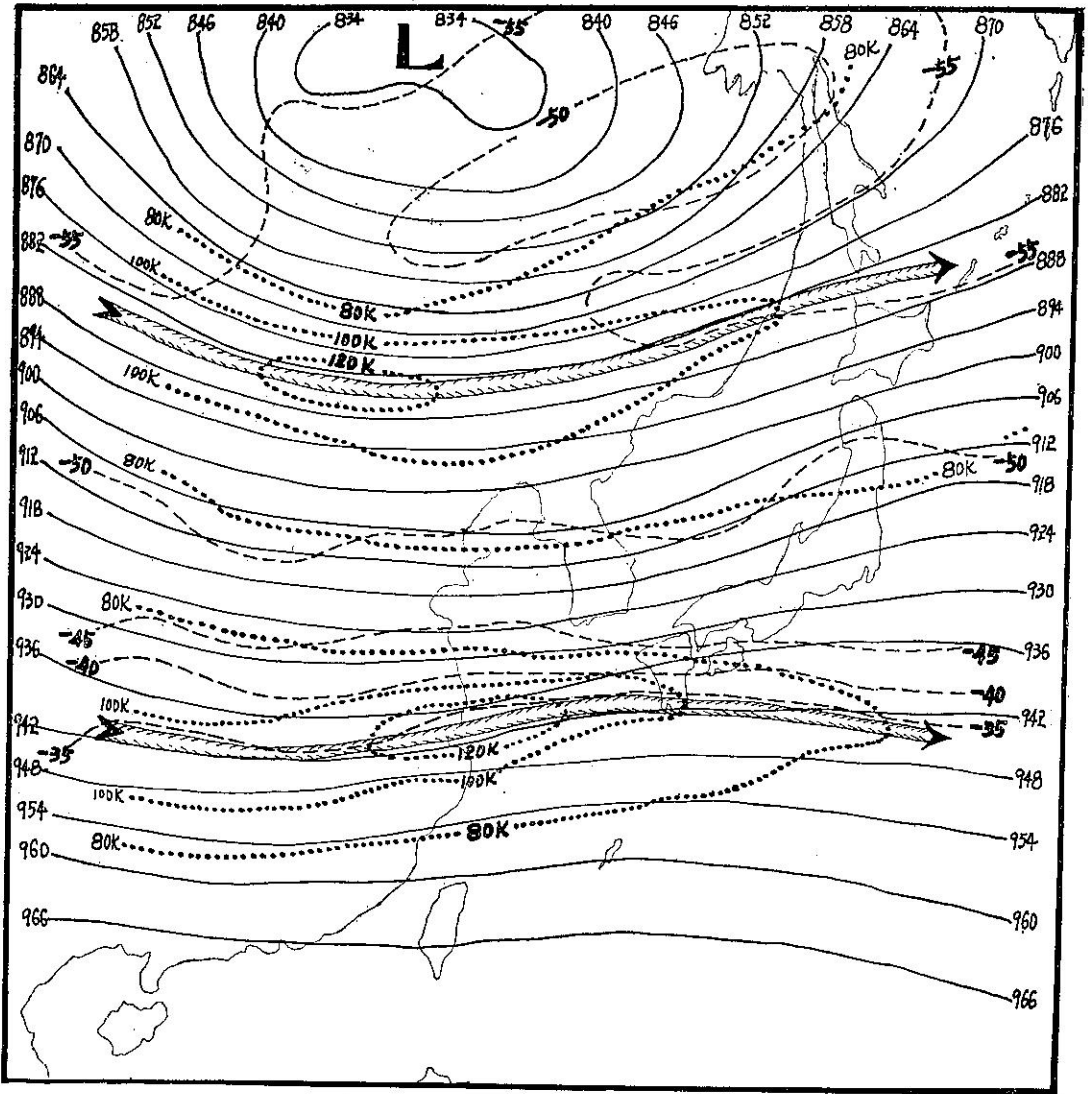
圖七 64 年 12 月 4 日 1200Z 地面天氣圖  
Fig. 7. Surface pressure chart (1200Z Dec. 4, 1975)

至於 4 日 0000 Z 與 1200 Z 300 mb 最低  $R_1$  (見圖五、圖六) 均未達臨界值，可能因為用 (13) 式計算  $R_1$ ，係以 300 mb 的平均溫度為基礎，部分簡化，不是直接計算  $R_1$ ，效果不免受到影響，而 1200 Z 距晴空亂流發生時刻約有 40 分鐘的差異，高度亦有一千餘呎的距離。在噴射氣流或輻合帶中，在適當情況下，常有片段亂流發生在  $R_1 \leq \frac{1}{4}$  的薄層大氣中，此薄層上下的  $R_1$ ，自較臨界值為大。

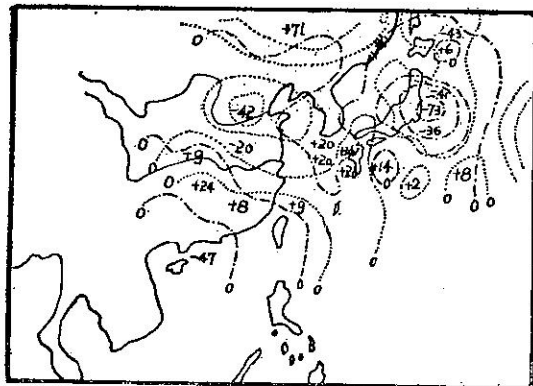
Oard<sup>(4)</sup> (1974) 根據 Roach (1970) 構想對  $R_1$  進一步的發展，診斷  $R_1$  趨勢，將 (9) 式取對數，對時間微分， $d(\ln R_1)/dt$  藉解出 Omega 方程式等，直接算出  $R_1$  及其到達臨界值之時間，為晴空亂流之預測，開創樂觀途徑。

## 六、結 論

近年來，已有不少有關晴空亂流的研究資料，一般言之。晴空亂流產生在穩定氣層中，且有強大垂直風切。惟僅憑垂直風的資料，尚不足以完全判斷亂流的有無，李查遜數目為亂流可能性的指標，需予考慮。本文利用溫度風方程式，推導間接計算垂直風切及  $R_1$  的方法，經應用於 64 年 12 月 4 日華航班機所遭遇的晴空亂流，作個案分析，尚稱速簡方便，適於航空氣象服務的需求。推導方法雖非直接，然大致符合，惟不論應用垂直風切或  $R_1$ ，抑或二者兼用，宜配合天氣圖，綜合考慮其他因素，庶可得合理的研判。



圖八 64年12月4日 300mb 圖實線表等高線，虛線等溫線，點線等風速線，有箭頭之雙實線，噴射氣流軸線  
 Fig. 8. 300mb chart for 1200Z Dec.4, 1975.



圖九 64年12月4日 0000Z 500mb 旋率實線  
 表示實際旋，點線 24 小時預測旋率  
 Fig. 9. 500mb & 0000Z Dec. 4, 1975.

### 七、誌 謝

本文承胡仲英先生設計圖解，朱曙光先生繪製圖表，及本局電子計算機中心同仁支援，得以順利完成，謹此同致謝意。

### 參 考 文 獻

1. Dutton and Panofsky, 1970, "Clear Air Turbulence," Science Vol. 167, No. 3920, 938-941.
2. Ho'toa, 1972, "An Introduction to Dynamic Meteorology" 167.
3. ICAO 1969, "Rules of Thumb to Assist in Advoding or Miniwizing Encounters with

- CAT," Attach. to State Letter ST 7/4. 1-69/295.
4. Oard, 1974, "Application of Diagnostic Richardson Number Tendency to a Case Study of CAT," J. Appl. Meteor. [Vol. 13, 771-774
  5. Petterssen and Priestly "Preparation of Upper-Air Analysis and Forecast Chart, Part 2," Synoptic Div. Tech. Memo. No. 75. Air Ministry.
  6. Reiter 1961, "Jet-Stream Meteorology", 210-212.
  7. Sutton, 1953, "Micrometeorology" 8-11.
  8. WMO Technical Note 35, 1961, No. 106. TP. 45, 183-184.
  9. 蔣志才「由華航班機意外事件談晴空亂流」, 科學發展 4 卷 3 期 5。
  10. 萬寶康「亞洲噴射氣流之特性及其對臺灣天氣之影響」, 氣象學報 16 卷 4 期 5-11。
  11. 戚啓勳「東亞噴射氣流之特性」, 氣象學報 7 卷 2 期, 19。
  12. 民航局 65 年 2 月, 「論晴空亂流與華航班機意外事件」民航月報三卷二期 37-39.

作者通訊處中央氣象局

## 氣象學報徵稿簡則

- 一、本刊以促進氣象學術之研究爲目的，凡有關氣象理論之分析，應用問題之探討，不論創作或譯述均所歡迎。
- 二、本刊文字務求簡明，文體以白話或淺近文言爲主體，每篇以五千字爲佳，如長篇巨著內容特佳者亦所歡迎。
- 三、稿件請註明作者真實姓名、住址及服務機關，但發表時得用筆名。
- 四、譯稿請附原文，如確有困難亦請註明作者姓名暨原文出版年月及地點。
- 五、稿中引用文獻請註明作者姓名、書名、頁數及出版年月。
- 六、惠稿請用稿紙繕寫清楚，並加標點。如屬創作論著稿，請附撰英文或法、德、西文摘要。
- 七、本刊對來稿有刪改權，如作者不願刪改時請聲明。
- 八、惠稿如有附圖務請用墨筆描繪，以便製版。
- 九、來稿無論刊登與否概不退還，如須退還者請預先聲明，並附足額退稿郵資。
- 十、來稿一經刊登、當致薄酬，並贈送本刊及抽印本各若干冊。
- 十一、惠稿文責自負、詳細規定請據本學報補充稿約辦理。
- 十二、惠稿請寄臺北市公園路六十四號中央氣象局氣象學報社收。

(請參閱補充稿約)