

# 用電腦繪製天氣圖之研究

## *A Study of Drawing Weather Map by Computer*

徐 月 娟 胡 仲 英

Y. J. Hsu

C. Y. Hu

### Abstract

This paper describes how to draw a weather map through the computer from a set of meteorological data points which have been interpolated on grids. First, to find out intersections of the isolines and grids, then by applying the theory of spline under tension to fit a smooth curve through these intersections. The weather map produced by this method is smooth and reasonable. This method derived in this paper can be used to draw contours, isotherms, 24-hr isallotherms, isallohypsies on each of mandatory level, thickness, 24-hr thickness-change charts as well as prognostic charts. All isolines can be plotted by either solid line or dash line. And the size of the map and the color of the isolines are optional for the user.

### 一、前 言

天氣圖繪製是否正確，嚴重影響預報作業，由於預報員由手工繪製天氣圖常偏於主觀，致使一張天氣圖難有完全一致的繪法。同時每日預報員需繪製數拾張各層定壓面的高度及溫度等值線圖，工作相當繁鉅。美、日等氣象先進國家，皆利用繪圖機，連接電腦，利用設計的等值線繪圖程式，繪製客觀天氣圖，不但精確，客觀一致，且迅速完成爭取時效。中央氣象局目前正在研究發展「預報電腦化」作業，租用一套高性能小型電腦 (GA-SPC 16/45)，由即時處理系統 (Real Time Operation System)，每日接收臺北—東京點間通信，空軍氣象中心，美軍及北平等氣象電路電碼，進行譯碼、偵錯、分類、填圖、繪圖及數值模式預報等一貫作業。

本篇討論如何將已內插到網格點上的天氣資料，利用小型電腦及繪圖機，正確迅速地繪製客觀天氣圖，同時如將網格點上的資料，輸入數值預報模式，可求出 12-72 小時預報值，利用本篇繪圖方法，可立即繪出預報圖，提供分析預報作業應用。目前中央氣象局所使用的平板式繪圖機為全國最大型之一，其尺寸為 34吋×54吋，有兩枝繪圖筆，可繪不同顏色的線條

，繪圖機的解析能力為 0.0025吋，速度為每秒 16吋，可以連接電腦作線上作業 (On-Line Plotting)，也可以將控制繪圖機指令先寫在磁帶上，再由磁帶將這些指令送到繪圖機，而不經過電腦 (Off-Line Plotting)。

### 二、圖類及日期之標示

先輸入一組網格點上的資料，並輸入一張代表該網格資料的標題卡，含有六個實數，依次為年、月、日、時、定壓面及圖類別，由定壓面及圖類別選擇等值線之數值與間隔 (Interval)。700 毫巴面及以下之等高線間隔為 30 重力公尺，各等高線數值均為 30 之倍數。500 毫巴面之等高線間隔採用 60 重力公尺，各線數值均為 60 之倍數。300 毫巴面及以上之等高線間隔採用 120 重力公尺。500 毫巴面及以上等溫線間隔為攝氏 5 度，各等溫線數值均為 5 之倍數，700 毫巴面及以下間隔為攝氏 3 度，各線數值為 3 之倍數等等。以上完全符合中央氣象局天氣預報標準作業程序的規定。開始繪圖時，先控制繪圖筆到天氣圖的右上方，寫上日期、定壓面及圖形類別，然後繪各等值線。

### 三、等值線繪製邏輯

(一)尋找等值線的起點：

假定我們現有網格點資料為  $Z(M, N)$ ，對某等值 ( $VL$ ) 而言，圖上可能有一根以上的等值線，也可能沒有一根。第一步我們從上下邊界找起，先看下方，當  $Z(I-1, 1) < VL < Z(I, 1)$

表示必存在一根線的起點在這兩點之間，由線性內插

$$\left(I - \frac{Z(I, 1) - VL}{Z(I, 1) - Z(I-1, 1)}\right)$$

決定起點位置。再看上方，當  $Z(I, N) > VL > Z(I+1, N)$

表示必存在一根線的起點在這兩點之間，由線性內插

$$\left(I + \frac{Z(I, N) - VL}{Z(I, N) - Z(I+1, N)}\right)$$

確定起點位置，從左向右繼續找。第二步我們從左右邊界找起，先看右方，當  $Z(M, J-1) < VL < Z(M, J)$  表示可以找到一根線的起點在  $(M, J - \frac{Z(M, J) - VL}{Z(M, J) - Z(M, J-1)})$

位置。再看左方，當  $Z(1, J) > VL > Z(1, J+1)$

表示可以找到一根線的起點在

$$\left(1, J + \frac{Z(1, J) - VL}{Z(1, J) - Z(1, J+1)}\right)$$

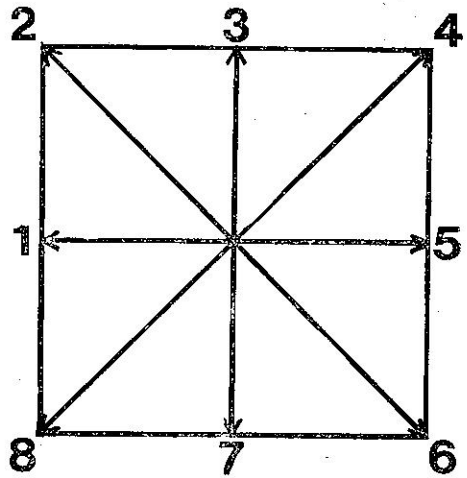
位置。從下繼續向上找。第三步我們看封閉曲線，其起點在網格中間，從下往上，並自左至右找尋，當  $Z(I-1, J) < VL < Z(I, J)$  可以決定起點在

$$\left(I - \frac{Z(I, J) - VL}{Z(I, J) - Z(I-1, J)}, J\right)$$

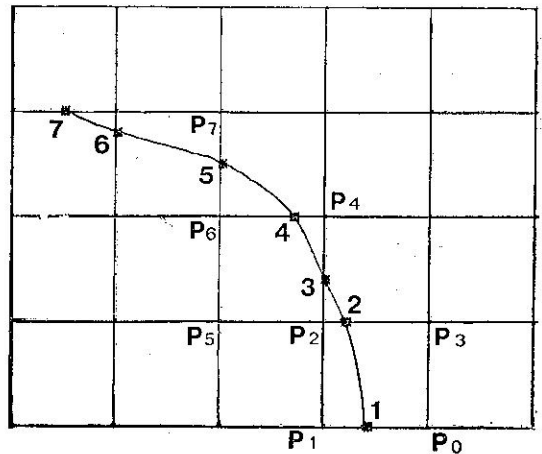
位置。標註等高線數值至十位數，例如9480重力公尺，就標註 948。等溫線值標註則至個位數，例如  $9^{\circ}\text{C}$ ， $-15^{\circ}\text{C}$  就標註 9，-15 等等。

(二)找出等值線與網格各交點

以某個網格點為原點，與鄰近的八個網格點有八個不同方向，從左向起，順時鐘向依次為第一、第二、……、第八方向（圖一），相對於原點的位置是  $(-1, 0)$ ， $(-1, 1)$ ， $(0, 1)$ ， $(1, 1)$ ， $(1, 0)$ ， $(1, -1)$ ， $(0, -1)$ ， $(-1, -1)$ 。若起點在下方邊界或網格中間，以最靠近起點右邊的網格點為繪圖原點  $P_0$ （圖二），以  $P_0$  為原點，循第一方向找到相關點  $P_1$ ，起點必在  $P_0$  與  $P_1$  之間。再順著第二方向找到  $P_2$ ， $VL > Z(P_2)$ ，但第二方向朝左上方與網格沒有交點。繼續循第三方向找到  $P_3$ ， $VL < Z(P_3)$ ，將原點移到  $P_3$ 。然後沿著第八方向找到  $P_1$ ， $VL > Z(P_1)$ ，但第八方向朝左下方與網格也沒有交點。再依第一方向找到  $P_2$ ， $VL > Z(P_2)$ ，第一方向是向左，因此在  $P_2$  與  $P_3$  之間找著等值線與網格的第二個交點。繼續根



圖一 尋找網格與等值線各交點的八個方向  
Fig 1. Eight Directions of searching for intersections of curve and grid.



圖二 尋找網格與等值線各交點的實例  
Fig 2. An example of searching for intersections of curve and grid.

據第二方向找到  $P_4$ ，因  $VL < Z(P_4)$ ，將原點挪到  $P_4$ ，然後反方向找。順著第七方向找到  $P_2$ ， $VL > Z(P_2)$ ，第七方向是向下，就在  $P_2$  與  $P_4$  之間找著第三個交點。再依第八方向找到  $P_5$ ， $VL > Z(P_5)$ ，但第八方向朝左下方，與網格沒有交點。然後循第一方向找到  $P_6$ ， $VL > Z(P_6)$ ，且第一方向是向左，因而在  $P_4$  與  $P_6$  之間找著第四個交點，如此繼續下去，直到再達邊界為止。若是封閉曲線就檢查是否又回到起點。假使起點在上方邊界，則以最靠近起點左邊的網格點為繪圖原點，開始方向是第五方向（向右）。

若起點在右方邊界，就以最靠近起點上面的網格點為原點，開始方向是第七方向（向下）。如果起點在左方邊界，就以最近起點下面的網格點為原點，開始方向是第三方向（向上）。

(二)應用張力法選擇適當曲線函數 (Curve Fitting Using Splines Under Tension)

由前述得到的各交點，淘汰掉過於接近的點（兩點距離小於 0.07 個網格距）。其餘各點座標為 {x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>}, i=1...n}，令通過各交點的曲線函數為 f (Spline Under Tension)，我們找到有一個量 f'' - σ<sup>2</sup>f (必須連續) 在每一區間 [x<sub>i</sub>, x<sub>i+1</sub>] 內成線性改變。σ 稱為張力因子 (Tension Factor)，令 σ ≠ 0，依 f'' - σ<sup>2</sup>f 在每一區間的線性性質得到：

當 x<sub>i</sub> ≤ x ≤ x<sub>i+1</sub>

f''(x) - σ<sup>2</sup>f(x) = [f''(x<sub>i</sub>) - σ<sup>2</sup>y<sub>i</sub>] \* (x<sub>i+1</sub> - x) / h<sub>i</sub> + [f''(x<sub>i+1</sub>) - σ<sup>2</sup>y<sub>i+1</sub>] \* (x - x<sub>i</sub>) / h<sub>i</sub> ... (1)

其中 h<sub>i</sub> = x<sub>i+1</sub> - x<sub>i</sub>, i = 1, ..., n - 1。f''(x<sub>i</sub>) 和 f''(x<sub>i+1</sub>) 是未知數。如加上兩個邊界條件 f(x<sub>1</sub>) = y<sub>1</sub> 和 f(x<sub>i+1</sub>) = y<sub>i+1</sub>，可以求出(1)式的解：

f(x) = f''(x<sub>i</sub>) / σ<sup>2</sup> \* sinh[σ(x<sub>i+1</sub> - x)] / sinh(σh<sub>i</sub>) + [y<sub>1</sub> - f''(x<sub>i</sub>) / σ<sup>2</sup>] \* (x<sub>i+1</sub> - x) / h<sub>i</sub> + f''(x<sub>i+1</sub>) / σ<sup>2</sup> \* sinh[σ(x - x<sub>i</sub>)] / sinh(σh<sub>i</sub>) + [y<sub>i+1</sub> - f''(x<sub>i+1</sub>) / σ<sup>2</sup>] \* (x - x<sub>i</sub>) / h<sub>i</sub> ... (2)

其中 x<sub>i</sub> ≤ x ≤ x<sub>i+1</sub>。在一組固定值 {f''(x<sub>i</sub>), i=1...n} 之下，f 必須連續，所以於區間 [x<sub>i-1</sub>, x<sub>i</sub>] 和 [x<sub>i</sub>, x<sub>i+1</sub>] 內，(2)式的微分（即斜率）在 x<sub>i</sub> 點必須相同。微分(2)式得：

f'(x) = -f''(x<sub>i</sub>) / σ<sup>2</sup> \* σ coosh[σ(x<sub>i+1</sub> - x)] / sinh(σh<sub>i</sub>) - [y<sub>1</sub> - f''(x<sub>i</sub>) / σ<sup>2</sup>] \* 1 / h<sub>i</sub> + f''(x<sub>i+1</sub>) / σ<sup>2</sup> \* σ Cosh[σ(x - x<sub>i</sub>)] / Sinh(σh<sub>i</sub>) + [y<sub>i+1</sub> - f''(x<sub>i+1</sub>) / σ<sup>2</sup>] \* 1 / h<sub>i</sub> ... (3)

然而(3)式從 x<sub>i</sub> 點的左邊趨近和右邊趨近其值應相等，即為：

[1 / h<sub>i-1</sub> - σ / sinh(σh<sub>i-1</sub>)] \* f''(x<sub>i-1</sub>)

+ [σ coosh(σh<sub>i-1</sub>) / sinh(σh<sub>i-1</sub>) - 1 / h<sub>i-1</sub> + σ coosh(σh<sub>i</sub>) / sinh(σh<sub>i</sub>) - 1 / h<sub>i}] \* f''(x<sub>i</sub>) / σ<sup>2</sup> + [1 / h<sub>i</sub> - σ / sinh(σh<sub>i</sub>)] \* f''(x<sub>i+1</sub>) / σ<sup>2</sup> = y<sub>i+1</sub> - y<sub>i</sub> / h<sub>i</sub> - y<sub>i</sub> - y<sub>i-1</sub> / h<sub>i-1</sub> ... (4)</sub>

其中 i = 2, ..., n - 1。現在我們有 n - 2 個方程式，含 n 個未知數 {f''(x<sub>i</sub>), i = 1...n}，所以我們再代入兩個邊界條件。若兩端點的斜率 y'<sub>1</sub> 和 y'<sub>n</sub> 為已知，我們要求 f 也滿足條件 f'(x<sub>1</sub>) = y'<sub>1</sub> 和 f'(x<sub>n</sub>) = y'<sub>n</sub>。代入(3)式得：

[σ coosh(σh<sub>1</sub>) / sinh(σh<sub>1</sub>) - 1 / h<sub>1}] \* f''(x<sub>1</sub>) / σ<sup>2</sup> + [1 / h<sub>1</sub> - σ / sinh(σh<sub>1</sub>)] \* f''(x<sub>2</sub>) / σ<sup>2</sup> = y'<sub>1</sub> - y<sub>1</sub> / h<sub>1} - y'<sub>1</sub> ... (5)</sub></sub>

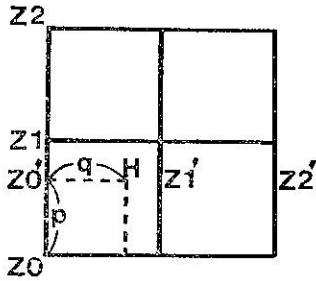
和 [-1 / h<sub>n-1</sub> - σ / sinh(σh<sub>n-1</sub>)] \* f''(x<sub>n-1</sub>) / σ<sup>2</sup> + [σ coosh(σh<sub>n-1</sub>) / sinh(σh<sub>n-1</sub>) - 1 / h<sub>n-1}] \* f''(x<sub>n</sub>) / σ<sup>2</sup> = y'<sub>n</sub> - y<sub>n</sub> / h<sub>n-1} - y'<sub>n</sub> ... (6)</sub></sub>

如此可由 n 個方程式解 n 個未知數 f''(x<sub>i</sub>)，由於該聯立方程組為 f''(x<sub>i</sub>) 的線性函數，故可由消去法直接求解。由所求解 f''(x<sub>i</sub>)，代入(2)式即可求得各區間 [x<sub>i</sub>, x<sub>i+1</sub>] 的 f 值。f 為 x 之函數，由 (x<sub>1</sub> + iΔx, f(x<sub>1</sub> + iΔx)) 定出曲線上各點的位置，(i = 1, ..., m, Δx = (x<sub>n</sub> - x<sub>1</sub>) / m，m 視曲線長短而定)。將各點依次連成一段所要的曲線。若繪虛線，則每隔兩點繪連線。

四、決定高低壓中心，冷暖區或正負區

繪完所有等值線後，我們先將網格點資料作一次平滑處理 (Shuman 1957 九點修勻法)，以避免出現太多不必要的標示。任一個網格點 (I, J) 的資料，(I = 2, ..., M - 1, J = 2, ..., N - 1)，比鄰近八個網格點的資料都低或都高，我們認為這一個網格點附近有極低值中心或極高值中心，用二度空間線性內插法找著極值中心的位置 H (圖三)，根據所繪圖形的類別，給予適當的標註。在一張定壓面的高度圖上標示 L 或 H，溫度圖則標示 C 或 W，若是變壓圖就標示 - 或 +。中心極端值則用 Newton's

Forward Difference Formula，由附近九個網格點值內插而得（圖三）：



(圖三) H 點為極端值中心的位置，由附近九個網格點值內插而得。

fig 3. The value of the extreme point H is interpolated from nine neighbor grids.

$Z0' = Z0 + p \cdot (Z1 - Z0) - 0.5 \cdot (1 - p) \cdot p \cdot (Z2 - 2 \cdot Z1 + Z0)$  同理，求出  $Z1'$  及  $Z2'$ ，再由

$H = Z0' + q \cdot (Z1' - Z0') - 0.5 \cdot (1 - q) \cdot q \cdot (Z2' - 2 \cdot Z1' + Z0')$  求出，中心極端值標註至個位數。

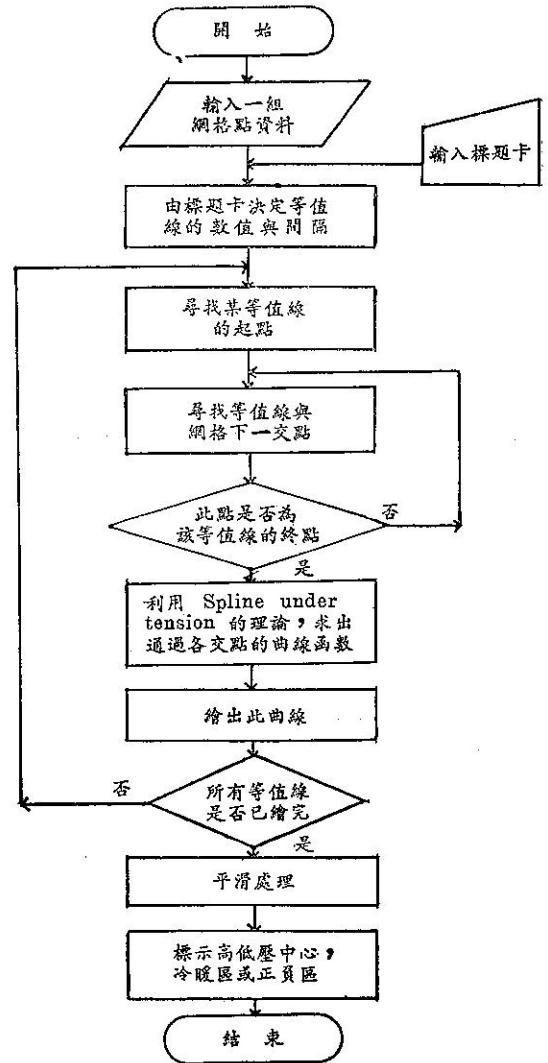
以上繪製天氣圖的步驟參看繪製實際與預報天氣圖之流程圖（圖四）。

### 五、實例實驗

等高線分析圖與等溫線分析圖，我們選用 65 年 10 月 5 日 0 時 500 毫巴高空資料當作例子。從磁碟輸入已內插到網格點上的資料，利用本篇方法繪製客觀天氣圖，等高線分析圖因為等值線較密，大約需要 5 分鐘（圖五），等溫線分析圖較簡單，只需 3 分鐘（圖六）。但人工繪圖由於經驗不同，等高線分析圖約需 20 分鐘，等溫線分析圖約需 13 分鐘。另 66 年 2 月 16 日 0 時 500 毫巴的高度變差圖約需 4 分鐘（圖七）。

### 六、結 論

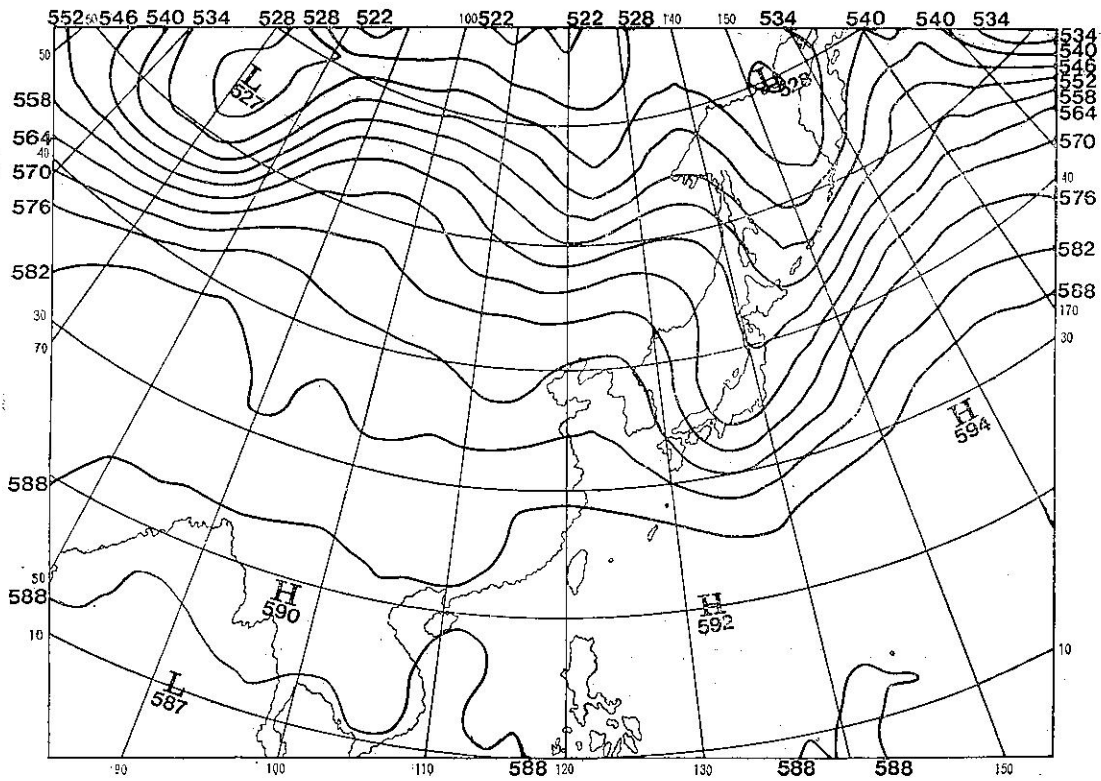
曾有學者嘗試利用網格點資料找出等值線與網格的各交點，再將每一個網格分成更細的網格，用內插法求出更細網格點之資料，此時這些資料已帶有計算誤差，假使用同樣方法找到等值線與更細網格之交點，逐點作聯線，這樣繪成的等值線，含有許多小波動，不僅費時且不够平滑。本篇係利用網格點上資料，找出每一等值線與網格的各交點，然後應用 Spline Under Tension 的理論，作出通過各交點之曲線函數（圖八）。其中張力因子  $\sigma$  越小，所繪曲線曲率越大，當  $\sigma=0$  為 Cubic Line，當  $\sigma$  小於 0.001 類似 Cubic Line；而  $\sigma$  越大所繪曲線越平



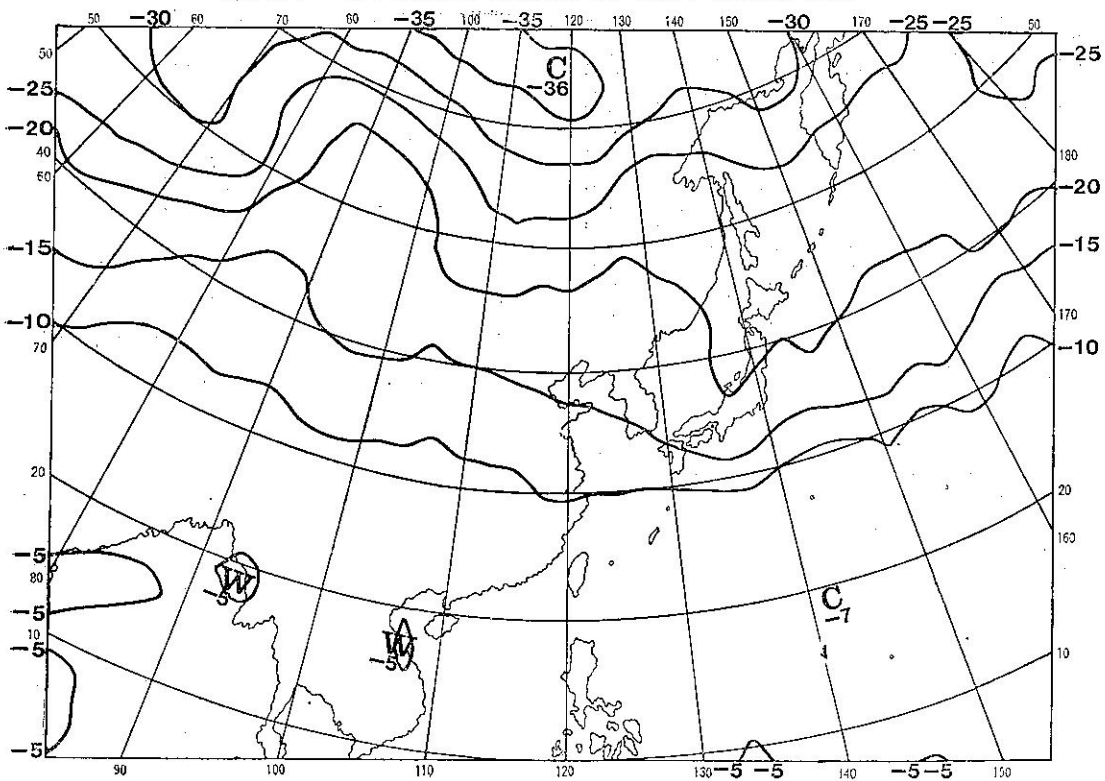
圖四、繪製實際與預報天氣圖流程圖

Fig 4. Flow chart on plotting actual and forecasts weather map.

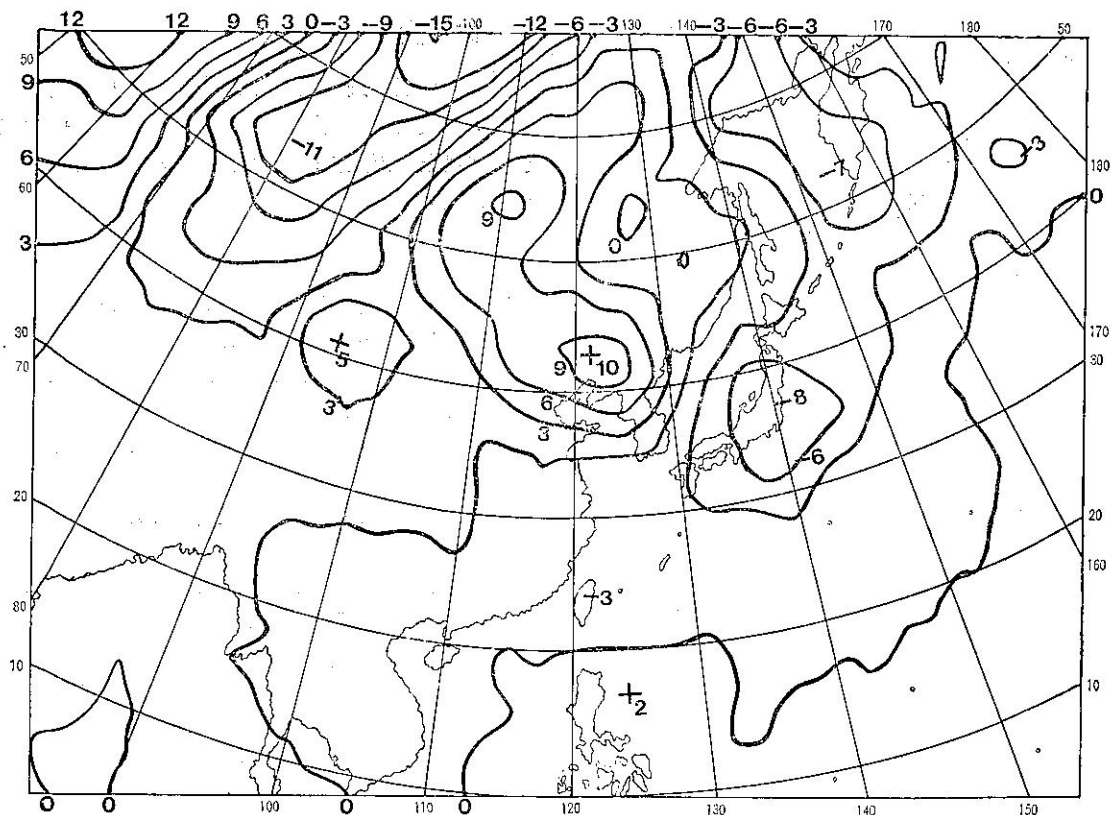
直，當  $\sigma$  大於 50 就像是逐點連線 (Piecewise Linear)。（圖九）。吾人取 Dimensionless Tension Factor  $\sigma'$  代替  $\sigma$ ，以避免因資料分布比例不同而產生的影響。 $\sigma' = \sigma \cdot (n - 1) / S_n$ ，其中  $\sigma = 2.5$ ， $n$  為交點數目， $S_n$  為各交點連線總長。由於各交點間曲線函數是一組線性聯立方程式，採用直接消去法，電腦運算十分快捷，所繪出等值線省時且平滑，完全符合繪天氣圖要求。以往國內氣象界所作有關數值方面的研究，大都係將網格點上的預測值



圖五、65年10月5日0時500毫巴等高線分析圖  
Fig 5. 500-MB Contour analysis for 00Z, 5 October 1976.

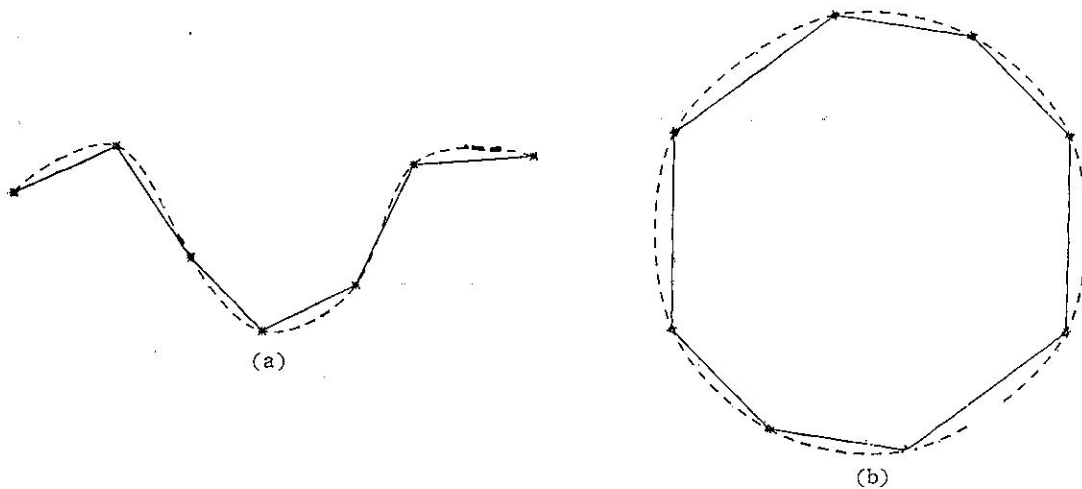


圖六、65年10月5日0時500毫巴等溫線分析圖  
Fig 6. 500-MB Isothermal analysis for 00Z, 5 October 1976

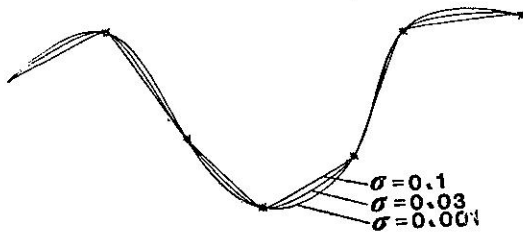


圖七、66年2月16日0時500毫巴24小時高度變差圖

Fig 7. 24-HR height-change chart on 500 MB for COZ, 16 February 1977.



圖八、虛線為應用張力法所繪出通過各交點的曲線，實線則為各點聯線 (a) 正弦函數曲線 (b) 封閉曲線  
 Fig 8. Dash line is the result of fitting data points using a spline under tension (a) on a open sine curve (b) on a close line.



圖九、張力因子  $\sigma$  與曲率的關係  
Fig 9. The relation between tension factor and curviness

填於圖上，然後由人工繪出預測天氣圖，不僅浪費時間、人力，仍不免偏於主觀，並不理想。應用本篇所討論的方法，則可直接利用數值模式計算結果繪製預測天氣圖。本文方法業經中央氣象局「預報電腦化」作業系統所採用，所繪製客觀天氣圖，頗符正確與迅速的要旨，有助於提高天氣預報的精確度及爭取時效。

### 誌謝

本文承蒙中央氣象局吳副局長宗堯，郭組長文鏞鼓勵，中央研究院汪博士群從提供寶貴資料，中山科學研究院王家玉先生協助始克完成，作者在此致最誠摯的謝意。

### 參考資料

- (1) Ahlberg, J. H., E. N. Nilson, and J. L. Walsh 1967: *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, New York, N. Y.
- (2) Alan, K. Cline. 1973: *Curve Fitting Using Splines Under Tension*, Atmospheric Technology NCAR Boulder, Colorado No 3.
- (3) Shuman, F. G., 1957. *Numerical Methods in Weather Prediction, II Smoothing and Filtering*, *Mon. Weath. Rev.*, 85, 357-361.

作者通訊處：中央氣象局

保密防諜·

人人有責·

匪諜自首·

既往不究·