

臺灣五地之溫度分析與降水量統計*

劉 衍 淮

Statistical Analysis of Temperature and Precipitation Observations of Five Stations in Taiwan

Yen Huai Liu

ABSTRACT

The earliest meteorological stations in Taiwan where observations began since 1897, are located in Taipei, Taichung, Penghu, Tainan and Hengchun respectively. This study is based upon the observations made at these five stations published in the SUMMARY REPORT OF METEOROLOGICAL DATA IN TAIWAN 1897-1952 and 1951-1960 by the Taiwan Weather Bureau.

For analysis of the temperature method of harmonic analysis was used and equations of Fourier's series of the five stations were computed. The curves of the annual variation of temperature were composed of one wave, its period was 12 months, two waves their periods were six months and three waves their periods were four months. The amplitudes of these different waves of the five stations in Taiwan were 3.69-6.71, 0.24-0.99, and 0.07-0.18, and it was clear that the computation of waves with further shorter periods was unnecessary.

Statistics of the 64 years annual precipitation of the five stations in Taiwan were made. The arithmetic mean of precipitation was highest at Hengchun, 2281.2 mm, and lowest at Penghu, 1036.0 mm. The absolute maximum of annual precipitation occurred at Hengchun, 3594.6 mm was the highest among the annual rainfalls of the five stations, and the absolute minimum of annual precipitation occurred at Penghu, 323.3 mm was the lowest among the annual rainfalls of the five stations. The precipitation data of these five stations were divided into groups of equal class intervals, and the approximate statistical characteristics were computed. It should bear in mind that the values assigned to a class are more or less different, depending on the magnitude of the classes, but they will be treated as if they were equal to one another and in fact, equal to the class centers. The computed approximate mean of precipitation at Penghu was only 4.9 mm less the arithmetic mean of precipitation, but at Hengchun it was 74.1 mm more than the arithmetic mean of precipitation. Approximate standard deviations, medians, quar-

* 本研究之完成曾獲國家科學委員會補助

tiles, and octiles of the precipitation data of the five stations were also computed by use of the grouped data. From this computation one can get a clear picture of scattering of precipitations in 64 years at the five stations in Taiwan.

壹、序 論

在氣候要素中，溫度與降水量二者最為重要，因此二者直接表示出一地之寒暑乾濕，而對於該地植物動物與人類的生活，有重大的影響，因之，勿論是觀察一地或一區的自然環境——氣候，或進一步作氣候帶或氣候區的劃分，無不以溫度與降水量二者為依據，以此，各地測候所無不以此二者為最重要的觀測和記錄的項目。

臺灣各地測候所中，臺北、臺中、澎湖、臺南與恒春五地測候所成立最早，自西曆 1897 年，即民國前 15 年起已開始觀測，迄今未斷，直到 1960 年的各地氣象記錄，已公佈於臺灣省氣象所編印的臺灣累年氣象報告 1897-1952，與臺灣省累年氣象報告續編 1951-1960，二巨冊中，1897-1952 之報告中，含有 23 地測候所的紀錄資料，續編 1951-1960 之報告中有連同新增測候所鹿林山共 24 地的氣象資料，在此二巨冊中除上述五地共有 1897-1960 總數 64 年的觀測資料外，其餘 19 地測候所皆成立於 1897 以後的年代，記錄長短不一，茲將記錄最長到 1960 年共有 64 年資料五地測候所地名，國際電碼站號，緯度，經度及出海高度列表如下：

地 名	電碼站號	北 緯 (度, 分)	東 經 (度, 分)	出海高度 (公尺)
臺 北	692	25 02	121 31	8.0
臺 中	751	24 09	120 41	77.1
澎 湖	735	23 32	119 33	9.4
臺 南	743	23 00	120 13	12.7
恒 春	752	22 00	120 45	22.3

本研究係就上述臺灣五地 64 年之各月平均溫度，使用調和分析法，計算出代表五地溫度年中變化之傅立葉級數 (Fouriers'series) 方程，觀察以一年為週期之氣溫波動的週期性，此外尚研究五地 64 年年降水量所顯示的統計特性，我們知道氣溫的年中變化和日射的年中週期關係密切，地面的向外輻射和夜長也直接影響陸面氣溫的變化，此外氣溫的年中變化尚由下列因素決定：1. 緯度，2. 水陸分布，3. 雨季和雲量，4. 高度，調和分析不僅可以顯示溫度變化的週期

性，也可藉以觀察不同週期溫度波發生的原因。

臺灣五地年降水的統計，使用直接計算法與分組資料的間接計算法，以得出五地 64 年年降水量的平均值，極端值，標準偏差，中位數，四分位數與八分位數等統計特性，使人對臺灣五地年降水量的情況，有一清楚的認識。

貳、臺灣五地之溫度分析

一、調和分析

調和分析是述說週期現象方法的一種，週期現象是其中因變數在通常為時間的自變數相等間隔重複出現的現象，許多氣候要素大約日位最低時達一極端值，約在日位最高時又達相反的極端值，日位高度的年中變化，是氣候要素週期性年中變化的自然原因。

調和分析法使用傅立葉級數，在氣象學和氣候學中比較常用的傅立葉級數的方程式如下：

$$y = a_0 + a_1 \sin(x + A_1) + a_2 \sin(2x + A_2) + \dots + a_k \sin(kx + A_k) + \dots$$

式中 y 代表任一等距觀測值， a_0 為眾觀測值的算術平均， $a_1, a_2, \dots, a_k$ 為各重疊波的偏差或振幅 $A_1, A_2, \dots, A_k$ 為決定 y 極端出現 x 值的相角 (時間的)。 x 代表角度，由下式計算之。

$$x = iz, \quad z = \frac{360^\circ}{p}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

p 指週期之長，為年中 12 個月，則 $p = 12$,

$$z = \frac{360}{12} = 30^\circ, \quad 2z = 60^\circ, \quad 3z = 90^\circ, \dots,$$

按三角學中合角定律，容易將 y 的公式變成：

$$y = a_0 + a_1 \sin x \cos A_1 + a_2 \sin 2x \cos A_2 + \dots$$

$$+ a_1 \cos x \sin A_1 + a_2 \cos 2x \sin A_2 + \dots$$

$$\text{以 } p_1 = a_1 \sin A_1, \quad p_2 = a_2 \sin A_2, \dots$$

$$q_1 = a_1 \cos A_1, \quad q_2 = a_2 \cos A_2, \dots$$

$$\text{則 } y = a_0 + p_1 \cos x + p_2 \cos 2x + \dots$$

$$+ q_1 \sin x + q_2 \sin 2x + \dots$$

以 $u_0, u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_{n-1}$ 為觀測值自平均值 a_0 的偏差，將這些數量置入方程式中代替 y ， x 為 $x = iz$ 的相當值所代替，而 $i = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ ，則得有 n 個方程式，而可以計算 $p_1, q_1, p_2, q_2, \dots$

觀測數目如大於常數數目，則使用最小平方法，得出下列常數的方程式：

$$p_1 = 2/n [u_0 \cos 0 + u_1 \cos z + u_2 \cos 2z + \dots + u_{n-1} \cos (n-1)z]$$

$$q_1 = 2/n [u_0 \sin 0 + u_1 \sin z + u_2 \sin 2z + \dots + u_{n-1} \sin (n-1)z]$$

$$p_2 = 2/n [u_0 \cos 0 + u_1 \cos 2z + u_2 \cos 4z + \dots + u_{n-1} \cos 2(n-1)z]$$

$$q_2 = 2/n [u_0 \sin 0 + u_1 \sin 2z + u_2 \sin 4z + \dots + u_{n-1} \sin 2(n-1)z]$$

$$\vdots$$

$$p_k = 2/n [u_0 \cos 0 + u_1 \cos kz + u_2 \cos 2kz + \dots + u_{n-1} \cos (n-1)kz]$$

$$q_k = 2/n [u_0 \sin 0 + u_1 \sin kz + u_2 \sin 2kz + \dots + u_{n-1} \sin (n-1)kz]$$

按 p_k 與 q_k 的定義：

$$\frac{p_k}{q_k} = \tan A_k, \quad \frac{p_k}{\sin A_k} = a_k$$

因而： $p_k^2 + q_k^2 = a_k^2$ 或 $a_k = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$ ，包拉克代 (L. W. Pollak) 作出了計算方程式的方法，茲就其在氣候學上常用的 12 等距觀測的方法說明之。

12 等距觀測可為年中 12 個月的月平均值，一般而論，月平均大致代表月中央日期的平均值，28 天月份的 14 日，30 天月份的 15 日，或 31 天月份的 16 日的平均值。

12 等距值傅立葉級數前四項乘 u_i 用以求 $p_i, q_i, p_2, q_2, p_3, q_3$ 的 $\cos$ 和 $\sin$ 的常數如下：

i	求 p_1 的 $\cos iz$	求 q_1 的 $\sin iz$	求 p_2 的 $\cos 2iz$	求 q_2 的 $\sin 2iz$	求 p_3 的 $\cos 3iz$	求 q_3 的 $\sin 3iz$
0	1.0	0	1.0	0	1.0	0
1	0.866	0.5	0.5	0.866	0	1.0
2	0.5	0.866	- 0.5	0.866	- 1.0	0
3	0	1.0	- 1.0	0	0	- 1.0
4	- 0.5	0.866	- 0.5	- 0.866	1.0	0
5	- 0.866	0.5	0.5	- 0.866	0	1.0
6	- 1.0	0	1.0	0	- 1.0	0
7	- 0.866	- 0.5	0.5	0.866	0	- 1.0
8	- 0.5	- 0.866	- 0.5	0.866	1.0	0
9	0	- 1.0	- 1.0	0	0	1.0
10	0.5	- 0.866	- 0.5	- 0.866	- 1.0	0
11	0.866	- 0.5	0.5	- 0.866	0	- 1.0

以表中數值乘偏差 u_i ，就得出 $p_1, q_1, p_2, q_2, p_3, q_3$ 。 p_k 的係數是 $\cos kiz$ ， q_k 的係數是 $\sin kiz$ ，通常於計算時取三位小數已足夠正確。

使用計算表，在 p_k 或 q_k 的行列中，易將乘積寫出，將每行相加的和再乘以 $2/n$ ，於 12 觀測，即 $n=12$ ，則 $2/n=1/6$ ，如此即得 p_k, q_k 等，有了 p_k, q_k ，就可以使用下式計算相角 A_k 和偏差 a_k 。

$$\tan A_k = p_k/q_k, \quad a_k = p_k/\sin A_k$$

有了 A_k 後，還需要決定這一角度是在那一個象限，這可以由 p_k 和 q_k 的符號是正是負來決定：

1. $+p_k, +q_k$ ，則 A_k 是在第一象限，直接算出的角度，就是 A_k 的角度。

2. $+p_k, -q_k$ ，則是 A_k 在第二象限， $A_k=180^\circ$ - 計算出的角度。

3. $-p_k, -q_k$ ，則 A_k 是在第三象限， $A_k=180^\circ$ + 計算出的角度。

4. $-p_k, +q_k$ ，則 A_k 是在第四象限， $A_k=360^\circ$ - 計算出的角度。

二、臺灣五地之溫度分析

1. 氣溫觀測資料

根據臺灣累年氣象報告續編，臺灣成立最早五處測候所 1879-1960 之各月及年平均溫度 ($^\circ\text{C}$) 如下：

	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
一 月	15.2	15.8	16.3	17.1	20.5
二 月	15.1	15.9	16.0	17.3	20.7
三 月	17.2	18.5	18.6	20.1	22.5
四 月	20.8	22.1	22.2	23.5	24.7
五 月	24.2	25.4	25.3	26.5	26.7
六 月	26.7	26.9	27.2	27.5	27.5
七 月	28.2	27.8	28.1	28.0	27.7
八 月	28.1	27.6	28.0	27.7	27.4

九 月	26.5	26.7	27.3	27.3	26.9
十 月	23.1	23.9	24.8	25.0	25.5
十一月	20.1	20.7	21.2	21.8	23.5
十二月	17.0	17.4	18.4	18.6	21.5
年	21.5	22.2	22.8	23.4	24.6

2. 傅立葉級數方程與由之計算的結果

使用包拉克的計算方法求得臺灣五地氣溫之調和分析傅立葉級數方程如下：

$$\text{臺北 } y = 21.9 + 6.71 \sin(x + 257^\circ 52') + 0.24 \sin(2x + 228^\circ 22') + 0.18 \sin(3x + 157^\circ 37')$$

$$\text{臺中 } y = 22.4 + 6.23 \sin(x + 260^\circ 50') + 0.71 \sin(2x + 249^\circ 47') + 0.16 \sin(3x + 115^\circ 01')$$

$$\text{澎湖 } y = 22.8 + 6.16 \sin(x + 256^\circ 23') + 0.82 \sin(2x + 240^\circ 32') + 0.12 \sin(3x + 146^\circ 18')$$

$$\text{臺南 } y = 23.4 + 5.64 \sin(x + 262^\circ 28') + 0.99 \sin(2x + 253^\circ 02') + 0.17 \sin(3x + 90^\circ 00')$$

$$\text{恆春 } y = 24.6 + 3.69 \sin(x + 264^\circ 15') + 0.60 \sin(2x + 24.5^\circ 10') + 0.07 \sin(3x + 74^\circ 04')$$

由以上五地溫度年中變化之方程式，可知年中週期波係由三種不同週期的波重疊而成，即一年有一個週期，一年有二個週期，及一年有三個週期之三種波所合成，也就是週期為一年的一個波，與週期為半年（六個月）的二個波，與週期為三分之一（四個月）的三個波合成溫度年中變化線所代表之波。週期為一年的第一波遠較他二波為重要，振幅介於 3.69-6.71 °C 之間，週期為半年之波，振幅不及 1°C，週期四個月之波，振幅小於 0.2 °C 由五地溫度年中變化之級數方程，算得五地年中各月溫度如下：

	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
一 月	15.2	15.7	16.2	17.0	20.5
二 月	15.1	16.0	16.1	17.5	20.8
三 月	17.3	18.5	18.5	20.0	22.5
四 月	20.8	22.1	22.2	23.6	24.8
五 月	24.3	25.3	25.3	26.4	26.7
六 月	26.8	27.0	27.2	27.6	27.6
七 月	28.2	27.7	28.0	27.9	27.7
八 月	28.2	27.7	28.1	27.9	27.5
九 月	26.4	26.6	27.1	27.2	26.9
十 月	23.2	24.0	24.9	25.1	25.5
十一月	20.0	20.6	21.7	21.8	23.5
十二月	17.0	17.5	18.4	18.7	21.5

3. 觀測值與計算值之比較

下表給出觀測值減計算值之差數如下：

	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
一 月	0	- 0.1	- 0.1	- 0.1	0
二 月	0	+ 0.0	+ 0.1	+ 0.2	+ 0.1
三 月	+ 0.1	0	- 0.1	- 0.1	0
四 月	0	0	0	+ 0.1	+ 0.1
五 月	+ 0.1	- 0.1	0	- 0.1	0
六 月	+ 0.1	+ 0.1	0	+ 0.1	+ 0.1
七 月	0	- 0.1	- 0.1	- 0.1	0
八 月	+ 0.1	+ 0.1	+ 0.1	+ 0.2	+ 0.1
九 月	- 0.1	- 0.1	- 0.2	- 0.1	0
十 月	+ 0.1	+ 0.1	+ 0.1	+ 0.1	0
十一月	- 0.1	- 0.1	- 0.1	0	0
十二月	0	+ 0.1	0	+ 0.1	0

由臺灣五地氣溫觀測值減由級數公式計算出之數值的差數，可見為臺灣五地求出的級數方程，恆春者最能令人滿意，全年 12 個月中有 8 個月計算得之結果，與觀測所得者完全相符，另有 4 個月計算值小於觀測值 0.1°C，次為臺北所求得之方程式計算值年中有 5 個月與觀測值相等，5 個月計算值低於觀測值 0.1°C，2 個月高於觀測值 0.1°C，澎湖年中有 4 個月計算值與觀測值相等，3 個月計算值較低 0.1°C，4 個月高於觀測值 0.1°C，1 個月低於觀測值 0.2°C，臺中年中有 2 個月計算值與觀測值相等，5 個月計算值低於觀測值 0.1°C，5 個月高於觀測值 0.1°C，為臺南所計算得之級數方程式，給出之計算值全年只有 1 個月與觀測值相符合，計算值 4 個月低於觀測值 0.1°C，2 個月低於觀測值 0.2°C，5 個月高於觀測值 0.1°C，此為計算 3 個週期溫度波之結果，作者亦曾作四個重疊波，即到 $a_4 \sin(4x + A_4)$ 之計算，但以偏差太小，無補級數方程式的正確性，以臺南而論， $a_4 = 0.0281$ ，溫度計算，通常僅取一位小數，計算結果並不能改變表中臺南各月溫度的計算值。臺灣五地 64 年各月平均溫度所形成年中變化的級數方程式，所代表之各月溫度，除澎湖有一個月高於觀測 0.2°C，臺南有 2 個月低於觀測 0.2°C，其他月份差誤都不超過 0.1°C，或則完全與觀測符合，是此項方程式頗為合用或謂為頗有代表性。

4. 相對偏差

級數方程式中三波的偏差或振幅， a_1 ， a_2 ， a_3 等的意義，要看其與算術平均（即年平均溫度）比率而

定，此即相對偏差，數值為百分數(%)，臺灣五地

溫度之調和分析所得三波之相對偏差如下：

	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恒 春
第一波	6.71/21.9 = 30.64%	6.23/22.4 = 27.81%	6.16/22.8 = 27.02%	5.64/23.4 = 24.10%	3.89/24.6 = 15.00%
第二波	0.24/21.9 = 1.10%	0.71/22.4 = 3.17%	0.82/22.8 = 3.60%	0.99/23.4 = 4.23%	0.6 /24.6 = 2.44%
第三波	0.18/21.9 = 0.84%	0.16/22.4 = 0.27%	0.12/22.8 = 0.53%	0.11/23.4 = 0.73%	0.07/24.6 = 0.28%

5. 極端溫度日期

由溫度的調和分析中的相角 A_k ，可以得出極端溫度出現日期，最高溫度出現日期的時角 $x_{max} = kx + A_k = 90^\circ$ 或 450° ，最低溫度出現的時角，和最高溫度出現的時角，相差 180° 以一年為週期的第一波而論，是 $k=1$ ， $kx=x$ ， $x+A_1=450^\circ$ ，例如臺北， $A_1=257^\circ 52'$ 是 $x_{max}=450^\circ - 257^\circ 52' = 192^\circ 08'$ ，最低溫度出現在 $x_{min}=192^\circ 08' - 180^\circ = 12^\circ 08'$ 。

一年共有 365.25 日，週期為 360° ，是

$$1^\circ = \frac{365.25}{360} = 1.0145 \text{ 日，且於 31 日之月，平均溫度}$$

大約相當於月中第 16 日的溫度，將時角化為日數，須將 x 角乘以 1.0145， $1.0145 \times 192^\circ.133 = 194.92$ 日或約為 195 日， $195 + 16 = 211$ 日，年中第 211 日就是 7 月 30 日，最低溫度日期和最高溫度日期相差

$180^\circ = 183$ 日，故最低溫度是在 $211 - 183 = 28$ 日，年中第 28 日即為 1 月 28 日，如此計算，臺灣五地最高溫度與最低溫度日期如下：

	最高溫度	最低溫度
臺 北	7 月 30 日	1 月 28 日
臺 中	7 月 27 日	1 月 25 日
澎 湖	8 月 1 日	1 月 30 日
臺 南	7 月 26 日	1 月 24 日
恒 春	7 月 24 日	1 月 22 日

叁、臺灣五地之年降水量統計

一、年降水量觀測值

按臺灣累年氣象報告及續編，臺北、臺中、澎湖、臺南，與恒春五地 1897-1960 之 64 年年降水量 (mm) 如下表：

1. 臺 北

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
189								2082.0	2787.2	1945.8
190	2467.9	2065.3	1600.6	2559.3	1733.8	2183.8	1761.7	1777.0	1824.1	1926.5
191	1969.2	1766.1	2570.2	2118.9	2315.0	2453.3	2035.9	2404.9	2150.7	2032.5
192	2199.9	1671.9	2432.7	1639.1	2608.1	2117.9	2103.1	2658.3	2417.4	1547.7
193	2252.7	2432.7	2308.7	1842.7	1498.9	2211.8	1913.0	2128.0	1969.7	2263.2
194	2449.2	2744.0	1630.4	1849.8	2426.1	1598.0	1668.9	3172.8	1785.3	1944.4
195	2116.7	1869.0	1624.7	2433.7	1627.5	1727.2	2594.1	2195.1	2018.5	2592.8
196	2334.4									

2. 臺 中

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
189								1566.1	2837.4	1633.0
190	2150.2	1145.3	1622.7	2585.7	1804.9	2141.0	1404.8	1134.0	1120.4	1581.6
191	1164.3	2033.6	2383.3	2356.5	1486.4	1702.8	966.5	1383.6	1646.7	1178.5
192	3057.7	1883.8	1987.9	841.5*	2088.9	1409.2	1611.7	1491.6	2195.1	2177.4
193	2107.7	1901.6	2098.1	1088.3	1336.3	1897.5	1503.2	1750.5	1583.0	2221.1
194	1748.1	2143.6	1899.7	1824.8	2484.4	1995.7	1097.4	2531.9	1181.6	1919.3
195	2315.5	1810.9	1696.4	2144.2	851.0	2062.6	1768.3	1687.8	1187.9	2590.9
196	1764.9									

3. 澎 湖

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
189								809.9	1670.6	897.7
190	790.2	512.2	836.4	1619.7	1329.1	1533.6	1101.6	846.6	1155.4	843.0

191	466.1	959.4	908.3	898.5	932.6	975.6	323.3*	912.9	848.7	872.5
192	1406.5	961.3	1359.6	488.5	1181.8	701.0	1034.1	986.7	1407.8	928.1
193	1086.3	1140.7	956.9	720.7	1317.9	1027.1	971.7	1171.0	1034.2	1792.7
194	1195.8	1290.2	916.5	945.7	932.2	1202.1	863.7	1507.1	872.5	841.9
195	1257.6	1183.2	1005.3	1465.8	755.2	1174.5	1363.3	710.4	941.3	1141.7
196	902.1									

4. 臺 南

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
189								1914.9	1755.2	1354.7
190	1157.5	1263.3	1350.3	2579.1	1882.8	1708.5	1834.2	1368.3	1771.1	1596.3
191	1606.5	2007.3	1783.6	1979.3	1499.0	1930.1	966.9	1605.3	1297.4	1752.0
192	2732.7	1879.3	1992.5	685.0*	2217.5	1414.0	1500.9	1639.3	2330.5	1719.0
193	2040.0	2272.5	1886.2	1541.5	1661.6	2301.2	1467.6	2433.6	2563.4	3521.0
194	2028.4	2094.7	1325.1	1439.3	1625.9	2925.0	1399.8	2446.6	1551.5	2176.9
195	2317.4	1769.4	1922.2	2243.8	1201.2	2547.9	2266.4	1529.1	1395.9	1935.4
196	1743.6									

5. 恒 春

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
189								2835.7	2988.3	2103.7
190	1617.0	2120.2	1458.0	2551.7	2106.9	1877.3	2090.9	1801.8	2217.0	2197.2
191	2096.3	2651.6	2229.7	2285.4	2278.4	1962.6	2558.6	2217.8	2522.5	1526.8
192	2574.1	2138.8	2681.4	1371.9	2233.2	1807.1	1633.8	2928.2	2292.2	2245.6
193	1321.4*	3023.9	2203.4	1714.2	2758.4	3594.6	1708.0	2058.8	2251.4	2423.4
194	2377.7	2027.4	2291.3	3493.8	2538.6	2209.4	1711.7	2821.1	2254.1	2551.4
195	2458.0	2535.8	2737.3	3191.7	1935.0	2155.1	2645.0	1881.6	2415.3	2433.8
196	2000.0									

二、平均值與極端值

以 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{64}$ 代表第一年, 第二年, 第三年……第 64 年的年降水量, 年降水量的算術平均

$$\bar{a} = \frac{1}{64} (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{64})$$

如此可求出臺灣五地 1897-1960 之 64 年平均降水量, 並由五地各 64 年年降水量大小數值中求得最大年降水量與最小年降水量如下表:

年降水量 (mm)	平 均	最 大	最 小	較 (最大——最小)
臺 北	2080.4	3172.8	1498.9	1673.9
臺 中	1796.4	3057.7	841.5	2216.2
澎 湖	1036.0	1792.7	323.3	1469.4
臺 南	1838.3	3521.2	685.0	2836.2
恒 春	2281.2	3594.6	1321.4	2273.2

三、分組資料之統計

臺灣五地中任何一地的年降水量之一組變數, 如其絕對最大為 M (mm), 絕對最小為 m (mm), 此較差可分為若干等距間隔, 等級間隔之大小, 按查里爾 (Charlier) 定律應為

$$W = \frac{M - m}{20}$$

如此計算, 取整數, 五地可取如下之等級間隔 (W) mm 數:

臺北 80, 臺中 110, 澎湖 70, 臺南 140, 恒春 110。

各地等級間隔之下限、上限、中值、組數、絕對頻率, 相對頻率, 中值與絕對頻率之乘積, 組數乘絕對頻率之乘積, 組數平方與絕對頻率之乘積, 疊積絕對頻率與疊積相對頻率如下表:

1. 臺 北

i	下 限 (mm)	上 限 (mm)	中 值 (mm) X_i	組 數 x_i	絕對頻率 f_i	相對頻率 (%)	$X_i f_i$	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$	累積絕對 $\sum_{j=1}^i f_j$	累積相對 $\sum_{j=1}^i (\%)$
1	1460	1540	1500	-7	1	1.6	1500	-7	49	1	1.6
2	1540	1620	1580	-6	3	4.7	4740	-18	108	4	6.3
3	1620	1700	1660	-5	6	9.4	9960	-30	150	10	15.7
4	1700	1780	1740	-4	5	7.8	8700	-20	80	15	23.5
5	1780	1860	1820	-3	4	6.3	7280	-12	36	19	29.8
6	1860	1940	1900	-2	3	4.7	5700	-6	12	22	34.5
7	1940	2020	1980	-1	5	7.8	9900	-5	5	27	42.3
8	2020	2100	2060	0	4	6.3	8240	0	0	31	48.6
9	2100	2180	2140	1	6	9.4	12840	6	6	37	58.0
10	2180	2260	2220	2	5	7.8	11100	10	20	42	65.8
11	2260	2340	2300	3	4	6.3	9200	12	36	46	72.1
12	2340	2420	2380	4	2	3.1	4760	8	32	48	75.2
13	2420	2500	2460	5	7	10.9	17220	35	175	55	86.1
14	2500	2880	2540	6	2	3.1	5080	12	72	57	89.2
15	2580	2660	2620	7	4	6.3	10480	28	196	61	95.5
16	2660	2740	2700	8	0	0	0	0	0	61	95.5
17	2740	2820	2780	9	2	3.1	5560	18	162	63	98.6
18	2820	2900	2860	10	0	0	0	0	0	63	98.6
19	2900	2980	2940	11	0	0	0	0	0	63	98.6
20	2980	3060	3020	12	0	0	0	0	0	63	98.6
21	3060	3140	3100	13	0	0	0	0	0	63	98.6
22	3140	3220	3180	14	1	1.6	3180	14	196	64	100.2
總 計					64	100.2	135440	45	1335		
平 均							2116.3	0.703	20.86		

2. 臺 中

i	下 限 (mm)	上 限 (mm)	中 值 (mm) X_i	組 數 x_i	絕對頻率 f_i	相對頻率 (%)	$X_i f_i$	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$	累積絕對 $\sum_{j=1}^i f_j$	累積相對 $\sum_{j=1}^i (\%)$
1	790	900	845	-9	2	3.1	1690	-18	162	2	3.1
2	900	1010	955	-8	1	1.6	955	-8	64	3	4.7
3	1010	1120	1065	-7	2	3.1	2130	-14	98	5	7.8
4	1120	1230	1175	-6	7	10.9	8225	-42	252	12	18.7
5	1230	1340	1285	-5	1	1.6	1285	-5	25	13	20.3
6	1340	1450	1295	-4	3	4.7	4185	-17	48	16	25.0
7	1450	1560	1505	-3	3	4.7	4515	-9	27	19	29.7
8	1560	1670	1615	-2	7	10.9	11305	-14	28	26	40.6
9	1670	1780	1725	-1	7	10.9	12075	-7	7	33	51.5
10	1780	1890	1835	0	4	6.3	7340	0	0	37	57.8
11	1890	2000	1945	1	6	9.4	11670	6	6	43	67.2

12	2000	2110	2055	2	4	6.3	8220	8	16	47	78.5
13	2110	2220	2165	3	7	10.9	15155	21	63	54	84.4
14	2220	2330	2275	4	2	3.1	4550	8	32	56	87.5
15	2330	2440	2385	5	2	3.1	4770	10	50	58	90.6
16	2440	2550	2495	6	2	3.1	4990	12	72	60	93.7
17	2550	2660	2605	7	2	3.1	5210	14	98	62	96.8
18	2660	2770	2715	8	0	0	0	0	0	62	96.8
19	2770	2880	2825	9	1	1.6	2825	9	81	63	98.4
20	2880	2990	2935	10	0	0	0	0	0	63	98.4
21	2990	3110	3045	11	1	1.6	3045	11	121	64	100.0
總計						100.0	114140	-30	1250		
平均							1783.4	-0.47	19.53		

3. 澎湖

i	下 限 (mm)	上 限 (mm)	中 值 (mm) X_i	組 數 x_i	絕對頻率 f_i	相對頻率 (%)	$X_i f_i$	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$	累積絕對 頻率 $\sum_{j=1}^i f_j$	累積相對 頻率 $\sum_{j=1}^i x_j (%)$
1	290	360	325	-10	1	1.6	325	-10	100	1	1.6
2	360	430	395	-9	0	0	0	0	0	1	1.6
3	430	500	465	-8	2	3.1	930	-16	28	3	4.7
4	500	570	535	-7	1	1.6	535	-7	49	4	6.3
5	570	640	605	-6	0	0	0	0	0	4	6.3
6	640	710	675	-5	1	1.6	675	-5	25	5	7.9
7	710	780	745	-4	3	4.7	2235	-12	48	8	12.6
8	780	850	815	-3	7	10.9	2705	-21	63	15	23.5
9	850	920	885	-2	8	12.5	7080	-16	32	23	36.0
10	920	990	955	-1	12	18.8	11460	-12	12	35	54.8
11	990	1060	1025	0	4	6.3	4100	0	0	39	61.1
12	1060	1130	1095	1	2	3.1	2190	2	2	41	64.2
13	1130	1200	1165	2	8	12.5	9320	16	32	49	76.7
14	1200	1270	1235	3	1	1.6	1235	3	9	50	78.3
15	1270	1340	1305	4	3	4.7	3915	12	48	53	83.0
16	1340	1410	1375	5	5	7.8	6875	25	125	58	98.8
17	1410	1480	1445	6	1	1.6	1445	6	36	59	92.4
18	1480	1550	1515	7	2	3.1	3030	14	98	61	95.5
19	1550	1620	1585	8	1	1.6	1585	8	64	62	97.1
20	1620	1690	1655	9	1	1.6	1655	9	81	63	98.7
21	1690	1760	1725	10	0	0	0	0	0	63	98.7
22	1760	1830	1795	11	1	1.6	1795	11	121	64	98.7
總計					64	100.3	66090	7	1073		100.3
平均							1031.1	0.11	16.77		

4.臺 南

i	下 限 (mm)	上 限 (mm)	中 值 (mm) X_i	組 數 x_i	絕對頻率 f_i	相對頻率 (%)	$X_i f_i$	$x_i f_i$	$x^2_i f_i$	疊 對 積 頻 率 $\sum_{j=1}^i f_j$	疊 對 積 頻 率 $\sum_{j=1}^i (\%)$
1	615	755	685	-8	1	1.6	685	-8	64	1	1.6
2	755	895	825	-7	0	0	0	0	0	1	1.6
3	895	1035	965	-6	1	1.6	965	-6	36	2	3.2
4	1035	1175	1145	-5	1	1.6	1105	-5	25	3	4.8
5	1175	1315	1245	-4	3	4.7	3735	-12	48	6	9.5
6	1315	1455	1385	-3	8	12.5	11080	-24	72	14	22.0
7	1455	1595	1525	-2	6	9.4	9150	-12	24	20	31.4
8	1595	1735	1665	-1	7	10.9	11655	-7	7	27	42.3
9	1735	1875	1805	0	8	12.5	14440	0	0	35	54.8
10	1875	2015	1945	1	10	15.6	19450	10	10	45	70.4
11	2015	2155	2085	2	3	4.7	6255	6	12	48	75.1
12	2155	2295	2225	3	5	7.8	11125	15	45	53	82.9
13	2295	2435	2365	4	4	6.3	9460	16	64	57	89.2
14	2435	2575	2505	5	3	4.7	7515	15	75	60	93.9
15	2575	2715	2645	6	1	1.6	2645	6	36	61	95.5
16	2715	2855	2785	7	1	1.6	2785	7	49	62	97.1
17	2855	2995	2925	8	1	1.6	2925	8	64	63	98.7
18	2995	3135	3065	9	0	0	0	0	0	63	98.7
19	3135	3275	3205	10	0	0	0	0	0	63	98.7
20	3275	3415	3345	11	0	0	0	0	0	63	98.7
21	3415	3555	3485	12	1	1.6	3485	12	144	64	100.3
總 計					64	100.3	118460	21	775		
平 均							1850.9	0.328	12.1		

5.恒 春

i	下 限 (mm)	上 限 (mm)	中 值 (mm) X_i	組 數 x_i	絕對頻率 f_i	相對頻率 (%)	$X_i f_i$	$x_i f_i$	$x^2_i f_i$	疊 對 積 頻 率 $\sum_{j=1}^i f_j$	疊 對 積 頻 率 $\sum_{j=1}^i (\%)$
1	1265	1375	1320	-9	2	3.1	2640	-18	162	2	3.1
2	1375	1485	1430	-8	1	1.6	1430	-8	64	3	4.7
3	1485	1595	1540	-7	1	1.6	1540	-7	49	4	6.3
4	1595	1705	1650	-6	2	3.1	3300	-12	72	6	9.4
5	1705	1815	1760	-5	5	7.8	8800	-25	125	11	17.2
6	1815	1925	1870	-4	2	3.1	3740	-8	32	13	20.3
7	1925	2035	1980	-3	4	6.3	7920	-12	36	17	26.6
8	2035	2145	2090	-2	7	10.9	14630	-14	28	24	37.5
9	2145	2255	2200	-1	11	17.2	24200	-11	11	35	54.7
10	2255	2365	2310	0	4	6.3	9240	0	0	35	61.0
11	2365	2475	2420	1	4	6.3	9680	4	4	43	67.3
12	2475	2585	2530	2	6	9.4	21180	12	24	49	76.7

13	2585	2695	2640	3	4	6.3	10560	12	36	53	83.0
14	2695	2805	2750	4	2	3.1	5500	8	32	55	86.1
15	2805	2915	2860	5	2	3.1	5720	10	50	57	89.2
16	2915	3025	2970	6	3	4.7	8910	18	108	60	93.9
17	3025	3135	3080	7	0	0	0	0	0	60	93.9
18	3135	3245	3190	8	1	1.6	3190	8	64	61	95.5
19	3245	3355	3300	9	0	0	0	0	0	61	95.5
20	3355	3465	3410	10	1	1.6	3410	10	100	62	97.1
21	3465	3575	3520	11	1	1.6	3520	11	121	63	98.7
22	3575	3685	3630	12	1	1.6	3630	12	144	64	100.3
總計					64	100.3	150740	-10	1262		
平均							2355.3	-0.156	19.72		

四、由分組資料計算得的接近值

由分組資料求得各統計特性之接近值如下：

1. 平均

臺灣五地 64 年年降水量之算術平均，及由分組資料計算而得的接近平均以及二者之差（算術平均減接近平均 mm 數如下表：

	臺北	臺中	澎湖	臺南	恆春
算術平均 (mm)	2080.4	1796.4	1036.0	1838.3	2281.2
接近平均 (mm)	2116.3	1783.4	1031.1	1850.9	2355.3
差 (算術平均—接近平均) (mm)	-35.9	13.0	4.9	-12.6	-74.1

2. 標準偏差

由分組資料計算標準偏差，使用下列公式：

$$\sigma^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 f_i - B_0^2 \right)$$

式中 σ 代表標準偏差， ω 為分組之等級間隔， $B_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i f_i$ ，由於是分組資料，接近值 σ^2 須加修正，按舍巴德 (Sheppard) 訂正數為 $-\omega^2/12$ ，如此求得臺灣五地 64 年年降水量的標準偏差 σ 如下：

	σ^2	σ
臺北	$80^2(20.86 - 0.703^2) - \frac{80^2}{12}$ = 129807.79	356.67
臺中	$110^2(19.53 - 0.47^2) - \frac{110^2}{12}$ = 233631.78	483.31
澎湖	$70^2(16.77 - 0.11^2) - \frac{70^2}{12}$ = 81705.38	285.84
臺南	$140^2(12.0 - 0.328^2) - \frac{140^2}{12}$ = 231457.71	480.99

σ^2

σ

$$\text{恆春 } \frac{110^2(19.72 - 0.156^2) - \frac{110^2}{12}}{= 237309.23}$$

487.12

3. 中位數

一組數值如按大小順序排列，其中間的數值就被稱做中位數，一組數值如為奇數，則居於最中位置的一數為中位數，數值項數如為偶數，則居於中央位置二數的平均，是為中位數，使用業已按等級間隔分組的數值計算，則中位數的計算公式如下：

$$C = L_0 + \frac{\frac{1}{2}n - n_b}{f_0} \omega$$

式中 C 代表中位數 L_0 為中位數等級間隔的下限數值， n 為組項數， n_b 為低於中位數等級的項數， f_0 為中位數等級的項數（絕對頻率）， ω 為等級間隔。如此求得臺灣五地 64 年年降水量的中位數如下：

臺北	$C = 2100 + \frac{\frac{1}{2} \times 64 - 31}{6} \times 80 = 2113.3 \text{ mm}$
臺中	$C = 1670 + \frac{\frac{1}{2} \times 64 - 26}{7} \times 110 = 1764.3 \text{ mm}$
澎湖	$C = 920 + \frac{\frac{1}{2} \times 64 - 23}{12} \times 70 = 972.5 \text{ mm}$
臺南	$C = 1735 + \frac{\frac{1}{2} \times 64 - 27}{8} \times 140 = 1822.5 \text{ mm}$
恆春	$C = 2145 + \frac{\frac{1}{2} \times 64 - 24}{11} \times 110 = 2225.0 \text{ mm}$

4. 四分位數

將包括 n 個數目的一組觀測分為四等分，則得四分位數，第 $\frac{1}{4}n$ 項是第一四分位數，第 $\frac{2}{4}n$ 項的數值就是第二四分位數，也就是上述的中位數，第 $\frac{3}{4}n$ 的數目就是第三、四分位數，第 $\frac{4}{4}n$ 項的數值就是四四分位數，也就是一組數目中的最大值，四分位的計算，可使用類似計算中位數的公式，僅須將中位數公式中的 $\frac{1}{2}n$ ，改為 $\frac{1}{4}n$ ， $\frac{2}{4}n$ ， $\frac{3}{4}n$ ，與三個公式以計算第一、第二與第三、四分位數，第四四分位數。

備計算，由表中直接取最大的上限值即可。根據這一方法，按各地分組資料，計算得臺灣五地 64 年年雨量的四分位數如下：

	四分位數	項次	等級間隔下限 (mm)	頻率	低於本總頻率	四分位數 (mm)
臺 北	第一	16	1780	4	15	1800.0
	第二	32	2100	6	31	2113.3
	第三	48	2340	2	46	2420.0
	第四	64	3140	1	63	3220.0
臺 中	第一	16	1340	3	13	1450.0
	第二	32	1670	7	26	1764.3
	第三	48	2110	7	47	2125.7
	第四	64	2990	1	63	3100.0
澎 湖	第一	16	850	8	15	858.8
	第二	32	920	12	23	972.5
	第三	48	1130	8	41	1191.3
	第四	64	1760	1	63	1830.0
臺 南	第一	16	1455	6	14	1502.0
	第二	32	1735	8	27	1822.5
	第三	48	2015	3	45	2255.0
	第四	64	3415	1	63	3555.0
恆 春	第一	16	1925	4	13	2007.5
	第二	32	2145	11	24	2225.0
	第三	48	2475	6	43	2566.7
	第四	64	3575	1	63	3685.0

5. 八分位數

將含有 n 個數值的一組觀測分為八等分，就得八分位數。第一八分位數就是第 $\frac{1}{8}n$ 項的數值，第二

$$\text{臺 北 } y = 21.9 + 6.71 \sin(x + 257^\circ 52') + 0.24 \sin(2x + 228^\circ 22') + 0.18 \sin(3x + 157^\circ 37')$$

$$\text{臺 中 } y = 22.4 + 6.23 \sin(x + 260^\circ 50') + 0.71 \sin(2x + 249^\circ 47') + 0.16 \sin(3x + 115^\circ 01')$$

$$\text{澎 湖 } y = 22.8 + 6.16 \sin(x + 256^\circ 23') + 0.82 \sin(2x + 240^\circ 32') + 0.12 \sin(3x + 146^\circ 18')$$

$$\text{臺 南 } y = 23.4 + 5.64 \sin(x + 262^\circ 28') + 0.99 \sin(2x + 253^\circ 02') + 0.17 \sin(3x + 90^\circ 00')$$

$$\text{恆 春 } y = 24.6 + 3.69 \sin(x + 264^\circ 15') + 0.60 \sin(2x + 245^\circ 10') + 0.07 \sin(3x + 74^\circ 04')$$

由以上方程式計算出之各地年中各月溫度，與觀測值頗相符合，僅澎湖有一個月計算值高於觀測值 0.2°C ，臺南有二個月計算值低於觀測值 0.2°C ，由調和分析所得以一年為週期的第一波，尚可計算出臺灣五地年中最熱最冷日期，結果如下：

日期 臺 北 臺 中 澎 湖 臺 南 恆 春
最熱 7月30日 7月27日 8月1日 7月26日 7月24日
最冷 1月28日 1月25日 1月30日 1月24日 1月22日

由臺灣五地 1897-1960 共 64 年年降水量的統計

八位數就是第 $\frac{1}{8}n$ 項的數值，也就是第一四分位數，第三八分位數是第 $\frac{3}{8}n$ 項的數值，第四八分位數是第 $\frac{4}{8}n$ 項的數值，也就是第二四分位數或中位數，第五八分位數是第 $\frac{5}{8}n$ 項的數值，第六八分位數是第 $\frac{6}{8}n$ 項的數值，也就是第三四分位數，第七八分位數是第 $\frac{7}{8}n$ 項的數值，第八八分位數就是最大值，如為分組資料，就是最大等級的上限，第一八分位數到第七八分位數中間共含有總項數的四分之三項，以臺灣五地之一的 64 年年降水量而論，共有 48 年的降水量介於這中間，第二八分位數與第六八分位數之間共有總項數的一半，以臺灣五地之一的 64 年降水量論，共有一半年數即 32 年的降水量介於這一大小之間。

按分組資料臺灣五地 64 年年降水量的八分位數如下：

八分位數 (mm)	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
第 一	1673.3	1167.1	780.0	1350.0	1749.0
第 二	1800.0	1450.0	858.8	1502.0	2007.5
第 三	1972.0	1638.6	926.3	1675.0	2145.0
第 四	2113.3	1764.3	972.5	1822.5	2225.0
第 五	2228.0	1945.0	1095.0	1945.0	2392.5
第 六	2420.0	2125.7	1191.3	2255.0	2566.7
第 七	2540.0	2330.0	1312.0	2400.0	2860.0
第 八	3220.0	3100.0	1830.0	3555.0	3685.0

肆、結 論

使用傅立葉級數 (Fourier's series) 作臺灣五地 1897-1960 共 64 年平均各月溫度之調和分析，求得五地溫度之級數方程如下：

求得五地年降水量之平均，最大，最小與較差 mm 數如下：

年降水量	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
平 均	2080.4	1796.4	1036.0	1838.3	2281.2
最 大	3172.8	3057.7	1792.7	3521.2	3594.6
最 小	1498.9	841.5	323.3	685.0	1321.4
較 差	1673.9	2216.2	1469.4	2836.2	2273.2

另將臺灣五地 64 年年降水量按分組資料，按等級間隔與頻率等計算各種統計特性之接近值，所得接近平均及其差誤（算術平均減接近平均）如下：

	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
接近平均 (mm)	2116.3	1783.4	1031.1	1850.9	2355.3
差 誤 (mm)	-35.9	13.0	4.9	-12.6	-74.1

由五地分組資料求得各地年降水量之標準偏差及中位數如下：

	臺 北	臺 中	澎 湖	臺 南	恆 春
標準偏差 (mm)	356.67	483.31	285.84	480.99	487.14
中 位 數 (mm)	2113.3	1764.3	972.5	1822.5	2225.0

此外本研究尚按分組資料計算出臺灣五地 64 年

年降水量的四位數與八分位數，由八分位數可以知 64 年中的 48 年降水量是介於什麼數值到什麼數值間，半數就是 32 年的降水量是介於那一數值到那一數值的中間，雖然僅是接近數值，但可用性很大有考價值。

附錄：參考資料

1. 臺灣累年氣象報告 1897-1952 臺灣省氣象所出版
2. 臺灣累年氣象報告續編 1951-1960 臺灣省氣象所出版
3. 劉衍淮氣候學民國五十九年九月國立臺灣師範大學出版
4. V. Conrad and L. W. Pollak, Methods in Climatology, 2nd Edition, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts 1950

