

天氣預報使用價值之檢討與改進芻議

—兼論機率預報及決策理論—

陳 航 雷

Promotion of Weather Forecasts Utility Based on the Union of Probability Forecasting and Decision Theory

Yulei Chen

Abstract

Weather forecasts can be more effectively utilized without the "escalation" of forecasting theory and skill in itself. However, it could be accomplished only through the cooperation between the forecaster and the user the former providing probability forecasting instead of the traditional categorical forecasting, while the latter making his own operation decision based on the information.

The deficiency in categorical weather forecasts has long been pointed out by many meteorologists, Jack Thompson in particular. But few actions were taken because the public (user of weather forecasts) fell short of the modern decision making theory. The situation has been improving greatly with the increasing popularity of management sciences recently. This article is therefore aimed not only at the "know how" about probability forecasting and decision making, but also at educating purpose so as to make way for the future improvement in more effective weather service.

All probability forecasting methods have been cited, described and illustrated with examples. As for decision theory, the author laid emphasis on matrix, expectation values and game theory. Linear programming, which can hardly be introduced in limited words, was omitted in this study, but strongly recommended because of its applicability and computerizability.

一、緒論

氣象科學主要是一種實用科學。它的目標廣義地說是造福人羣，狹義地說就是供應預報。所以天氣預報當然不是預報員的自娛性工作。預報的使用者間接涉及每一國民，而如軍事、交通、工程、農林、觀光等事業更是對天氣特別敏感，所以他們的成敗可說是直接和天氣預報息息相關的。那麼天氣預報的準確性，也就是它的使用價值如何呢？這答案縱非否定的，

至少也是不令人滿意的。從純學理角度來看這一缺失的原因，當然不外原始資料不足和部份大氣物理程序尚有未盡瞭解這兩點。現在世界氣象組織所領導的「三W計劃」、「GARP」等大規模國際合作資料蒐集運動，以及理論氣象學家分別所作的努力就是針對此一缺失而來的。這是屬於積極性、原則性的改進，但不是本文要討論的範圍。

現在的問題是：有沒有一種方法或技術可使我們在現階段天氣預報作業能力之下改進它的使用價值？

換言之，一種貨物或一項勞務，它的本質並未改善，但是仍可設法增加它的利用價值，不讓它本已具有的能力徒因使用不當而有所浪費。就天氣預報這一種服務而言，如果雙方面能配合改進的話，還是大有可為的。具體地說，在預報員方面應利用機率預報（probability forecasting），而使用者方面則應運用決策理論（decision theory）。

我們先檢討一下天氣預報現行作業情形。如所週知，氣象人員的預報發佈方式都是對某一天氣要素作一「範疇式」的（categorical statement）敘述。例如「雨後晴」，「晴時雲轉陰」，表面上雖然是肯定的，其實預報員心內並非如此。他根據天氣圖和各種資料覺得明天轉晴與否都有其可能性，也有學術上的理由。但放晴的機會多些（機率超過50%），因此就發佈明日晴天了。對於使用者而言，他祇聽到了明日晴天，無形中損失了他本來應該可以獲知的寶貴資料不少。因為晴天機率之為95%或51%對某一類事業會有極大差別的。所以除非預報員自告奮勇，或使用者為了切身利益攸關而主動追問之外，那一部份資料通常都被犧牲掉了。

反過來說，即使氣象人員把預報機率都發佈出來而使用者不知如何利用的話，仍屬枉然。對於常見的一些標語式警句，例如「氣象是農業增產的生力軍」，「氣象是飛行安全的褓姆」之類；原則固善，却對實際無補。怎樣利用機率來選擇一個最佳決策才是使用者方面應該追求的具體目標。所以決策理論乃是不可或缺的智識。

至此，我們瞭解了天氣預報的現況，並且知道了它的使用價值在技巧上尚有改進餘地的這一事實。下節內再用一個實例來強調說明兩者配合之下可能產生的經濟價值。

二、實例闡釋

下面的例子雖非實事，但其內容都是可能發生的，所以非但不失其真實性，而且很具代表意義。

一位工廠主人，每年冬天都要為部份怕凍的室外器材化錢又費事地去保護它們。他覺得冬季內溫度也不是每天都在零下，何不根據氣象臺預報來決定行止，可以節省一點成本呢？於是開始行動。先向主計室要來保護措施的費用，平均每天得化300元。同時業務主管估計出不加保護而可能遭受損失器材的折價是2,000元。然後他由氣象臺索取上年度冬季三月內的每日最低氣溫預報和實測紀錄，製成表1。表內

「所探行動」指根據預報而後採取的決定。預報氣溫將達零下，則採保護措施；反之則否。

表 1. 根據範疇預報採取行動之結果
Table 1. Action based on categorical forecast about freezing weather

		所探行動 (預報氣溫)		小計
實際氣溫	<0°C		不保護 >0°C	
	保護 <0°C	不保護 >0°C	小計	
實際氣溫	<0°C	51	6	57
	>0°C	6	27	33
小計		57	33	90

計算下來，完全信賴預報所需費用如下：

$$57 \times 300 \text{ 元} + 6 \times 2,000 \text{ 元} = 29,100 \text{ 元}$$

如果完全不理預報，90天內所需保護措施費用也不過

$$90 \times 300 \text{ 元} = 27,000 \text{ 元}$$

顯然預報對他工廠毫無好處，反而會增加成本。

其實，他應該針對這個問題的性質先計算一下零下氣溫出現的機率作為一種預報機率以作決策根據。他可以藉過去二年資料統計得到下列結果，如表2。

表 2. 零下氣溫出現之機率
Table 2. Probabilities of freezing weather from forecast verification data.

預報氣溫範圍 °C	預報日數 (a)	實際出現零下 氣溫日數 (b)	零下氣溫出現 機率 $(\frac{b}{a})$
≤-10	5	5	100%
-9~-7	12	12	100
-6~-4	24	23	96
-3~-1	36	31	86
0~2	44	28	64
3~5	23	10	44
6~8	20	3	15
9~11	12	1	8
≥12	5	0	0

至於採用保護措施與否的決策，在這個問題來說，應視下式成立與否而定。

$$P > \frac{C}{L} \dots \dots \dots \quad ①$$

P 為零下氣溫出現之機率，C 為採取保護措施之費用，L 為不保護而零下氣溫出現因而遭受之損失。在本

例中， $C/L = 300/2000 \approx 15\%$ 。換言之，當預報氣溫在 $6-8^{\circ}\text{C}$ 這一等級以上時， $P < 0.15$ ，就可不必保護行動了（實際作業時可依 7°C 為準）。照此決策準繩而採取行動的結果可以表 3 說明。

表 3. 根據機率預報採取行動之結果
Table 3. Action based on probability forecast about freezing weather.

		所採行動 (預報氣溫)		小計
		保護 $<0^{\circ}\text{C}$	不保護 $>0^{\circ}\text{C}$	
實際氣溫	$<0^{\circ}\text{C}$	56	1	57
	$>0^{\circ}\text{C}$	22	11	33
小計		78	12	90

這樣計算下來的冬防成本應為，

$$78 \times 300 \text{ 元} + 1 \times 2,000 \text{ 元} = 25,400 \text{ 元}$$

比較不理預報，每天保護共需 $27,000$ 元來，節省 $1,600$ 元。比直接採用每日預報而行動的計算，則節省 $8,700$ 元。機率預報和決策理論的運用是否有助於經濟價值，不言而喻。

上例內的機率，實際上是由預報驗證 (verification) 而得的準確率百分比。如果用其他直接的方法來預測零下氣溫出現的機率，所獲利益必然更豐。

三、預報方面的改進——採用機率預報

(一) 尚未廣泛採用的理由

肯定的預報發佈對使用者有時非但無益，反而有損，已見上例所述。若改用機率預報發佈則絕對有利無弊。這樣說來，採用機率預報應該是必然的趨勢。何以世界各國軍、民氣象機構很少見諸實施呢？下面列有四項原因。

1. 若干預報目標 (predictand) 尚未建立機率預報的方法。
2. 明知其優點而囿於習慣，不欲改進。就像英、美之仍用華氏單位一樣。
3. 認為採用機率預報係暴露預報員之缺乏信心，足以影響氣象機構之信譽。
4. 深知使用者不知如何利用此項額外服務，徒增麻煩。

關於第一點，純粹是學術、技術或功夫不到的問題，解決起來，應無大困難。（見(二)分節）。第二點

主要是惰性使然，需要適當的訓練和宣傳來改變實際從事氣象工作人員的觀念，尤其是主管階層。第三點也是一種不正確觀念。但外界確實有此想法，所以有待使用者的合作大家合力來扭轉觀念。第四點在目前亦確有此種現象。但近年來管理科學 (management sciences) 日受重視，俟其精神在行政、軍事、企業界逐漸生根後，此種現象當可自然消失。

(二) 機率預報的種類

是否所有天氣預報都可以採用機率方式發佈呢？答案是肯定的。但機率產生的方法却不盡相同。基本上可以分為三類，分別敘述於下。

1. 由氣候學平均而來：

從過去大量資料統計所得的相對頻率，先天上就是一種經驗機率 (empirical probability)。它又可分為三種情形。

- (1) 需用預報目標本身這一參數加以分級或稱分組 (stratification or classification)，不需用其他參數作為預報因子 (predictors)。

例如要預報颱風進行方向，可將過去同一位置上颱風實際進行各方向的相對頻率用百分比統計出來，即可直接據此來預報當前颱風的動向和機率，以圖表示更為清晰，如圖 1。

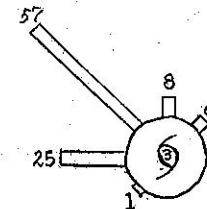


圖 1. 颱風進行方向相對頻率圖

Figure 1. Relative frequencies of typhoon motion.

實在說來這祇是氣候學平均而已。從預報理論看是沒有甚麼技術可言的。上例更是特別簡化。在實際預報工作言，如果能考慮一些天氣學、季節、地理區域方面的因素，加以較精細的區分，效果定可增加。

- (2) 需要其他參數作為預報因子。每一參數均各予以分級或分組。從過去資料統計出預報目標隨某些預因之後出現的經驗機率若何。

例如我們以氣壓趨勢（下降 1 mb ），氣團 (mE)，風向 (SW) 三項參數聯合起來作為預因，認為它們與降水（預報目標）很有關係。

於是把過去天氣紀錄中合於上述聯合因子的日子都挑出來，一共有 25 日。然後就 25 日內隨後發生降水的日子再挑出來，共有 16 日。所以 $16/25$ 或 64% 就是在那種聯合情況下的降水機率預報。

這種所謂「層分法」(stratification Method)，當然較上述那種內容要複雜得多，由 Irving I. Gringorten 所創立⁽¹⁾。但其基本性質仍未脫離氣候學平均的意義。

(3) 統計預報法中應用最廣的一種「圖解法」(graphical methods)是運用散佈圖(scatter diagram)的原則，根據過去資料把某一預報目標(例如霧)發生與否分別用圈點及叉號表示點入圖內相當位置。所謂相當位置就是兩種預報因子在縱軸、橫軸上構成的坐標位置。然後劃分出霧「發生」與「不發生」的範圍，成為他日預報根據的一張圖。這裏用有名的 Taylor 氏霧之發生與否預報圖為例⁽²⁾說明。

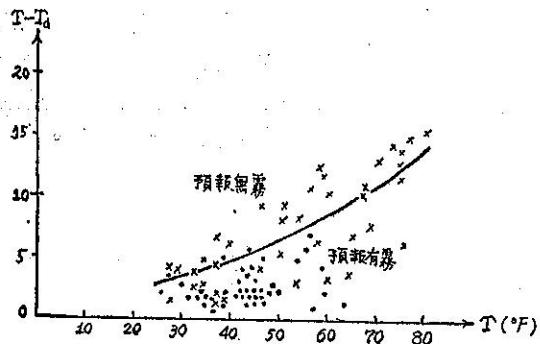


圖 2. Taylor 氏霧之預報圖

Figure 2. Taylor's diagram forecasting the occurrence of fog.

圖中橫軸及縱軸分別為當時氣溫，露點降兩個預報因子。就實際五年之資料分析得如圖 2 之結果。這種圖解法仍屬範疇預報。但我們可以利用「區域平均法」⁽³⁾ (block means analysis) 把上圖劃分為很多小方塊，各自計算霧發生在該方塊內之相對頻率。然後分析等頻率線如圖 3，就成為機率預報了。

2. 由預報驗證而來：

凡是用肯定的量或發生與否表示預報結果的，不論其為主觀方法、客觀方法或數值方法，都可以利用過去所作預報之驗證求得其準確率(或誤差率)。也可以說是某一種預報方法所得(預報

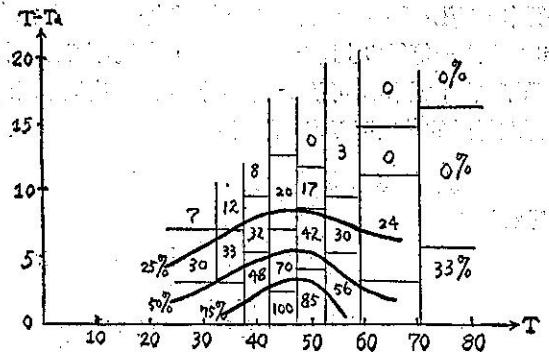


圖 3. 霧之預報圖重新用「區域平均法」分析，成為機率預報

Figure 3. Fig. 2 re-analyzed by "block means analysis"

) 結果的可靠程度。與 1 相比，這兩種機率是有其性質上的根本差異的。但對本文題旨言，則目的相同，效果也無殊。

第二節內實例闡釋所用的機率就是這種性質。因為它所代表的是可信程度，所以預報方法本身若有實質上的改善時，準確率當然也會增加，這種機率就有重新加以修正的必要。

3. 由主觀信心而來：

常可聽到預報員答覆詢問時說，「明天可能下雨。」「多半會下雨。」等。除非他的水準太差，對自己的預報確實缺乏信心而加以此類副詞來掩飾他的模稜兩可。否則那種副詞也就是機率預報的文字形式。「有可能」代表 30%，「很可能」代表 60%，「多半會」代表 90%。這樣的機率預報似乎最不能令人心折。但根據 Philip Williams, Jr. 的研究⁽⁴⁾，凡是够水準的預報員確實都有估計自己預報可信程度的能力。

Williams 氏選出鹽湖城資深預報員八位為實驗對象。要求他們每次作降水預報後加上「信心因素」(confidence factor) 6、8、10 分別表示自行估計的準確率。在總計 1,095 次預報驗證結果顯示如表 4。

事前估計的信心因素與事後驗證結果的準確率極為接近。可知各預報員確有自知之明，因此也證明了這種附加的機率，來源雖然極為主觀，但有客觀的統計數字證明它的可行性。

最後，我們倒換次序，以大家熟悉的預報方法為主，分別註明應以何種機率預報製作方式出之，以為本節結尾。

表 4. 事先之信心與事後之準確率驗證比較
Table 4. Comparison between forecaster's confidence factor and later verification.

信心因素	預報準確次數	預報失誤次數	合計預報次數	準確率百分比
6	172	122	294	59
8	215	77	292	74
10	493	16	509	97
平均 8.4	總計 880	215	1,095	平均 80

表 5. 製作機率預報之適當方式
Table 5. Proper way to establish probability forecasts.

預 報 方 法		機率預報製作方式
主觀預報 (傳統)		2, 3
	氣候學法 (統計)	1
客觀預報	圖解法	1, 2
	迴歸法	2
	層分法	1

至於數值預報方法，如果其對象為環流型態，則實際上與主觀預報無殊；如果對象是某一特定目標，則可能是客觀預報中的某法。所以未經列入上表。

四、使用方面的改進——運用決策理論

第二節實例中的①式未說明為 C/L 何可以作為一個決策的標準 (decision criterion)。實在 C/L 應該是「臨界機率」，(critical probability) p_c 在該範例中之值為 15%。它的計算方法可用表 6 說明：

符號意義均如前述，但這裏的 p 却不是①式中 p (預報機率)，而是實際天氣中氣溫達零下的相對頻率，亦即經驗機率。 $(1-p)$ 則為氣溫在零度以上的機率。

若求兩種預報情況下的損益結果，可用下式計算其期望值 (expectation) E：

$$E(\text{採保護措施}) = pC + (1-p)L = C \quad \dots \dots \dots \text{②}$$

$$E(\text{不採措施}) = (1-p)C + pL = L \quad \dots \dots \dots \text{③}$$

採取保護措施與否都不影響損益時候的 p 就是臨

表 6. 各種損益情況分配表

Table 6. Contingency table for economical outcomes.

		預 報	
		保護 $<0^\circ\text{C}$	不保護 $>0^\circ\text{C}$
實 P	$<0^\circ\text{C}$	C	L
	$>0^\circ\text{C}$	C	L

界機率，所以我們給 p 加上腳註而成爲 p_c 。它的求法祇須令②=③，解 p 即得。在本例中，

$$p_c = \frac{C}{L} \quad \dots \dots \dots \text{④}$$

故當預報機率 p 大於 p_c 時，廠方應該採取行動來保護室外怕凍的器材。否則反是。綜合起來，

$$p \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \begin{cases} C \\ C \\ L \end{cases} \begin{cases} \text{保護} \\ \text{無所謂} \\ \text{不必保護} \end{cases} \quad \dots \dots \dots \text{⑤}$$

以上自然是專屬該例或類似情況下的一種算法。決策的標準決不會一成不變，也不能都像這樣簡單。就理論言，問題複雜，則數學模型 (mathematical models) 必然也跟着繁複。到了最廣義的決策理論，它的界說也就包括管理科學的全領域了。

從前的將軍運籌帷幄，以求決勝疆場。這就是作決策的意思。可是古時名將不管他是諸葛亮或是拿破崙，用的是以直覺經驗爲主的舊模型。今日的決策者則無論對方案、計劃，參謀研究乃至戰術、戰略，無不納入一種數學模型來處理。因爲時代已經從直覺管理進步到科學管理，更進步到今日管理科學的時代了。而管理科學的主要手段在於數學，不過他們之間的共通點倒是一成不變的，就是尋求「最利答案」 (optimal solution) 以爲決策之依循。

由此看來，天氣預報比之施政方案，戰略等雖可謂之小道，但是在今天的時代裏凡與氣象有關企業的決策者確實應該利用預報員所供給的資料來作合理的，而不是天才式的決心。所謂合理的就是數學模型的。它可以是前例一樣最簡單的代數，或是較複雜的極大、極小問題，也可以是矩陣、機率論、競局論 (theory of games) 或線型調配 (linear programming) 等一般人平日不常接觸的數學科目。

本文限於篇幅，對上列數學工具自無法一一予以介紹，因爲每一項都自成爲獨立的一門數學支科，各有其完整的理論體系和運算法則，實在不是本節所能

假定有某小販想乘金龍少年棒球隊決賽那天在體育場內賺一筆錢。於是他湊集若干小資金，不知道販賣雪糕好，還是廉價塑膠雨衣好？兩種貨品都不能退，一旦選錯，明天就會大蝕其老本。他考慮了四種方案：

1. D_1 祇賣雪糕。
2. D_2 兩樣都賣。
3. D_3 祇賣雨衣。
4. D_4 乾脆在家睡覺，不冒這個風險。

他又去找了一位氣象界朋友，供給他一份明日天氣的機率預報如下：

1. X_1 ，晴無雨，53%。
2. X_2 ，晴偶雨，13%。
3. X_3 ，整日下雨，34%。

此外還告訴他這些機率的上、下限 p_j'' 和 p_j' 列如表 10 最下方。小販自己對各種天氣下的營業情況很有經驗，所以他估計好每一種情況下的損益金額 (a_{ij}) 如表 10 左上方所示。負值指賠錢，以百元為單位。

表 10. B 法舉例中各種情況及與 A 法之比較

Table 10. Another example illustrating Method B, and the comparison of results by Methods A & B.

天氣			Q_i	E_i
X_1	X_2	X_3		
決策	D_1	4	-2	4 -0.44
	D_2	1	0	0 0.32
	D_3	-1	3	6 -0.440
	D_4	0	0	0 0
			$V = 1.00$	
			$E = E_2 = 0.32$	
			P_j''	
			0.84	0.49
			0.21	0.01
			P_j'	
			0.69	0.08

他先用 A 法，結果顯示應採 D_2 決策，也就是兼賣雪糕和雨衣，可以賺至少 32 元。

再用 B 法試之。他就按前述步驟，第一求出 Q_i 和 R_j 值（見表 10）。這結果指示他如果用四成機會賣雪糕，用六成機會賣雨衣；那麼他的利益可以保證在局值 V ，即 100 元之上。

例如，小販用他的最利策略 Q_i ，遇到天氣假定是 X_1 ，由⑩式計算，

$$V = \frac{Q_1 a_{11} + Q_2 a_{21} + Q_3 a_{31} + Q_4 a_{41}}{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}$$

$$= \frac{4 \times 4 + 0 \times 1 + 6 \times (-1) + 0 \times 0}{4 + 0 + 6 + 0} = 1 \dots \text{⑪}$$

假定天氣是 X_3 ，計算結果一樣。但如果天氣不懂競局論而偏偏笨到來個晴偶雨 (X_2) 的話，那小販就會賺到 160 元之多了。所以小販祇要按本法決策，不管甚麼天氣來都可以穩賺一百元。

以競局論觀點看天氣方面的最利策略（如果天不懶人，真要和人競賽一番的話。）則是對 X_1 , X_2 , X_3 三種天氣依序以 50%、0%、50% 的相對頻率出現。這樣「天」就可以保證不會被小販賺過 100 元以上去。局值是不變的，這裏可用⑩式核對如下：

假定小販採 D_1 方案，

$$V = \frac{R_1 a_{11} + R_2 a_{21} + R_3 a_{31}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{5 \times 4 + 0 \times 1 + 5 \times (-2)}{5 + 0 + 5} = 1 \dots \dots \dots \text{⑫}$$

小販如採 D_3 ，計算出來還是一樣。但 D_2 或 D_4 則不能用於⑩式計算，因為 $Q_2 = Q_4 = 0$ 。

像本例是屬於不公平的競局，即使雙方都聰明絕頂，某一方注定要吃虧的。本例中的「天」總歸還是要讓「人」賺了 100 元回去。

須要特別說明的一點是關於所謂四成機會賣雪糕和六成機會賣雨衣的最利策略，其意義絕非進貨 4/10 的雪糕和 6/10 的雨衣，同時叫賣。如果這樣，就變成 D_2 方案，祇能賺 32 元了。正確的解釋是：祇賣雪糕，或祇賣雨衣。兩者的機會是 4 : 6。所以小販最後應該用十張牌，內四張黑桃代表 D_1 ，雪糕，六張紅心代表 D_3 雨衣；然後閉起眼睛任抽一張出來決定究竟專賣哪一樣東西好。

(四) 聯合 A、B 兩法

同一問題，決策時究竟採用 A 法或 B 法，當然以「人」方獲益較大的一種為準。A 法是最大的一個「最小期望值」 E' ，B 法是局值 V 。所以比較一下就可以知道何所取捨了。

1. $E' \geq V$ 時，用 A 法。

2. $E' < V$ 時，用 B 法。

兩種方法中（尤以 B 法為然）最好能用在會重複發生的同性質決策問題上。以前例言，少年棒球賽如果連續舉行十天，則小販就不必抽籤了。他可以隨意賣四天雪糕，六天雨衣。平均每天應可穩賺一百元。

當然由所舉兩個例子看，兩種方法也都適用於祇須要決策一次的問題上。譬如工程設計問題等，尤其像諾曼第登陸一類的決策問題，根本就不可能時時重複發生！

五、結 語

本文的緣起和邏輯是以孫子兵法所謂「多算勝，少算不勝。」為指導原則的。天氣預報發佈方式囿於傳統習慣，僅報一結果而不把關於此一結果的「公算」（就是機率）也一起報出來，因此正犯了「少算不勝」的缺點。另一方面，使用預報的人如果不善利用決策理論，仍舊不能達到「多算勝」的利益。兩方面如能配合：預報者採用機率預報發佈，使用者運用決策理論行動；則氣象科學本身即使停頓在現階段的智識水準上不進，天氣預報的使用價值還是可以產生實質上改善的效果。而且這種做法在技術上已經沒有甚麼多大困難存在，同時管理科學在公私機構之日被重視，也為這問題培養了極為有利的環境。所以未能廣為推行的原因恐怕反而在觀念方面。作者不揣謬陋，效野叟曝獻之義，獻此芻議，尚祈各界賢達，氣象先進有以指正。

參 考 文 獻

1. I.I. Gringorten, (1950), "Forecasting by

Statistical Inferences," J. of Meteor., Vol. 7, pp. 388-394

2. G.I. Taylor, (1917), "The Formation of Fog and Mist," Quart. J. of Roy. Meteor. Soc., Vol. 43, pp. 241-268
3. 陳毓雷, (1966), 「氣象統計學」空軍訓練司令部出版 pp. 69-71
4. Philip Williams. Jr., (1951), "The Use of Confidence Factors in Forecasting," BAMS, Vol.32 No.8, pp 279-281
5. Abraham Glicksman, (1968), "An Introduction to Linear Programming and the Theory of Games," John Wiley & Sons Inc , pp. 58-78, 84-97
6. T. A. Gleeson, (1960), "A Prediction and Decision Method for Applied Meteorology and Climatology, Based Partly on the Theory of Games," J. of Meteor., Vol. 17, pp. 116-121