

冰 雹 預 測 法

蔣 志 才

A Hail-Size Forecasting Technique

C. T. CHIANG

Abstract

A technique for forecasting the size of hailstones accompanying thunderstorms is presented. Hailstone size is related to its terminal velocity which in turn is related to the updraft velocity of a thunderstorm as derived from parcel buoyancy. This updraft velocity is approximated from positive area measurements on a thermodynamic diagram. The technique is tested in the United States and worked well.

冰雹的降落，有關人民生計。比喻說農作物往往被冰雹摧殘，而農民遭受重大損失，故美國農產物大都辦理保險。農場牲口往往因冰雹降落，而大禍降臨，牲口露天遊食，而遭擊昏倒地或擊斃者，不乏其報告。同時路上行進者，也容易受冰雹襲擊傷害或車輛損壞等，諸如此類對人類影響，不言可喻。在我國內陸于春夏秋之季，也常有降冰雹情事，尤其是夏末初秋之季，但因以前我們觀測站稀少，加之觀測站僅作定時觀測，對特別天氣及測站附近天氣現象之觀測，並不舉行，是故少有是項觀測資料，提高人民警覺，更談不上冰雹之降落預報。

在美國實施特殊天氣預報（包括冰雹之預測）將近十年，其預報中心設在密蘇里州的坎薩斯城，位于美國本土之正中心，負責全國特殊天氣之預測與研究。該中心為軍民氣象聯合組織。有關特殊天氣之預測與研究，由當地氣象局負責對民間發佈，空軍氣象單位對陸空軍發佈，各負其責。惟其所有資料來源及氣象與通信裝備，僅有一套共同使用。設備經費方面既經濟，工作方面也不致脫節，因為每天舉行之預報討論會，所有值班預報人員均同堂討論的。

Fawbush 與 Miller 兩位先生，曾一度研究冰雹的發生，他們預測冰雹的理論是在發生雷陣雨時，計算地面不穩定性空氣之能量，于是必須預報附近區域的探空曲線，其所求之能量是靜態的，經過長期實驗，與其說預測冰雹，不如說與雷陣雨的發生較為密切。

六年前又有 Foster 與 Bates 兩位先生進一步發展，較基于物理理論之方法，該方法美國特殊天氣預報中心迄今仍在應用。依照本人在美實際工作經驗，

以單點資料用本方法預報未必可靠，因為探空觀測計算與分析方面，各步驟中難免稍有差誤而有出入。同時單點預報之觀測站可能附近有冰雹而漏報。不過若依照全部探空分析資料，填繪穩定指數與冰雹直徑圖後，冰雹降落將不會超出該圖所指示之冰雹發生區，其出現之冰雹直徑也與所計算者相接近，不失為實用方法。茲將該項方法簡述介紹如下：

假 設

該方法假設冰雹的大小與上昇速率有關，而將冰雹降而復昇的情形不予考慮，同時又假定：

(一)在冰雹形成區空氣抬舉速率恰好能維持成長中之冰雹不昇不降為其終極速率 (Terminal velocity)。

(二)該抬舉速率是由于浮舉力的產生，使在自由對流高度 (Level of free convection, 以後簡稱 LFC) 以上空氣質點起上昇作用。

(三)其速率 (也可說冰雹的大小) 的大小，可在某測站發生冰雹時的絕熱圖所出現能量正區計算而得。

公 式 演 算

終極速率與冰雹直徑之關係：

拉力係數 (Drag coefficient) 與雷諾治數 (Reynolds number) 之關係如附圖1：此種關係是假設冰雹為球形，如果冰雹非球體，乃以下演釋將不正確，不過一般冰雹的發生都是球狀的。

當一物體在靜止空氣中降落，必加速下降，至地心吸力作用在物體獲得重量之終止速度為止。假如有上昇氣流強有力的抬舉該物體，乃該物體必保持在空中有垂直運動發生，其間相互關係如下式：

雷諾治數 ($R \times 10^{-5}$)

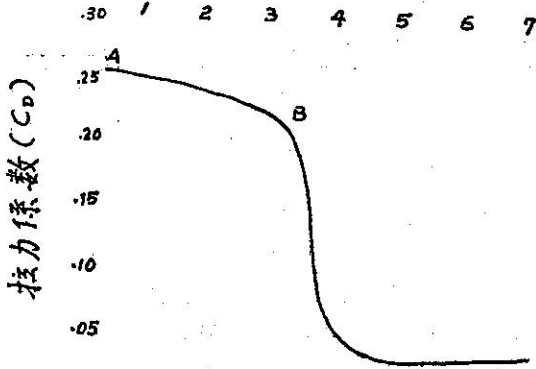


圖 1：雷諾治數與拉力係數之關係

拉力 = 重量 (1)

乃可寫為 $\omega = \left(\frac{2\rho'dg}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$ (2)

- ω = 空氣的垂直運動速率 (上昇)
- ρ' = 冰雹密度
- g = 地心吸力加速 (980 cm/sec²)
- C_D = 附圖 1 之拉力係數
- ρ = 空氣密度

關於拉力係數圖列之 C_D 係由飛機拖拉球體觀測所得，其拉力係數與雷諾治數之關係，在圖上曲線 A—B 正是氣象上自然上昇速率之極限。在 B 點以下 C_D 值直線下降。至于雷諾治數為何物，說明如下式：

R (雷諾治數) = $\frac{\rho\omega d}{\mu}$ 亦可改寫為

$\omega = \frac{R\mu}{\rho d}$ (3)

μ = 黏性係數 (Coefficient of Viscosity)

(2) 與 (3) 等式簡化得：

$d = \left(\frac{3R^2\mu^2C_D}{2\rho'g\rho} \right)^{\frac{1}{3}}$ (4)

假使採用圖 1 內 A—B 線範圍內之 R 與 C_D 值，乃 (4) 式 d 值就不難求得。如再以 d 值代入 (3) 式即可解得 ω 值同樣以 ω 值也可解得 d 值。

從浮舉加速求垂直速率，基本問題是牽涉到浮舉力。故列本式：

$\dot{\omega} = g \left(\frac{T' - T}{T} \right) = g \frac{\Delta T}{T}$ (5)

- $\dot{\omega}$ = 空氣垂直上升加速度
- T' = 上升空氣之溫度
- T = 周圍空氣溫度

在正常情形下，上昇速率可寫為：

$\omega \frac{\partial \omega}{\partial Z} = g \frac{\Delta T}{T}$ (6)

Z 為高度，為便于積分，寫為 $\omega \delta \omega = g \frac{\Delta T}{T} \delta Z$

為積分上式，設 $\Delta T = KZ$ ， Z 為從 LFC 向上量至上升空氣 -10°C 的高度。同時假設在 LFC 的 ω 等于 0，乃積分就決定在厚度 H (自 LFC 向上量也等于 Z 值)。也可說 H 就是冰雹形成厚度。

又 T_m 為 H 層之平均氣溫。並設 $T = T_m$ 為一近乎不變數。乃

$\int_0^H \omega_H \omega \delta \omega = \frac{Kg}{T_m} \int_0^H Z \delta Z$ (7)

$\omega_H^2 = \frac{Kg}{T_m} H^2$ (8)

$\omega_H = \left(\frac{g}{T_m} \Delta T_H H \right)^{\frac{1}{2}}$ (9)

以 (3) 式 ω 值當作 (9) 中之 ω_H ，以解 $\Delta T_H H$ 值，反之，如 ΔT_H 與 H 可求得，乃 ω_H 之正確值也可求得。 ΔT_H 與 H 值在絕熱圖上是可以分析出來，分析方法下節細述。冰雹的大小是與探空曲線分析之上升速率及能量正區有關。由 (9) 式也可察覺，當 $\Delta T_H H$ 數值大，則 ω_H 也大，在絕熱圖上能量正區也大，反之則小。所以作業時僅以假絕熱圖分析 ΔT_H 與 H ，則可求得發生冰雹之大小，手續簡單，有利于作業進行。作業方法：

先求 LFC，從經驗告訴我們最佳求 LFC 之方法如下：

- (一) 以等面積法求探空底層 3000' 之平均混合比及當天地面可能之最高溫度。
- (二) 沿混合比線與乾絕熱線向上伸沿至飽和點。
- (三) 由該飽和點沿濕絕熱線再上升與探空曲線相交為止，該相交點高度即為 LFC。

經試驗冰雹降落地面立即測其內部溫度，均低于 0°C ，通常是在 -5°C 至 -15°C 之間，故決定以平均值 -10°C 為冰雹形成平均高度。因為冰雹形成是由于雷陣雨時氣流上升，其本身溫度降低，水份凝固成為冰粒為基本理論，是故，應該分析上昇氣流何時溫度遞減至 -10°C ，而不是周圍大氣之 -10°C 。

以上會提及 H 之決定，為自 LFC 點沿濕絕熱線伸延至 -10°C ，其間垂直距離是也。在濕絕熱路線 -10°C 點與周圍大氣之溫度差為 ΔT_H ，此處須解釋者，上升空氣比較周圍空氣為暖，否則不會有能量正區，也不會有冰雹發生。由圖 2 顯示有一三角形

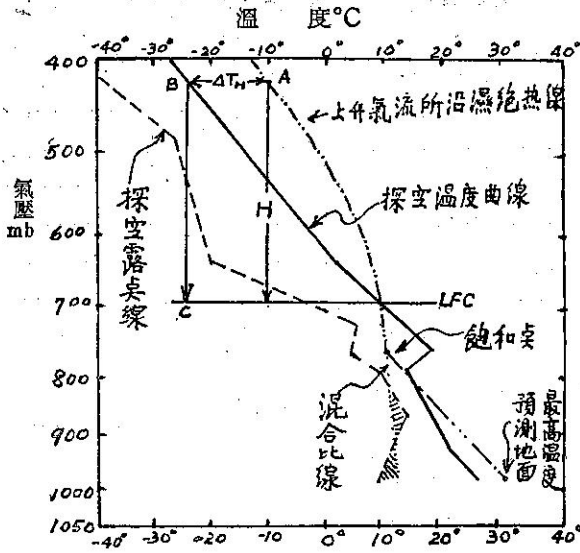


圖2：絕熱圖分析

的能量正區。其面積與 $\Delta T_H H$ 值成正比，故冰雹直徑可由分析絕熱圖之 ΔT_H 與 H 兩值而求之。不過溫度曲線有時不規則，必要時應自 LFC 向上用平均遞減率相似值作為求 ΔT_H 之用，平均遞減率以等面積法求之。

冰雹直徑與終極速率，由于各高度空氣密度的長同而有改變，故冰雹直徑與終極速率分 400, 500 及 600mb 層計算其數值如表一。計算所用 C_D 與 R 值。

表一：冰雹直徑與終極速率表

冰雹直徑 (吋)	氣 壓 mb		
	400	500	600
	速 度 (呎/分)		
1/4	2,913	2,631	2,373
1/2	4,099	3,678	3,359
3/4	5,014	4,491	4,113
1	5,796	5,180	4,725
1 1/2	7,124	6,370	5,817
2	8,240	7,380	6,742
2 1/2	9,242	8,279	7,563
3	10,157	9,133	8,317
3 1/2	11,009	9,907	9,092
4	11,902	10,787	9,868
4 1/2	12,790	11,558	10,645
5	13,680	12,507	—

可自圖 1 查出，至 μ 黏性係數與 ρ 空氣密度，採用以下之平均值：

$$\mu = 1.665 \times 10^{-4} \text{ gr cm}^{-1} \text{ Sec}^{-1}$$

(係 -10°C 情況下)

$$\rho = 0.530 \times 10^{-3} \text{ gr cm}^{-3}$$

(在 400mb, -10°C 情況下)

$$\rho = 0.622 \times 10^{-3} \text{ gr cm}^{-3}$$

(在 500mb, -10°C 情況下)

$$\rho = 0.795 \times 10^{-3} \text{ gr cm}^{-3}$$

(在 600mb, -10°C 情況下)

有以上資料，代入公式 (3) 與 (4)，冰雹直徑與終極速率，就此可得。

在真能量面積圖，測量上升氣流的能量計算器是不難求得，因其有各種限止，使其最後計算結果準確性不高，而不如直接利用平時的工作絕熱圖。

本篇忽略空氣上升時外來的滲入 (Entrainment)。當雷陣雨時產生大冰雹，其上升空氣柱可能有外界不同空氣滲入之影響。在其所降各種不同大小冰雹與其光色，可以鑒別。可是經驗告我們，計算滲入用在冰雹預報技術，已有很多失敗的經過，所以本篇忽略不計。而忽略後計算之冰雹大小，經實驗相當成功。

次一步驟是以表一之速度值代入 (9) 式，即可計算得 400mb 各 H 厚度之 (1至6公里) ΔT_H 資料如附表二：

表二：冰雹直徑與溫度差關係表

冰雹直徑 (吋)	各 H (公里) 之 ΔT_H ($^\circ\text{C}$)					
	1	2	3	4	5	6
1/4	6.0°	3.0°	2.0°	1.5°	1.2°	1.1°
1/2	11.9°	6.0°	4.0°	3.0°	2.5°	2.1°
3/4	—	9.0°	6.1°	4.6°	3.7°	3.1°
1	—	12.0°	8.1°	6.1°	4.9°	4.2°
1 1/2	—	18.1°	12.1°	9.2°	7.4°	6.2°
2	—	—	16.2°	12.3°	9.9°	8.3°
2 1/2	—	—	20.4°	15.4°	12.4°	10.5°
3	—	—	—	18.6°	15.0°	12.6°
3 1/2	—	—	—	21.9°	17.6°	14.8°
4	—	—	—	25.3°	20.6°	17.3°
4 1/2	—	—	—	—	23.8°	20.0°
5	—	—	—	—	27.9°	23.5°

同樣可計算 500mb 與 600mb 之表二資料。可是作業時最低限度必需作三種高度 (400, 500與600 mb者) 之表尺使用, 不勝其煩, 事實上可選擇較常用的400mb層 (即依照表二資料)

作為標準, 作一計算表尺如附圖 3, 再附一修正表尺如圖 4, 如 -10°C 上升氣流不在 400 mb 高度, 乃用圖 3 透明表尺量得冰雹直徑後, 再用圖 4 表尺查出其修正值修正之。例如用圖 3 表尺量出冰雹為 1吋, 其 -10°C 上升氣流是在 600 mb, 乃在圖 4 中, 4600mb 線之 A 點向上伸延至 400mb, 得出冰雹直徑應為 $1\frac{1}{2}$ 吋是也。

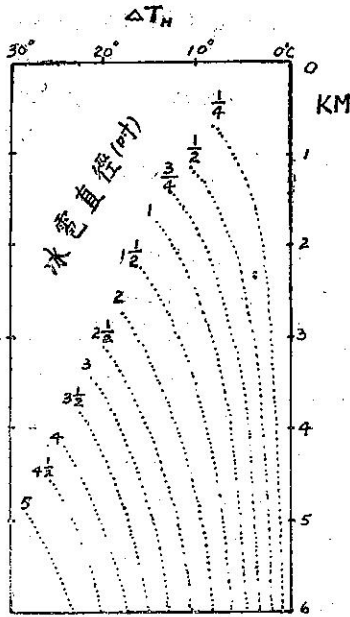


圖 3 : 冰雹直徑尺

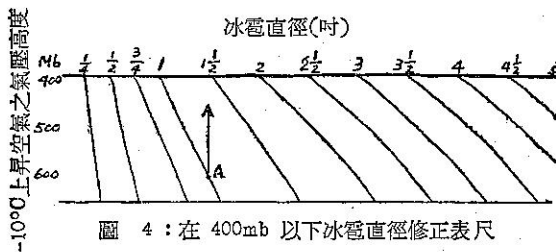


圖 4 : 在 400mb 以下冰雹直徑修正表尺

使用圖 3 透明膠板時, 必須注意該透明膠板之刻度是否與絕熱圖之比例尺相符合。如比例尺不符可依照絕熱圖之溫度與幾何高度間隔, 自製一有刻度與絕熱圖比例尺相符之表尺應用, 其中冰雹直徑曲線依照表二資料點繪。

有適合表尺後, 將圖 3 表尺右上角之 0°C 點, 重疊圖 2 在溫度 -10°C 與上升氣流曲線之相交點 (A)。並將板邊平行于溫度垂直線 (沿 H 線)。在 400mb 冰雹的大小, 僅讀出平行于 A 點之周圍空氣溫度 (即相交探空曲線于 B 點), 再由 B 點垂直下降至 LFC 高度, 相交點 C 在明膠表尺上冰雹直徑曲線所指示之數值, 即為所求之冰雹直徑。不過若 A 點低于 400mb 高度, 乃照上節方法使用圖 4 修正之。修正後之數值, A 點愈低 (即氣壓愈高) 所得修正數值愈大, 換言之, A 點愈接近 400mb, 修正值愈小。

為了獲得較多之可靠報告, 美國氣象局利用 1953 與 1954 兩年資料, 以冰雹大小予以分類。以冰雹外形大小說明其相當直徑。分類如下:

小粒 Marbles	$\frac{1}{2}$ "
核桃 Walnuts	$1\frac{1}{2}$ "
高爾夫球 Golf balls	$1\frac{3}{4}$ "
雞蛋 Hen Eggs	2"
網球 Tennis balls	$2\frac{1}{2}$ "
棒球 Base balls	$2\frac{3}{4}$ "
茶杯 Teacups	3"

結 論

本方法是沒有上升空氣外來的滲入計算在內, 同時也沒有將空中結冰後, 降而復升, 升而復降的冰雹直徑增減因素, 予以考慮。當然不能說十全十美的方法, 但迄目前為止尚無更完善方法, 以預測冰雹之發生與降落, 以彌補是項缺陷, 尚待各先進研究指導。

參考文獻

1. Bulletin of the American Meteorological Society, Vol. 37, No.4.
2. Bulletin of the American Meteorological Society, Vol. 34, No.6.