

圖解數值預報法應用於24小時 颱風進路的預報

湯捷喜

Forecast of 24 Hour Typhoon Movement on the Basis of Numerical Graphical Prediction Method

Chieh-hsi Tang

Abstract

A numerical graphical prediction method developed by Fjórtoft is applied to make 24 hour forecast on typhoon movement, and was based on barotropic vorticity equations.

As the steering level the 700mb surface was chosen, because the forecasting area in this experiment was below 30° latitude N.

The results of the 24 hour forecast as to typhoon Trix (1960) Pamela, Nancy (1961) and Opal (1962) are shown in Fig. 13, and indicated that the method was very helpful in making forecast, especially at those stations where have no electronic computers.

In this experiment, the writer found that the initial charts (Z) is absolutely necessary in order to make better forecasts.

Acknowledgement: The writer wishes to express his appreciations to Dr. Y. N. Masuda who is working at the numerical computation center of the Japan Meteorological Agency, for his valuable comments to this experiment.

一、前言

英國的 L. F. Richardson 氏，雖於 1922 年提出數值天氣預報理論，但由於吾人欠足大氣結構的認識，並受數值計算能力的限制，至 1946 年間，始終無人能夠將其理論導入實際應用的階段，而於 1946 年以後，方得力於電子計算機的發明成功，及高空氣象觀測站之充實強化等有利條件，並由美國以 J. G. Charney 氏為中心人物所組成的研究機構，盡其全力，不斷研究之結果，遂於 1955 年 5 月，使美國氣象事業進入實際應用數值天氣預報的革新時代。所謂數值天氣預報，不外是從動力氣象之觀點出發，對大氣的構造及運動，給與合理的假定，再以嚴密的數值，和物理的涵義，來尋求未來天氣演變的方法。因為一切是以數學方程式來解答，所以比較客觀，其計算，當然是以電子計算機來處理為最適當，但設置一部電子計算機，所需費用龐大驚人，且維護使用亦相當困難，是為一般氣象機構未能普遍添置應用的原因。嗣為補救設置電子計算機的困難，經 Fjórtoft 氏研究

有一種簡便圖解計算法，經實際使用多年，收效甚宏。茲將其應用於颱風進路預報之理論，預報工作的步驟，及其實驗結果記述如後。

二、Fjórtoft 圖解天氣預報法

1952 年 R. Fjórtoft 氏曾經發明了一種，以簡單圖式來計算解答複雜的數值天氣預報方程式的方法。此一方法，以少數人工能够在二至三小時內完成其工作，且其所求出的解與順壓大氣模型旋率方程式 (Barotropic vorticity equation) 之解非常接近，是為其最大的優點。其理論即為，設大氣為順壓，無輻散，且係二因次運動時，以流體力學的運動方程式，可將絕對旋率保存之式 (Equation of conservation of absolute vorticity) 表示如下：

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{d(f+\zeta)}{dt} = 0 \dots \dots \dots (I.01)$$

$\frac{d}{dt}$ 為個別變化率的演算符號， η 為絕對旋率 (Absolute vorticity)， $f = 2\Omega \sin \varphi$ ，為地球偏轉力，

ζ 為相對旋率 (Relative vorticity), (I.01) 式表示, 大氣水平運動粒子固有的絕對旋率, 在其運動期間有保存性的意義。此式雖然一見至為簡單, 但可以表現地球上相當複雜的大氣運動情形, 且係數值預報的基本方程式。茲為吾人便於由固定於地球上觀察起見, 式 (I.01) 以 Euler 流表示, 即可得式 (I.02)。

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dt} &= \frac{d}{dt} \eta(x, y, t) = \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{dt}{dt} \\ &+ \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{dy}{dt} \\ &= \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -u \frac{\partial \eta}{\partial x} - v \frac{\partial \eta}{\partial y} \dots \dots \dots (I.02) \end{aligned}$$

式中 u, v , 各為 x, y 方向的風速。式 (I.02) 再以向量表示, 即可寫成

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla_s \eta \dots \dots \dots (I.03)$$

$$\because \mathbf{V} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$$

$$\nabla \eta = \frac{\partial \eta}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \mathbf{k}$$

在此, \mathbf{V} 為速度向量 (Velocity vector), ∇ 為梯度演算符號 (Gradient operator)。我們知道, 上述旋率方程式, 只能求旋率的變化, 並不可能在現有的天氣圖上作預測天氣或大氣變化的目的。茲為求達成此一目的, 必須用在地轉風近似 (Geostrophic Approximation) 處理之。設順壓大氣模型裏, 大氣運動與水平輻散, 即 $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$, 等壓面高度 (Z) 的地轉風為, $\mathbf{V} = -\frac{S}{f} \mathbf{k} \times \nabla Z$ (I.04), 式中 \mathbf{k} 為垂直方向的單位向量。茲以 \mathbf{i}, \mathbf{j} 兩方向的分速表示, 即 $\mathbf{V} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{g}{f} \frac{\partial Z}{\partial y} \\ v &= \frac{g}{f} \frac{\partial Z}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (I.05)$$

茲以式 (I-05) 來表示相對旋率, 即,

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \\ &= \frac{g}{f} \nabla^2 Z \dots \dots \dots (I.06) \end{aligned}$$

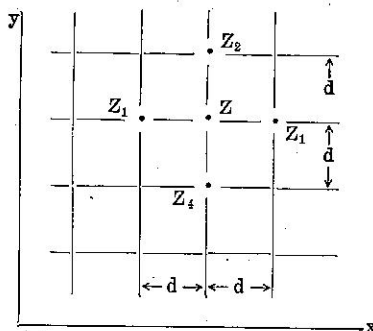
$$\text{但 } \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla^2 Z = \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}$$

因此絕對旋率當然為;

$$\eta = f + \zeta = f + \frac{g}{f} \nabla^2 Z \dots \dots \dots (I.07)$$

所以風速與旋率均可由我們現用的等壓面高度天氣圖, 即高度 (Z) 上求出。地轉風近似不但可以簡化計算手續, 還包括有濾過在氣象學上所不必要的, 較短波長的大氣變化的作用。茲以上述旋率方程式是屬於非線形 (Non-linear) 微分方程式, 故一般不易求解, 所以必須代之以定差方程式求解之。今將天氣圖以等間隔的 d 值格子, 予以縱橫分割, 式 (I.07) (η) 之微分可由定差方程式表示如下;

$$\zeta = -\frac{g}{f} \nabla^2 Z = -\frac{g}{f} \cdot \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right)$$



$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = \frac{1}{d^2} (Z_1 + Z_3 - 2Z)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = \frac{1}{d^2} (Z_2 + Z_4 - 2Z)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} &= \frac{1}{d^2} (Z_1 + Z_3 - 2Z + Z_2 + Z_4 - 2Z) \\ &= \frac{4}{d^2} (\bar{Z} - Z) \dots \dots \dots (I.08) \end{aligned}$$

但 $\bar{Z} = \frac{1}{4} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)$

$$= \frac{1}{4} \{ Z(x, y+d) + Z(x-d, y) + Z(x, y-d) + Z(xd, +y) \}$$

式 (I.07) 即變為,

$$\eta = \frac{4g}{fd^2} (\bar{Z} - Z) + f \dots \dots \dots (I.09)$$

所以式 (I.03) 之絕對旋率保存式可寫成如下;

$$\left(\frac{4g}{fd^2} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z} - Z) = -\mathbf{V} \cdot \nabla \left\{ \frac{4g}{fd^2} (\bar{Z} - Z) + f \right\}$$

或 $\frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z} - Z) = -\mathbf{V} \cdot \nabla (\bar{Z} - Z)$

$$- \frac{fd^2}{4g} \mathbf{V} \cdot \nabla f \dots \dots \dots (I.10)$$

於此必須考慮, 以上各節所討論的是在地球表面上的情形, 但實際上我們必須在天氣圖上計算求之, 茲以

兩者的距離比例不同，必須施予補正。今設地球上的距離為 Δ_x ，而天氣圖上投影的長度為 Δ_a 時，兩者之間的關係，可表示如下；

$$\Delta_a = m \cdot \Delta_x$$

$$\text{或 } \frac{1}{\Delta_x} = m \cdot \frac{1}{\Delta_a} \dots\dots\dots (I.11)$$

m稱為擴大係數 (Magnification factor)，若將地球上的演算符號 (∇) 以 (∇_s) 表示時，此與天氣圖上的 (∇) 間有下列之關係；

$$\nabla_s = m \nabla \dots\dots\dots (I.12)$$

所以：

$$\begin{aligned} \zeta &= -\frac{g}{f} \nabla_s^2 Z \\ &= -\frac{gm^2}{f} (\nabla^2 Z) \\ &= -\frac{gm^2}{f} \left(\frac{4}{d^2}\right) (\bar{Z} - Z) \dots\dots\dots (I.13) \end{aligned}$$

式 (I.09) 即變為：

$$\eta = \frac{4gm^2}{fd^2} (\bar{Z} - Z) + f \dots\dots\dots (I.14)$$

而式 (I.10) 即為：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z} - Z) &= -\nabla \cdot \nabla_s (\bar{Z} - Z) \\ &\quad - \frac{fd^2}{4gm^2} \nabla \cdot \nabla_s f \dots\dots\dots (I.15) \end{aligned}$$

此處 $f = 2\Omega \sin \varphi$ ，m為緯度 φ 之函數，所以式 (I.15) 之右邊第二項可寫為

$$\frac{4\Omega^2 d^2 \sin \varphi \cos \varphi}{m^2 (\varphi) 4g} \nabla \cdot \nabla_s \varphi \dots\dots\dots (I.16)$$

設

$$J(\varphi) = \int \frac{4\Omega^2 d^2 \sin \varphi \cos \varphi}{4g m^2 (\varphi)} d\varphi \dots\dots\dots (I.17)$$

式 (I.16) 即變為

$$\nabla \cdot \nabla_s J(\varphi) \dots\dots\dots (I.18)$$

式 (I.18) 代入式 (I.15)，即得

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z} - Z) = -\nabla \cdot \nabla_s (\bar{Z} - Z + J(\varphi)) \dots\dots\dots (I.19)$$

設 $\zeta = \bar{Z} - Z + J(\varphi) \dots\dots\dots (I.20)$

式 (I.19) 即可寫為

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\nabla \cdot \nabla_s \zeta \dots\dots\dots (I.21)$$

式 (I.21) 表示 $\zeta = \bar{Z} - Z + J(\varphi)$ 在地轉風場 (∇) 裏有保守性的意義。

茲為求平流獲得更為穩定之場，設

$$\nabla^* = -\frac{g}{f} \cdot \nabla_s \zeta \times \mathbf{K} \dots\dots\dots (I.22)$$

而將其 \mathbf{i} ， \mathbf{j} 兩方向的分速分為， $u^* = -\frac{g}{f}$

$$\left(-\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_s, v^* = -\frac{g}{f} \left(-\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_s, \text{且定義為；}$$

$$\left. \begin{aligned} c^d d &= -\frac{g}{f} \nabla_s J(\varphi) \times \mathbf{K} \\ \bar{\nabla} &= -\frac{g}{f} \nabla_s \bar{Z} \times \mathbf{K} \\ \nabla &= -\frac{g}{f} \nabla_s Z \times \mathbf{K} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (I.23)$$

茲將式 (I.20) 代入式 (I.22) 即得；

$$\nabla^* = \bar{\nabla} - \nabla + c^d d \dots\dots\dots (I.24)$$

$$\text{而 } \nabla^* \cdot \nabla_s \zeta = -\frac{g}{f} \nabla_s \zeta \times \mathbf{K} \cdot \nabla_s \zeta = 0$$

$$\therefore (\bar{\nabla} - \nabla + c^d d) \cdot \nabla_s \zeta = 0$$

且式 (I.20) 及式 (I.23) 代入 (I.21) 即得；

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -(\bar{\nabla} + c^d d) \cdot \nabla \zeta \dots\dots\dots (I.25)$$

此處式 (I.25) 表示 ζ 在 $(\bar{\nabla} + c^d d)$ 的速度場內有保守性的意義，而 ∇ 為 Z 場的地轉風， $\bar{\nabla}$ 為 \bar{Z} 場的地轉風，所以在時間上言， $\bar{\nabla}$ 比 ∇ 為穩定。Fjörtoft 氏所發明的圖解預報法係將移流項採用 $(\bar{\nabla} + c^d d)$ 的速度場，而並非採用 (∇) 的速度場，所以其計算結果與實際情形較為接近，乃為其特點。式 (I.23) 可以看出， $c^d d$ 僅為緯度 (φ) 的函數，茲將現用 Lambert 標準面圓錐投影 1500 萬分之一縮尺高空天氣圖 (Lambert conformal projection map) 的 $J(\varphi)$ 數值附於表一。

茲依據上述的理論，我們可以求出 Δt 時間後的絕對旋率變化量 $\Delta \zeta$ 值，而以此 $\Delta \zeta$ 值再可求出 Δt 時間後的高度 (Z) 的變化量。今根據 Fjörtoft 所示的簡易方法，在 24 小時左右的天氣預報，即可採用下式近似值計算；

$$\Delta Z = \Delta \zeta + 2\Delta \bar{\zeta} \dots\dots\dots (I.26)$$

茲以 $\Delta \zeta$ 是既知量，式 (I.26) 第二項可求於圖上，所以求 ΔZ 自然不難，最後將此 ΔZ 值加於原圖的 Z 值，就是我們所求的 Δt 時間後的預測天氣圖。以上係 Fjörtoft 氏所發明的圖解數值一般天氣預報法的原理。

三、圖解數值預報在颱風進路預報的應用

(一) 基本理論

我們知道，颱風是在大氣中，以旋率集積而形成的，所以選擇適當的高度，再藉以其一般流的地轉風速來推動颱風，即可獲得颱風移動的速度，這為本文

表一：但 $d = 660\text{Km}$

緯 度 (N)	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
$(J\varphi)$ G.P.F.	153	134	102	71	37	0	+	+	+	+	+	+	+
							37	71	101	125	147	158	163

所介紹的預報法的基本觀念。茲以

$$\eta^* = \zeta^* + f \dots\dots\dots (II.01)$$

式中 η^* 為絕對旋率， ζ^* 為相對旋率， f 為科氏參變數，而設一般場為地轉風近似，颱風域內為梯度風近似時，相對旋率可表示如下：

$$\begin{aligned} \zeta^* &= \zeta_0 + \zeta_{gra} \\ &= -\frac{g}{f} \nabla^2 Z_0 + \zeta_{gra} \\ &= -\frac{g}{f} \frac{4m^2}{d^2} (Z_0 - \bar{Z}_0) + \zeta_{gra} \dots\dots\dots (II.02) \end{aligned}$$

此處 Z_0 為一般場， \bar{Z}_0 為以 d 間隔平均後的一般場， m 為天氣圖投影倍率。

$$\text{設 } \zeta_{gra} = -\frac{gm^2}{f} \frac{4}{d'^2} (Z_r - \bar{Z}_r) \dots\dots\dots (II.03)$$

式中 Z_r 為圓對稱的颱風高度分佈， \bar{Z}_r 為以 d' 間隔平均後的 Z_r 場，假定 d' 值有相當的長度時，當然一般場的旋率亦可以用 d' 值平均，並不致產生很大的誤差。

茲設適合於一般場及颱風場的格子間隔為 d 時以式 II.03 代入 II.02

$$\zeta^* = -\frac{g}{f} \frac{4m^2}{d^2} (Z_0 - \bar{Z}_0) - \frac{gm^2}{f} \frac{4}{d'^2} (Z_r - \bar{Z}_r), \text{ 且 } d = d', \text{ 所以式 (II.02)}$$

即可寫成如下：

$$\begin{aligned} \zeta^* &= -\frac{4m^2g}{fd^2} (Z_0 - \bar{Z}_0 + Z_r - \bar{Z}_r) \\ &= -\frac{4m^2g}{fd^2} (Z^* - \bar{Z}^*) \dots\dots\dots (II.04) \end{aligned}$$

茲將式 (II.04) 代入式 (II.01 及 I.03) 即：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (Z^* - \bar{Z}^*) &= -V^* \cdot \nabla_s (Z^* - \bar{Z}^* - J(\varphi)) \\ &\dots\dots\dots (II.05) \end{aligned}$$

$$J(\varphi) = \int \frac{\Omega^2 d^2 \sin \varphi \cos \varphi}{m^2 g} d\varphi$$

茲以 $V^* = V^* - \bar{V}^* - C^d + \bar{V}^* + C^d$ 的恒等式代入式 (II.05)，即可寫為：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (Z^* - \bar{Z}^*) &= -(V^* - \bar{V}^* - C^d) \cdot \nabla_s \\ & [Z^* - \bar{Z}^* - J(\varphi)] - (\bar{V}^* + C^d) \\ & \cdot \nabla_s [Z^* - \bar{Z}^* - J(\varphi)] \dots\dots\dots (II.06) \end{aligned}$$

但 $C^d = -\frac{g}{f} \|\mathbf{K} \times \nabla_s J(\varphi)\rangle$

設颱風中心附近以地轉風 (V_{geo}) 近似時，即：

$$\begin{aligned} V_{gra} &= V_{geo} \left(1 - \frac{V_{geo}}{rf} + \dots\dots\right) \\ &= -\frac{g}{f} \|\mathbf{K} \times \nabla Z^* \left(1 - \frac{V_{geo}}{rf} + \dots\dots\right) \end{aligned}$$

茲以式 (II.06) 的第一項 ($V^* - \bar{V}^* - C^d$) 與 $Z^* - \bar{Z}^* - J(\varphi)$ 的等值線平行，故兩者消除，而式 (II.06) 即變為：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (Z^* - \bar{Z}^*) &= -(\bar{V}^* + C^d) \cdot \nabla_s \\ & (Z^* - \bar{Z}^* - J(\varphi)) \dots\dots\dots (II.07) \end{aligned}$$

設 $\zeta^* = Z^* - \bar{Z}^* - J(\varphi)$ ，且 $Z^* = Z_0 + Z_r$ ， $\bar{Z}^* = \bar{Z}_0 + \bar{Z}_r$ ， $V^* = V_0 + V_r$ ， $\bar{V}^* = \bar{V}_0 + \bar{V}_r$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } \frac{\partial \zeta^*}{\partial t} &= -(\bar{V}^* + C^d) \cdot \nabla_s \zeta^* \\ &= -(\bar{V}_0 + \bar{V}_r + C^d) \cdot \nabla_s \zeta^* \\ &= -(\bar{V}_0 + C^d) \cdot \nabla_s \zeta^* - \bar{V}_r \cdot \nabla_s \zeta^* \dots\dots\dots (II.08) \end{aligned}$$

式 (II.08) 中第二項係表示一般場的旋率受颱風域內的風推動的情形，此項影響力甚微，可以不計，故式 (II.08) 可寫成如下：

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t} = -(\bar{V}_0 + C^d) \cdot \nabla_s \zeta^* \dots\dots\dots (II.09)$$

此式表示，以適合計算颱風旋率的格子間隔 d 來平均一般場求 \bar{V}_0 ，再以 $\bar{V}_0 + C^d$ 的風速推動颱風，即可獲得其瞬間的移動方向，然後由式 (II.10) 計入一般場的變化，即可連續求出颱風未來的進路。

$$\frac{\partial Z_0}{\partial t} = -\bar{V}_0 \cdot \nabla \eta_0 \dots\dots\dots (II.10)$$

(二) 格子間隔值之選擇

在上節中已經述及，選擇適當的格子間隔 d 值，以表示颱風的旋率是至為重要的問題。今設颱風的形態能以下式 (III.01) 表示：

$$Z_r = Z_\infty - \frac{\Delta Z^*}{Z} \left(e^{-\frac{r^2}{\ell^2}} + e^{-\frac{r^2}{L^2}} \right) \dots\dots (III.01)$$

此處 Z_r 為颱風域內的高度分佈， ΔZ^* 為颱風中心的深度， e 及 L 為各個颱風不同的常數。茲以極座標表示即：

$$\begin{aligned} \bar{Z}_r &= \frac{1}{4} \{ Z_r(x+d,y) + Z_r(x-d,y) \\ & Z_r(x,y+d) + Z_r(x,y-d) \} \end{aligned}$$

$$= Z_{\infty} - \frac{\Delta Z^*}{4} \left\{ e^{-\frac{r^2+d^2}{L^2}} \left(\text{Cosh} \left(\frac{2r d}{L^2} \right) \right. \right.$$

$$\left. \left. \cos \theta \right) + \cosh \left(\frac{2r d}{L^2} \sin \theta \right) \right\}$$

$$+ e^{-\frac{r^2+d^2}{L^2}} \left\{ \cosh \left(\frac{2r d}{L^2} \cos \theta \right) + \cosh \right.$$

$$\left. \left(\frac{2r d}{L^2} \sin \theta \right) \right\}$$

所以由格子間隔 d 值表示的旋率 ζd 得寫成如下；

$$\zeta d = -\frac{g}{f} \frac{4}{d^2} (Z_r - \bar{Z}_r)$$

$$= \frac{g}{f} \frac{4}{d^2} \frac{\Delta Z^*}{2} \left[e^{-\frac{r^2}{L^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{d^2}{L^2}} \right. \right.$$

$$\left. \left(\cosh \left(\frac{2r d}{L^2} \cos \theta \right) + \cosh \left(\frac{2r d}{L^2} \sin \theta \right) \right) \right\}$$

$$+ e^{-\frac{r^2}{L^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{d^2}{L^2}} \left(\cosh \left(\frac{2r d}{L^2} \cos \theta \right) \right. \right.$$

$$\left. \left. + \cosh \left(\frac{2r d}{L^2} \sin \theta \right) \right) \right\} \dots \dots \dots (\text{III.03})$$

今設颱風域內是吹梯度風，其梯度風旋率可由下式 (III.04) 表示；

$$\zeta = \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} + \frac{v_{\theta}}{r} = \frac{g}{f} \frac{\Delta Z^*}{2}$$

$$\frac{1}{\left[\sqrt{1 + \frac{4g\Delta Z^*}{f^2} \left(\frac{1}{L^2} e^{-\frac{r^2}{L^2}} + \frac{1}{L^2} e^{-\frac{r^2}{L^2}} \right)} \right]}$$

$$\left\{ \frac{4}{L^2} \left(2 - \frac{r^2}{L^2} \right) e^{-\frac{r^2}{L^2}} + \frac{4}{L^2} \left(2 - \frac{r^2}{L^2} \right) e^{-\frac{r^2}{L^2}} \right.$$

$$\left. + \frac{2f^2}{g\Delta Z^*} \right\} - \frac{2f^2}{g\Delta Z^*} \dots \dots \dots (\text{III.04})$$

式中 v_{θ} 為切線方向的風速成分。實際上 ζd 值與 ζ 值是隨 ℓ , L 或 r , θ 值變化，且不可能完全一致的，但我們可以選擇兩者比較相近的數值當作格子間隔 d 值，這樣就可以比較近似的能夠表示颱風中心附近的旋率數值出來。茲為工作簡便起見 d 值可由附圖 (3) (4) (5) 求之。

(三) 颱風進路預報工作的步驟

本節所述的颱風進路預報的方法，是根據第一節所述之方程式 (II.09) 及 (II.10) 出發。其實際操作的方法，茲按照工作的次序舉例說明如後：

(1) 颱風形態的決定

1. 首先在透明的膠板上繪成距離 100 公里的同心圓及每隔 45 度的放射狀線，如圖一所示。將此透明板覆

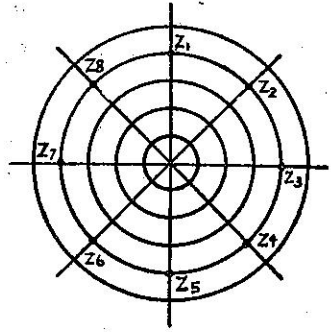


圖 1：每百公里同心圓透明板

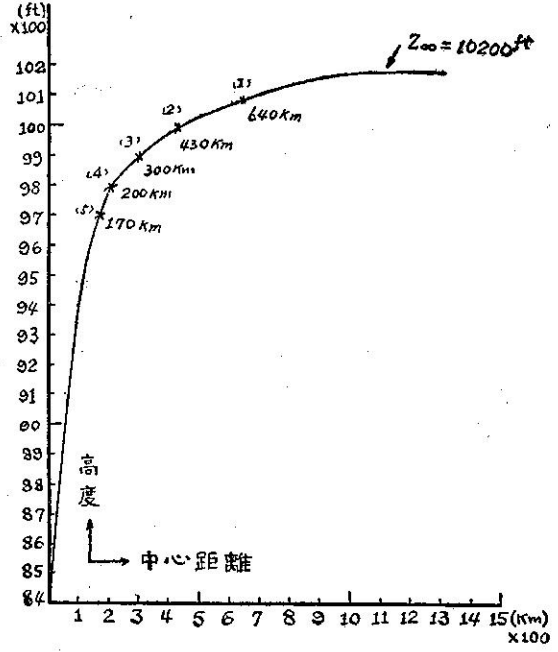


圖 2：颱風「Trix」的形態

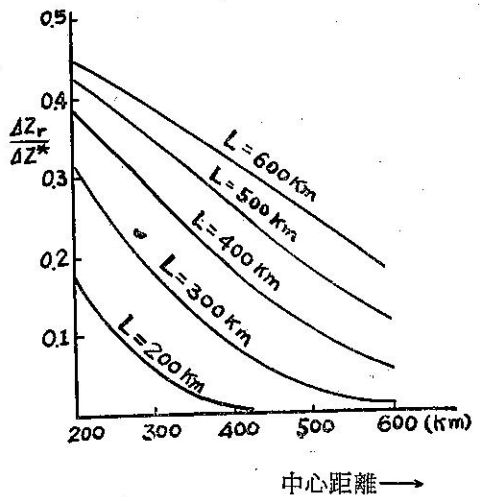


圖 3：求 L 值圖

蓋於經過精細繪成的 700 毫巴等壓面高度天氣圖上，讀取每 100 公里處的 Z_1, Z_2, \dots, Z_8 高度值，再以式 $Z_r = \frac{1}{8} (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_8)$ 予以平均，並將其平均所得之數值繪成如圖 2 的曲線圖，這曲線所表示的就是颱風的形態。於此我們必須注意，本預報法所應用的旋率方程式是係順壓大氣模型的方程式，且現在預報侵襲臺灣的颱風，係在緯度 30 度以下的颱風，以經驗而言，以 700 毫巴高度的氣流來推動颱風即較為切合實際，所以在本預報法所使用之天氣圖均係使用 700 毫巴面的高空天氣圖。

2. 次為利用附圖 2、3、4、5，求格子間隔 d 值。

表二：以地面氣壓推算 700mb 高度面之颱風中心高度表

地面最低氣壓 (mb)	990	985	975	970	960	955	945	940	930	925	920	910	900	895
(700mb) 高度面之颱風中心高度(ft)	98	96	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76	74	$\times 100$ 72
地面最大風速 (Kts)	60	70	80	80	90	100	100	110	120	120	130	130	140	140

3. 同樣的再求距離颱風中心 300 公里或 400 公里處的高度差； $\Delta Z_r = Z_\infty - Z_r$ ，此處 Z_r 係表示 300 公里或 400 公里處的高度，其數值由圖 2 上可以求出，即 $\Delta Z_{300} = 270$ 英尺， $\Delta Z_{400} = 200$ 英尺。

4. 計算 $\frac{\Delta Z_r}{\Delta Z^*}$ 後，以圖 3 求 L 值，例如 $\frac{\Delta Z_{300}}{\Delta Z^*} = \frac{270}{1750} = 0.15$ ， $\frac{\Delta Z_{400}}{\Delta Z^*} = \frac{200}{1750} = 0.11$ ，故由圖 3 可得 $L = 300$ km。

5. 再以距離中心 100 公里處的高度 Z_{100} 與 Z_∞ ($\Delta Z_{100} = Z_\infty - Z_{100}$) 計算 $\frac{\Delta Z_{100}}{\Delta Z^*}$ 後，以既知的 L

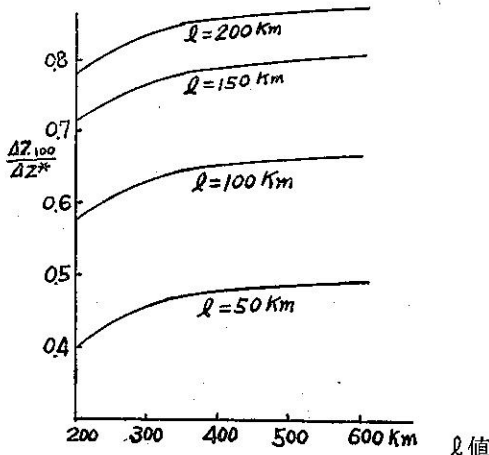


圖 4：求 l 值圖

在圖 2 的曲線上，可以看出距離颱風中心越遠，其曲線變化越小，即在曲線的尾部可以看出有曲線接近於平坦之處，此處之高度定為 Z_∞ ，是表示此處之高度已不受颱風影響之意。茲由 Z_∞ 減去颱風中的高度 Z_0 ，即可得到颱風的深度， $\Delta Z^* = Z_\infty - Z_0$ 。茲舉民國 49 年 8 月 8 日掠過臺灣北部海面，致使本省北部造成嚴重災害之颱風 Trix 為例計算，則當時該颱風在 700 毫巴面之中心高度為 8450 英尺 (ft)，(此一高度可由飛機偵察報告得知，若無法獲得此一報告時，得以地面最低氣壓由附表二推算之) 由式計算其深度，即 $\Delta Z^* = 10200 - 8450 = 1750$ 英尺，因在圖 2 的曲線可以查出 Z_∞ 為 10200 英尺。

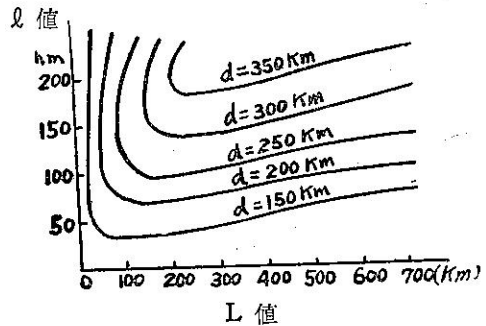


圖 5：求 d 值圖

值在圖 4 上求 l 值。例： $\frac{\Delta Z_{100}}{\Delta Z^*} = \frac{800}{1750} = 0.46$ ，由圖 4 可求得 $l = 50$ km。

6. 以既知 L 及 l 值用圖 5 求格子間隔 d 值，在此例的 d 值為 150 km。

(2) 由 700 毫巴天氣圖上抽出颱風場，以得一般場 (Z_0)，

在圖 2 的曲線上，由 Z_∞ 處起，向颱風中心處找出其高度差每 100 英尺處的水平距離，繪成每 100 英尺高度差的同心圓如圖 6 的點線所示，覆蓋於 700 毫巴天氣圖上，將天氣圖的高度減去同心圓的高度，消去颱風之場，即可得一般之場 (Z_0) 值，如圖 6 的破線所示。此圖稱為圖 A。

(3) 求 Z_0 的平均值，(Z_0)。

1. 將上述步驟 (2) 所得的 Z_0 場，用透明膠紙或透明繪圖紙複寫二張，為圖 A 及圖 B，並在北緯 60 度東經 130 度處繪成十字記號，作為對準目標，(以下稱為原點)。用上節 6. 步驟所得的 d 值求其平均 Z_0 值。其方法為：首先在另一張空白紙上繪成

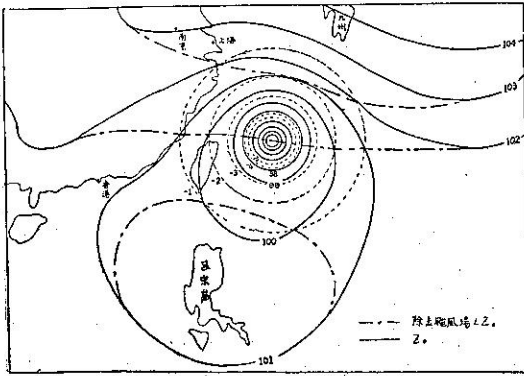


圖 6：在 700mb 天氣圖抽出颱風場求一般場 (Z_0)

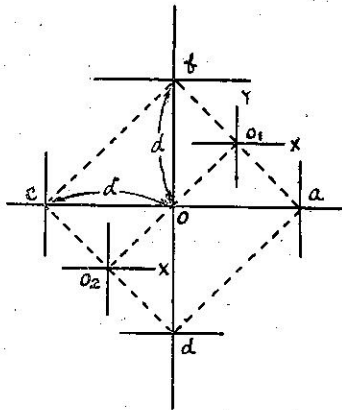


圖 7：求 Z_0 之方格子

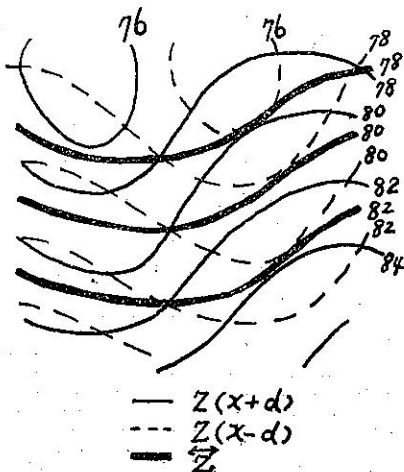


圖 8：求 Z_0 之例

如圖 7 的格子，將上述二張 Z_0 圖的原點，分別置於圖 7 的 a 及 b 處，然後另取一張空白膠紙將其原點置於 O_1 處，以圖 8 所示的求法，求其平均值，即得 $(Z_0)^{\bar{Z}} = \frac{1}{2} [Z(x+d, y) + Z(x, y+d)]$ 值，此稱為圖 C。

2. 將 1 所得的圖 C 再複印一張，為圖 D。

3. 將二張圖 C 及圖 D 的原點置於 O_1 及 O_2 處，然後將另一張新紙覆蓋於點 O 處，取其平均即可得圖 E (參照附圖 9)，即為： $Z_0 = \frac{1}{2} [(Z_0)^{\bar{Z}} + (Z_0)^{\bar{Z}}]$ 但 $Z_0^{\bar{Z}} = Z_0^{\bar{Z}}$ 。

(4) 以 Z_0 場的 \bar{V}_0 風速推動颱風。

由圖 E，讀取颱風中心附近的 Z_0 高度差，以其高度差在地轉風標圖 14 上求地轉風速 (\bar{V}_0)，而沿 Z_0 等值線，以 \bar{V}_0 風速推動颱風位置，即可獲得 12 小時後的颱風預測位置。但由式 (II.09) 可以明瞭，其位置必須以 c^d 值修正，經修正後所得的位置，才是最後預測的颱風位置。 c^d 值係向西的成分，是為格子間隔 d 、緯度、及天氣圖投影倍率的函數。茲將 1500 萬分之一縮尺 Lambert 投影高空天氣圖的 c^d 值列舉如附表三。

表 三：求 c^d 值

d (km)		100	200	300	400	500	600
c^d (km)	緯度 25 度	9	18	26	37	44	54
	12 小時值	6	11	17	22	26	32

茲以依次序做完了上述的步驟即可得到 12 小時後的颱風預測位置，今以圖 9 可以看出其預測位置與實

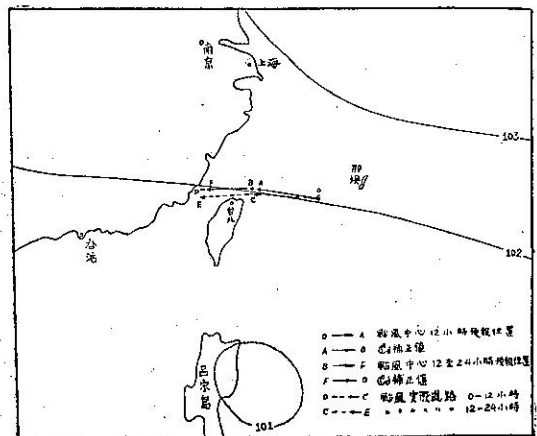


圖 9：在 Z_0 圖上以 \bar{V}_0 風速推動颱風

際位置非常接近的情形。

(5) 求24小時後的颱風位置。

由步驟(1)至(4)獲得12小時預測位置後，必須求 $\frac{\partial Z_0}{\partial t}$ 的變化量，計算12小時後的 Z_0 場，這12小時後的 Z_0 場以 d 值平均，即為12小時後的 Z_0 平均場 (\bar{Z}_0)。由此 \bar{Z}_0 場推動颱風中心，即圖9的B點，再以 Cd 值修正就可獲得24小時後的颱風位置，如圖9的D點所示。本步驟所應用於求 $\frac{\partial Z_0}{\partial t}$ 變化的方法完全是 Fjörtoft 氏所發明的步驟，茲將其實際求法說明如後：

1. 求： Z_0 ；

此一步驟係相當於步驟(III-a)，(III-b)及(III-C)，所以可以利用前記步驟所得之圖E。

(V-b)：求 $Z_0 - \bar{Z}_0$ ；

將圖A (Z_0)，圖B (\bar{Z}_0) 及新圖F三張圖的原點(O)對正，由圖A減去圖B，將其數值繪於圖F，這就是 $Z_0 - \bar{Z}_0$ 圖，見圖10。

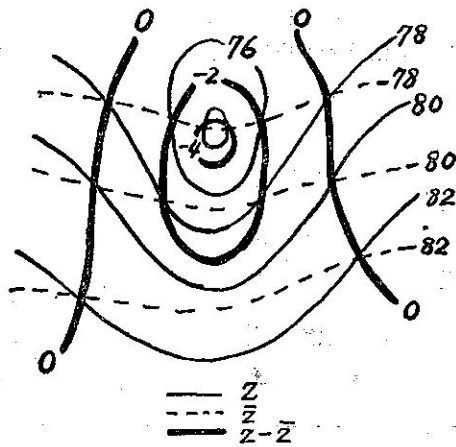


圖 10：求 $Z_0 - \bar{Z}_0$ 例

(V-C)：求 $\zeta = Z_0 - \bar{Z}_0 - J$ ；

將 $Z_0 - \bar{Z}_0$ 圖，即為圖F，覆於事先準備妥善的J圖上，繪 ζ 的等值線，這稱為圖G。但J值南北梯度甚微，所以若必須爭取預報時間時，此一步驟可以省略。

(V-d)：求 ζ 平流值；

將 $\bar{Z}_0 + J$ 或 \bar{Z}_0 圖覆於空白天氣圖上，藉以明瞭各點的緯度，並在 \bar{Z}_0 圖上繪一條直線，使其串過各等高線，再將此線以地轉風速使其平流，見圖11。例如假定求P點的平流，必須先測出等高線的平均間隔D值，再以地轉風標求出平流距離L值，然後將P點

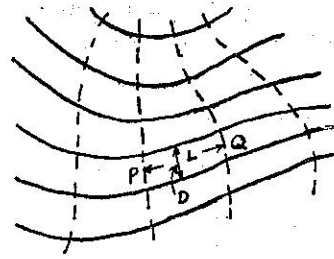


圖 11：求平流例

移L距離至Q處，這就是P點12小時平流後的位置。如此先行準備12小時的平流場，然後將圖G(圖F亦可)覆於其上，以圖11的要領做12小時 ζ 的平流圖，此稱為圖H (ζ_{12})。

(V-e)：求 $\Delta\zeta = \zeta_{12} - \zeta_0$ ；

將圖H，圖G及新圖I，三張圖的原點對準後，由圖H減去圖G，將其數值(每100英尺為單位)繪於圖I，即為 $\Delta\zeta$ 。

(V-f)：求 $2\Delta\zeta$ ；

此一步驟與 Z_0 求 \bar{Z}_0 的要領相同，但 $\Delta\zeta_1^2 + \Delta\zeta_2^2$ 時不必除二，[即 $2\Delta\zeta = \Delta\zeta_1^2 + \nabla\zeta_2^2$ ，這稱為圖J。

(V-g)：求 $\Delta Z = \Delta\zeta + 2\Delta\zeta$ ；

將圖J覆於圖I上相加，即為 ΔZ 圖K。

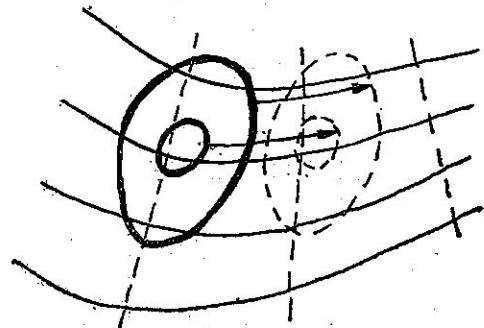


圖 12： ζ 平流例

(V-h)： $Z_{12} = Z_0 + \Delta Z$

將圖K覆於圖A後相加可得12小時後的 Z_{12} 值，這即為12小時後的預測天氣圖，稱為圖L。

(V-i)：求 \bar{Z}_{12} 後繼續預測24小時後的颱風位置；

將圖L繪成二張，並以步驟(3)的要領求 Z_{12} 值的平均圖，以此圖再用步驟(4)的要領推動颱風，即可獲得24小時後的颱風預測位置。茲將颱風 Trix (民國49年8月7日)，Pamela (民國50年9月10日)，Nancy (民國50年9月12日) Opal，

(民國51年9月4日)，以本方法預測之結果與颱風實際之進路比較於圖13。由該圖可以看出其優異的預測成績。

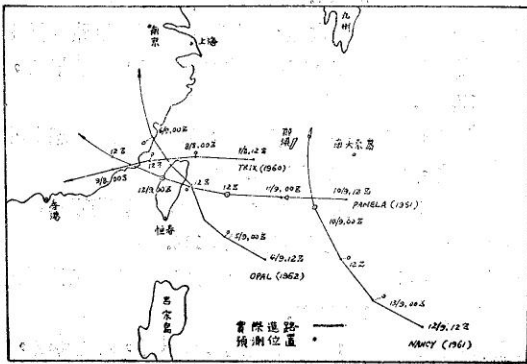


圖13：颱風 Trix, Pamela, Nancy, Opal 之實際進路與預測位置之比較

步驟均非常刻板又客觀，所以所得的預報成果甚佳。若以此一方法實施12小時的颱風進路預報，費時約僅為四十五分鐘，而實施24小時的預報，亦不過費時約三小時，以應用的時間言，尚不致有問題，而以其效果言，此一方法，在尚未設有電子計算機的氣象機構，確有採取應用之價值，若以配合由於經驗上所得的預報法則合併使用，對颱風預報工作有莫大的輔助效用。不過在此必須注意的問題，是無論做任何一種天氣預報，繪製正確的天氣圖是做正確天氣預報的先決條件，尤其在處理此種圖解數值天氣預報時更能體驗有其絕對的必要性，所以在本預報法中，繪製基本的 Z_0 高空圖時必須特別細心繪製。務求其正確，否則將引起誤差。又者，於西南太平洋，尤其是在臺灣附近海域，因海上無法設站而引起資料的缺乏，以致預報工作產生困難的情形，在處理此一試驗中有更深刻的感覺。期望在此海域，能有幾個船舶，負責擔任定點氣象觀測及報導情報之任務，藉以充實氣象資料，便於發展天氣預報業務。

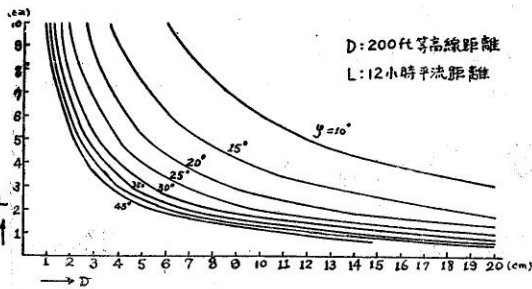


圖14：地轉風標

四、結 論

多種氣象災害中，損失較鉅，且影響國計民生最為嚴重者，莫過於颱風之侵襲，因此颱風進路的正確預報，勿論學術研究上，或在國家經濟上言，均為迫切需要的問題，所以有許多氣象學者，日以繼夜，不斷地埋頭於此一問題之研究，務期早日能够發見精良且可靠的預報理論和方法，以期對颱風之侵襲能防患於未然，儘量減少災害而造福民生。目前除以利用許多經驗上所得之法則之外，尚有例如，以調查溫度場 (Temperature field)，旋率場 (Vorticity field) 及空氣質點的軌跡 (Trajectory of air particle) 對於颱風進路之關係等問題之研究等等，雖各個研究均有其若干成果，但在大氣場變化率較大時，就難免其預報會有很大的誤差。所以若欲求天氣預報的正確，則必須考慮計入有場的變化因素。本文介紹的預報方法，不但計入有場的變化因素在內，並係根據合理的物理意義及以圖解法來處理數值計算的方法，且所有的操作，除了繪製原天氣圖，即 Z_0 圖以外，其他各

參 考 文 獻

Charney, J. Y. Fjørtoft, R. and Neumann, J. V., (1950): Numerical intergration of the barotropic vorticity equation. Tellus Vol. 2, No. 4, 237-254.

Fjørtoft, R: On a numerical method of intergrating the harotropical vorticity equation. Tellus, Vol.4, No.3, 179-194.

Syono, S., (1951): On the motion of a vortex in a non-uniform pressure field. Pap. Met. Geophys., 2, 117.

Gambo, K. and Kasahara, A. (1951): The general treatment of the motion of atmospheric vortices. Geophys. Notes. Notes, 4. No.8.

Gambo (1952): Notes on motion of a rotating solid cylinder on a rotating earth. Journ. Met. Soé. Japan. 30, 119.

Yoshitake, M., (1953): On the dynamics of open System and its application to the motion of typhoon. Geophys. Mag., 24, 193.

Simpson, R. H., (1946): On the movement of tropical cyclones. Trans. Amer. Geophys. Union, 27, 641.

Sasaki, Y. and Miyakoda, K. (1955): Predication of typhoon tracks on the basis of numerical weather forecasting method. Preceeding of the UNESCO symposium on Typhoon. 221.

Fujita. T. (1952): Pressure distribution in Typhoon.

- Geophys. Mag. 23, 437.
- Moore, R. L., (1946): Forecasting the motion of tropical cyclon. Bull. Amer. Met. Soc., 27, 410.
- Bjerknes, J. and Olmboe, J., (1944): On the theory of cyclones. J. Met., 1, 1.
- Takeuchi, M., (1953): The motion of tropical cyclones in a non-uniform flow field. Pap. Met. Geophys., 3, 252.
- Riehl, H., and Newton, B., (1950): Further studies of the movement and formation of hurricanes and their forecasting. Bull. Amer. Met. Soc., 31, 244.
- Shermann, L., (1950): On the propagation of tropical cyclones. Trans. Amer. Geophys. Union, 31, 531.
- 笠原彰, 増田善信: 颱風論, 86-94, 123-131.
- 東京數值預報組(1956): 數值預報, 氣象研究第七卷第三號, 99-204.
- 大谷東平, (1935): 上層氣流による颱風進路の予測, 氣象集誌, 13, 288.
- 高橋浩一郎, 坂田初太郎, (1939): 颱風の進路進行速度を予想する二, 三の方法について, 氣象集誌, 17, 422.
- 畠山久尙, 高橋浩一郎, (1940): 颱風進路を予想する方法, 氣象集誌, 18, 383.
- 大山勝通(1953): 數值預報について, 預報研究1-1.
- 伊藤博, 久米庸孝: 天氣預報論, 114.
- 大山勝通, (1953): Barotropic モデルによる數值預報, 預報研究1-14, 281.
- 正野重方 (1952): 颱風の運動について, 研究時報, 4, 31.

氣象學報徵稿簡則

- 一、本刊以促進氣象學術之研究爲目的，凡有關氣象理論之分析，應用問題之探討，不論創作或譯述均所歡迎。
- 二、本刊文字務求簡明，文體以白話或淺近文言爲主體，每篇以五千字爲佳，如長篇巨著內容特佳者亦所歡迎。
- 三、稿件請註明作者真實姓名、住址及服務機關，但發表時得用筆名。
- 四、譯稿請附原文，如確有困難亦請註明作者姓名暨原文出版年月及地點。
- 五、稿中引用之文獻請註明作者姓名、書名、頁數及出版年月。
- 六、惠稿請用稿紙繕寫清楚，並加標點。如屬創作論著稿，請附撰英文或法、德、西文摘要。
- 七、本刊對來稿有刪改權，如作者不願刪改時請聲明。
- 八、惠稿如有附圖務請用墨筆描繪，以便製版。
- 九、來稿無論刊登與否概不退還，如須退還者請預先聲明，並附足額退稿郵資。
- 十、來稿一經刊載即致稿酬，每千字按三十元至四十元計算。創作論著稿之特具價值者另議。
- 十一、惠稿文責自負。
- 十二、惠稿請寄臺北市公園路六十四號臺灣省氣象所氣象學報社收。