

動力學的不穩度

楊建雄^(註)

Dynamic Instability

Chien-hsiung Yang

Abstract

A study on disturbances on the gradient flow, a circular vortex and an unbalanced general flow is made by means of the so-called perturbed-parcel method, from which the criteria on the individual flow cases are deduced. It is pointed out that dynamic instability of a flow may play an important role in initiating and developing a typhoon, and a possible explanation of the existence of anticyclonic vortices and divergence observed at the top around the core of a typhoon has been suggested.

概要

以擾塊法討論大氣中之梯度流、環渦旋、及不均勢一般流之擾亂，以此導出各流態之動力學不穩度之軌範。進而指出動力學不穩度對於颱風發展之重要性並強調由其可說明颱風眼周圍之反氣旋渦旋存在與颱風隨帶之高層輻散。

一、序論

當吾人研究大氣擾亂之發生與成長，就必先有動力學不穩度之概念。當一小運動加上於由垂直力之平衡而產生之基礎永久運動時，如此小運動並不隨時間而增大，該基礎永久運動則稱為「穩定」，反之，如此小運動隨時間而增大，該基礎運動則稱為「不穩定」。在不穩定之情況下，原來未成熟之小擾動勢必長成以至可與基礎流相匹敵，或可影響至基礎流之型態。在流體動力學所謂小運動即為其速度成分之相乘積、平方值、及微分函數，皆極小至以可省略。此小運動自當充實線化運動方程及內外各境界條件。

處理擾動之問題有擾波法 (perturbed-wave method) 與擾塊法 (perturbed-parcel method) 兩種。在擾波法，吾人先假設簡單而恒常氣流(如帶流)為基礎流，而研究如於此基礎流之小波在何種情況下能發展。根據本法研究，吾人得知，基礎帶流原為不穩定者，因此，偏西風帶必定產生長波而形成南北環流。^(註)因其基礎流有上述限制，不宜將擾波法應

用於常態的，完整的正弦流 (sinusoidal flow)，尤其具有不均勢氣壓或溫度分佈時更不可能。擾塊法之優點，不但包括前者所得之結果，並能決定前者所不及。以下以擾塊法討論大氣擾動。

二、偏位氣塊之運動方程

試想：受過衝動而偏位至P之氣塊及不受衝動而在N之氣塊之相對運動。令 r ， R 各表示P，N之位向量(position vector)。

ρ ， ρ_E 代表擾動氣塊與周圍氣塊之密度，假定一切變化屬於絕熱過程，而且擾動不引起氣壓場之變化。如此，擾動氣塊將保持其原來位置而在任意時刻 $t > t_0$ ，其壓力等於在其位置之氣壓。(圖1)

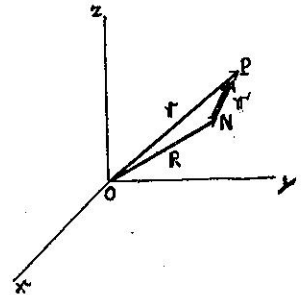


圖1：位向量

不受擾動氣塊之運動方程為

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + 2\omega \times \frac{dR}{dt} = -(\theta \nabla \pi)_N - \nabla \Phi \dots (1)$$

擾動氣塊之運動方程為

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2\omega \times \frac{dr}{dt} = -\frac{\rho_E}{\rho} (\theta \nabla \pi) - \nabla \Phi \dots (2)$$

在此 ω 為地球自轉之角速度， θ 為氣塊之位溫， $\pi = C_P \frac{P}{1000} \frac{R}{O^F}$ 為Exner氏函數，(P由毫巴表示)

(註)國立臺灣大學地理學系 (Dept. of Geography and Meteorology, National Taiwan University)

• Φ 為重力位。

由上述氣壓之假定

$$\rho_1 \theta_E = \rho \theta \dots \dots \dots (3)$$

符號 \mathbf{E} 表示周圍量。因絕熱變化， θ 亦為在 N 之位溫。

若相對位置， $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - R$ 極小，由 Taylor 氏定理

$$\theta = \theta_E - \mathbf{x}' \cdot \nabla \theta_E \dots \dots \dots (4)$$

因此

$$\frac{\rho \pi}{\rho} = 1 - \mathbf{x}' \cdot \nabla (\ln \theta_E) \dots \dots \dots (5)$$

$$(\theta \nabla \pi)_P = (\theta \nabla \pi)_N + \mathbf{x}' \cdot \nabla (\theta \nabla \pi) \dots \dots \dots (6)$$

由 (5) 及 (6)，(2) 變為

$$\frac{d^2 \mathbf{x}'}{dt^2} + 2\omega \times \frac{d\mathbf{x}'}{dt} = (\theta \nabla \pi)_N \mathbf{x}' \cdot \nabla (\ln \theta) - \mathbf{x}' \cdot \nabla (\theta \nabla \pi) - (\theta \nabla \pi) - \nabla \Phi \dots \dots \dots (7)$$

極小量 \mathbf{x}' 之平方值可省除。由 (7) 與 (1) 消去 $\nabla \Phi$ ，

$$\frac{d^2 \mathbf{x}'}{dt^2} + 2\omega \times \frac{d\mathbf{x}'}{dt} = (\theta \nabla \pi) \cdot \mathbf{x}' \cdot \nabla (\ln \theta) - \mathbf{x}' \cdot \nabla (\theta \nabla \pi) \dots \dots \dots (8)$$

(8) 即為擾動氣塊對於未受擾氣塊之相對運動方程。若相對位置 \mathbf{x}' 隨時間增大，則為不穩定。

三、恒常環渦旋

恒常水平等壓運動。首先考慮直線等壓線之情形，在此，基流為與其直交之三力，氣壓梯度力、重力、及偏向慣性力之平衡而所產生者，因此

$$2\omega \times \frac{d\mathbf{w}}{dt} + \theta \nabla \pi + \nabla \Phi = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$\nabla \times (9)$ 產生

$$2\omega_z \cdot \nabla U = [\nabla \theta \times \nabla \pi]_z \dots \dots \dots (10)$$

擇對於地球靜止之右手直交座標系 $oxyz$ 表現氣塊運動。在此座標系， ox 軸向東， oz 軸向在 0 點之天頂，而 $0y$ 軸即垂直於極軸向地內。如此 $w = 0$ $\dot{w} = 0$ ，

$w_z = w_0$ ，設基礎流 $V = iU$ ，因其定常性， $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ ，

$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0$ ，運動方程 (8) 之各成份如下。

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} - 2\omega_0 \frac{dy'}{dt} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

$$\frac{d^2 y'}{dt^2} + 2\omega_0 \frac{dx'}{dt} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) y' + \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) z' \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) y' + \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) z' \dots \dots \dots (13)$$

令擾動速度 $\mathbf{w}' = i v_x + j v_y + k v_z$ 由此 (11) 變為

$$\frac{dv_x'}{dt} - 2\omega_0 \frac{dy'}{dt} = 0$$

積分之

$$v_x = \left(2\omega_0 - \frac{\partial U}{\partial y} \right)_0 y' - \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 z' \dots \dots \dots (14)$$

$\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_0 y' + \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 z'$ 代表在 $N(x_0, 0, 0)$ 與 $P(x_0, y', z')$ 之基礎流之相差。同樣地，橫成分 (12) 及 (13) 為

$$\frac{dv_y'}{dt} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) y' + \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) z' - 2\omega_0 v_x' \equiv \psi_y \dots \dots \dots (15)$$

$$\frac{dv_z'}{dt} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) y' + \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) z' \equiv \psi_z \dots \dots \dots (16)$$

ψ_y 及 ψ_z 為對於擾動氣塊單位質量作用之外力成份，此力可見由二部份構成。一為垂直於等壓面之靜壓浮力，另一為在等壓面內由地球自轉引起之慣性力。若此從動力學的不穩定之定義如 $\psi_y y' + \psi_z z'$ 為負或正，則擾動為穩定或不穩定。由 (14)，(15)，及 (16)：

$$\begin{aligned} \psi_y y' + \psi_z z' &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) y'^2 \\ &- 2\omega_0 \left(2\omega_0 - \frac{\partial U}{\partial y} \right)_0 y'^2 + \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) y' z' \\ &+ 2\omega_0 \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 y' z' + \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) z' y' \\ &+ \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) z'^2 \\ &\equiv \alpha_{yy} y'^2 + 2\alpha_{yz} y' z' + \alpha_{zz} z'^2 \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{yz} &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - 2\omega_0 \left(2\omega_0 - \frac{\partial U}{\partial y} \right)_0 \\ d_{yz} &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + 2\omega_0 \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 \\ \alpha_{zy} &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \\ \alpha_{zz} &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} (18)$$

在此，由 (10) 可證 $\alpha_{yz} = \alpha_{zy}$

(17) 即為以 α 作係數之關於 y' ， z' 之二次形，其符號可由 α 之判別式 A 決定

$$A = \alpha_{yz}^2 - \alpha_{yy} \alpha_{zz} \leq 0, \text{ 則 } \psi_y y' + \psi_z z' \leq 0 \dots \dots \dots (19)$$

(19) 即為所謂 Kleinschmidt 氏之規範。(2)

環渦旋之場合，基流即為在流體動力學平衡之下產生者。即氣塊運動為氣壓梯度力、重力、偏向慣性力、及遠心力四力平衡之結果。如將同一座標系表現運動，吾人可知同類二次形對於 $\psi_y y' + \psi_z z'$ 存在，除因氣流曲率引導之變化如下。

$$2\omega_0 \rightarrow 2\left(\omega_0 + \frac{U_0}{R}\right) \dots\dots\dots (20)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_0 \rightarrow \left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right)_0 - \frac{U_0}{R} \dots\dots\dots (21)$$

而且在此 U_0 為圓運動之全速率，如此對於環渦旋

$$\psi_y y' + \psi_z z' = \alpha_{yz}' y'^2 + 2\alpha_{yz}' y' z' + \alpha_{zz}' z'^2 \dots\dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{yy}' &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) - 2\left(\omega_0 + \frac{U_0}{R}\right) \left(2\omega_0 + \frac{U_0}{R} - \frac{\partial U_0}{\partial y}\right) \\ \alpha_{yz}' &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) + 2\left(\omega_0 + \frac{U_0}{R}\right) \left(\frac{\partial U_0}{\partial z}\right)_0 \\ \alpha_{zy}' &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_0 \\ \alpha_{zz}' &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \\ \alpha_{yz}' &= \alpha_{zy}' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

環渦旋之穩定度即由 α' 之判別式 A' 決定

$$\begin{aligned} A' &= \alpha_{yz}'^2 - \alpha_{yy}' \alpha_{zz}' \\ &= 2\left(\omega_0 + \frac{U_0}{R}\right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \\ &\quad \left\{ 2\omega_0 + \frac{U_0}{R} - \frac{\partial U_0}{\partial y} + \frac{\partial U_0}{\partial z} \frac{\partial \theta / \partial y}{\partial \theta / \partial z} \right\} \\ &= 2\left(\omega_0 + \frac{U_0}{R}\right) \left(\frac{\partial \pi}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \\ &\quad \left\{ 2\omega_0 + \frac{U_0}{R} - \left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right)_\theta \right\} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$\left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right)_\theta = \frac{\partial U_0}{\partial y} - \frac{\partial U_0}{\partial z} \cdot \frac{\partial \theta / \partial y}{\partial \theta / \partial z}$ 為 $\frac{\partial U_0}{\partial y}$ 之在等位溫面內之成份。因 $\frac{\partial \pi}{\partial z} = -\frac{g_z}{\theta}$ (g_z 為重力加速度之極軸成份) 而且在一般大氣內 $\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$ ，環渦旋之穩定度可見由

$$2\omega_0 + \frac{U_0}{R} - \left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right)_\theta$$

之符號決定。即如

$$2\omega_0 + \frac{U_0}{R} - \left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right)_\theta \geq 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{穩定} \\ \text{不穩定} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

此軌範之直接應用，可見於在緯度 ϕ ，具有鉛直回轉軸之環渦旋。擇 ox, oy 兩軸在水平方向， oz 軸在鉛直方向，原點 o 在渦旋流線上，此渦旋穩定度之規範則為

$$f + \frac{U_0}{R_0} - \left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right) \geq 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{穩定} \\ \text{不穩定} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

R_0 為此渦旋之曲率半徑， f 為Coriolis係數等於 $2\omega_0 \sin \phi$ 。在自然大氣內，除少數特殊地域如鋒域或對流層頂以外等位溫面為略水平。因此 $\left(\frac{\partial U_0}{\partial y}\right)_\theta \approx \frac{\partial U_0}{\partial y}$ 。

若此 $\frac{U_0}{R} - \frac{\partial U_0}{\partial y}$ 為該渦旋之相對渦度。令 ζ 為相對渦度(26)則為

$$f + \zeta = Z \geq 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{穩定} \\ \text{不穩定} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

Z 為絕對渦度。換言說，如絕對渦度為負時，任何擾動可增大。

在亞熱帶以北(約緯度 20° 以上) f 之數值約 $0.5-1.5 \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ 而大氣及氣旋之相對渦度未能達到其值，因此較少遇到此類動力學的不穩定。但在低緯度一帶因 f 之數值極小，如反氣旋渦度有適當之數值，動力學的不穩定却容易發生。

四、Godson 氏之解法與穩定度軌範

已在第一節提過，因由偏向慣性力之緯度變化，恒常帶流則為一不穩定之流型，而使大氣偏西流變為正絃長波。在常態大氣內，常有非均勢氣壓或溫度分佈。因此，再進一步，而以具有非對稱氣壓與溫度分佈而交與緯度圈之帶流為基礎流來研究擾動時，所得之穩定度軌範將接近實在的大氣狀態。若此，擇對於地球靜止之右手直交座標系 $oxyz$ ，其 ox, oy 兩軸在水平面， ox 軸與緯度圈成交，其角度為 ψ ； oz 軸向鉛直向上。若此， $\omega_x = 2\omega \cos \phi \cos \psi = \mu$ ， $\omega_y = 2\omega \cos \phi \sin \psi = \nu$ ，而 $\omega_z = 2\omega \sin \phi = \lambda$ 。方程(8)即為

$$\begin{aligned} \frac{dx_2'}{dt^2} + \nu \frac{dz'}{dt} - \lambda \frac{dy'}{dt} &= -\theta \\ \left\{ \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} x' + \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial y} y' + \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial z} z' \right\} &\dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y'}{dt^2} + \lambda \frac{dx'}{dt} - \mu \frac{dz'}{dt} &= -\theta \\ \left\{ \frac{\partial^2 \pi}{\partial y \partial x} x' + \frac{\partial^2 \pi}{\partial y^2} y' + \frac{\partial^2 \pi}{\partial y \partial z} z' \right\} &\dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z'}{dt^2} + \mu \frac{dy'}{dt} - \nu \frac{dx'}{dt} &= -\theta \\ \left\{ \frac{\partial^2 \pi}{\partial y \partial x} x' + \frac{\partial^2 \pi}{\partial y \partial z} y' + \frac{\partial^2 \pi}{\partial z^2} z' \right\} &\dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

Godson 假設⁽⁸⁾，偏位 x' , y' , z' 之係數為常數，而分解擾動之振動為二部。——其一為垂直於等位溫面，另一為在等位溫面內者。前者則可見相當於所謂重力振動而具有十分次數之周期。若此考慮各項之大小，例如

$$\begin{aligned} \lambda &\sim \mu \sim \nu \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1} \\ \theta &\sim 10^2 \text{ }^\circ\text{K} \\ \theta \frac{\partial \pi}{\partial x} &\sim \theta \frac{\partial \pi}{\partial y} \sim 10^{-1} \text{ cm/sec}^2, \\ \theta \frac{\partial \pi}{\partial z} &\sim 10^3 \text{ cm/sec}^2 \\ \theta \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} &\sim \theta \frac{\partial^2 \pi}{\partial y^2} \sim \theta \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial y} \sim 10^{-3} \text{ sec}^{-2} \\ \theta \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial z} &\sim \theta \frac{\partial^2 \pi}{\partial y \partial z} \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-2}, \\ \theta \frac{\partial^2 \pi}{\partial z^2} &\sim 10^{-3} \text{ sec}^{-2} \end{aligned}$$

則得

$$x' = z' \left[- \left(\frac{dz}{dx} \right)_\theta \pm 10^{-4} \right] \dots\dots\dots (31)$$

$$y' = z' \left[- \left(\frac{dz}{dy} \right)_\theta \pm 10^{-4} \right] \dots\dots\dots (32)$$

$$z' = A \cos \omega t + B \sin \omega t \dots\dots\dots (33)$$

由此可見除稀少中性平衡時以外，此解對於氣象發展不致影響，至於在等位溫面內者因

$$z' = \left(\frac{dz}{dx'} \right)_\theta x' + \left(\frac{dz}{dy} \right)_\theta y' \dots\dots\dots (34)$$

(28), (29) 中之 $\nu \frac{dz'}{dt}$ 與 $\mu \frac{dz'}{dt}$ 兩項較於其他項目極小而可無視。

由

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz}{dx} \right)_\theta &= - \frac{\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)}{\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)}, \\ \left(\frac{dz}{dy} \right)_\theta &= - \frac{\left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)}{\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)} \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

及

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \pi}{\partial x} \right)_\theta &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial x} \right) - \frac{\partial \theta / \partial x}{\partial \theta / \partial z} \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right), \\ \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right)_\theta &= \left(\frac{\partial \pi}{\partial y} \right) - \frac{\partial \theta / \partial y}{\partial \theta / \partial z} \left(\frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

若代入 (34) 於 (28) 及 (29)，同時利用

$$\theta \frac{\partial \pi}{\partial x} = -\lambda v_g, \theta \frac{\partial \pi}{\partial y} = \lambda u_g \dots\dots\dots (37)$$

(28) 及 (29) 變為

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x'}{dt^2} - \lambda \frac{dy'}{dt} &= -\lambda \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \right)_\theta x' \\ &\quad - \lambda \left(\frac{\partial v_g}{\partial y} \right)_\theta y' \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y'}{dt^2} + \lambda \frac{dx'}{dt} &= \lambda \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \right)_\theta x' \\ &\quad + \lambda \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_\theta y' \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

在此， u_g , v_g 即為地轉風之 x - 及 y - 成份。設

$$x' = A \cos \omega t + B \sin \omega t \dots\dots\dots (40)$$

$$y' = C \cos \omega t + D \sin \omega t \dots\dots\dots (41)$$

如所得之 ω 值包括虛數時，則為不穩。以 (40), (41) 代入 (38), (39)，則得，關於 A, B, C, D 之四個方程。因此為有零以外之解，A, B, C, D 之行列式必須等於零。如此得 ω^2 之二次方程，其為

$$\begin{aligned} \omega^4 + \omega^2 \lambda \left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_\theta - \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \right)_\theta - \lambda \right] \\ - \lambda^2 \left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \right)_\theta^2 + \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_\theta \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \right)_\theta \right] = 0 \dots\dots (42) \end{aligned}$$

或

$$\left(\frac{\omega}{\lambda} \right)^4 - b \left(\frac{\omega}{\lambda} \right)^2 + C = 0 \dots\dots\dots (43)$$

在此

$$b = 1 + \frac{1}{\lambda} \left[\left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \right)_\theta - \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_\theta \right] \dots\dots\dots (44)$$

$$\begin{aligned} c = - \frac{1}{\lambda^2} \left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \right)_\theta^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_\theta \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \right)_\theta \right] \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

(43) 之解為

$$\left(\frac{\omega}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{2} \pm \left[\frac{1}{4} b^2 - C \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (46)$$

若此 ω 之性質由 b 及 c 之數值而決定。即：

- 1, $C > \frac{1}{4} b^2$ 時 ω 值為複素數，即擾動不穩。
 - 2, $0 < C < \frac{1}{4} b^2$ 時， ω 符號由 b 而決定，因此有二種情形：
 - 2a, $0 < C < \frac{1}{4} b^2$, $b > 0$, ω 為實，即穩定。
 - 2b, $0 < C < \frac{1}{4} b^2$, $b < 0$, ω 為虛，即不穩定。
 - 3, $C < 0$, ω 為一實，一虛。除少數例，因其必須滿足原始條件，其亦屬之不穩型。
- 若圖示其結果，則如圖2。

如此，在大氣，動力學的不穩度之存在複雜地靠於兩個軌範參數 b 及 c 。將簡示可引起不穩擾動之氣壓與溫度狀態實為不可能。但，一般講，為了使大氣顯著不穩定，指數 b 之數值必須小或負。相反之，在

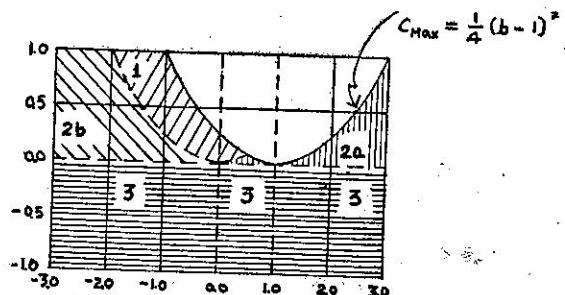


圖2: b-c圖及穩度軌範

顯著穩定或具有極小不穩度之氣流內， b 之數值應正而大。如利用 (35) 與 (36) 及同樣對於等壓面之方程 (在 (35) 與 (36) 只 θ 為 p 而已)，而改用由等高線圖及高層觀測圖直接可得之項量表示 b 時，則

$$b = 1 + \frac{1}{\lambda} \left[\frac{u_g}{R_0} - \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_p - \frac{g}{RT} \frac{(\partial T / \partial n)^2}{\gamma_a - \gamma} \right] \dots \dots \dots (47)$$

在此 R_0 為等高線 (或等壓線) 之曲率半徑， T 為絕對溫度， γ_a 為乾燥絕熱溫度直減率， γ 為大氣之溫度直減率，而 $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p$ 即在等壓面內之溫度梯度。

若此可見以下各因素傾向於產生小或負 b 值：

- a. 梯度風具有大反氣旋的風歪。即 $\left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_p$ 為大
- b. 等壓線或等高線具有大反氣旋的曲率。即 $R_0 < 0$ 而 $|R_0|$ 小。
- c. 等壓面內，有大溫度梯度。即 $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p$ 大。
- d. 險峻鉛直溫度直減率。即 $\gamma_a - \gamma$ 小。

相反之情況產生正而大 b 值，為穩定者。

五、動力學的不穩度與颱風發展

過去二十年來，由高空觀測之發展，考查大氣狀態及研究其變化著有進步。尤其，高空觀測對於大氣上下層之互相作用，變化之研究貢獻甚多。在其研究方法中，特別重要者為擾動法與動力學的不穩度之概念。為研究某種動力學的現象之發展或恒常運動之偏差。當還未有適當之數學方法足以解非線型運動方程時。擾動法對此部門貢獻甚大。(4) 其中或高緯度地帶之卓越成功實足以引吾人應用至吾人最關心却最不明之颱風問題。

吾人在熱帶地域有相當資料以資相信該域之氣流大約可分三部：(1) 對流層下部之信風——其為正壓至 500 毫巴，而消滅在約 300 毫巴。(2) 對流層上部在 400-300 毫巴與 100 毫巴之間——在此並無顯著基礎流而以氣旋或反氣旋環流為特徵。(3) 平流層——在此比較強烈之東風盛行。至於平流層對於氣象現象之影響，其顯著恒常性，吾人可推其作用並不大。反之，對流層上部與下部之間，存有不可分離之相關關係。Riehl⁽⁵⁾ 報告信風之穩定度密切地靠於上空氣流。

在颱風發展之過程中，上空氣流之輻散必須卓越於下層氣旋之輻合。如無上空輻散，下層氣旋之輻合亦不能繼續而氣旋環流終必消滅。如此在颱風發展過程中，吾人不能輕視上空輻散。至於上空輻散之機構

，前述動力學的不穩度可能演重要角色。因在動力學的不穩氣流中，任何小擾動可增加氣塊之偏位，在加衡動之地點，必須發生質量減少 (mass depletion)，事實上，如 Elisabeth S. Jordan⁽⁶⁾ 在一九五二年，分析西太平洋之一百個以上颱風資料結果，得到反氣旋渦旋之存在暗示 (圖 3) 而最近

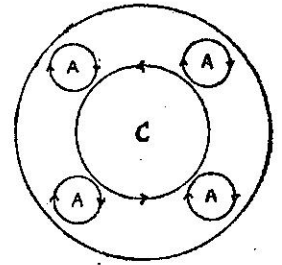


圖3：颱風上層之模型 (根據 E. S. Jordan)

R. H. Simpson⁽⁷⁾ 在 Carribbean Sea 上之颱風 "Dolly" 作觀測時，證實了颱風眼周圍有數個極強烈反氣旋渦旋。此類反氣旋渦旋之相對渦度殆可滿足規範 (27)。雖然 Riehl⁽⁸⁾ 反對求颱風發生於由 (27) 之規範所決定之動力學的不穩定，吾人由 Godson 之規範可知，當颱風未達充分階段時，也不必絕對渦度為負數之渦旋，再者，至於 Riehl 則以從未發現此反氣旋為理由而反對，因在赤道附近 f 或 λ 為極小，如具有小曲率半徑之反氣旋渦旋亦够滿足 (47) 規範，但在觀測上未能檢出。如用 Godson 氏規範至已發展中之颱風時，更容易可摘出動力學的不穩定。高空觀測之結果，揭曉從 400 至 150 毫巴之間，在等壓面上有顯著向外之溫度梯度而且溫度直減率亦極險峻。如此規範 (47) 之末項貢獻亦不少。若動力學的不穩定與颱風之發展似有密接關聯。颱風上空輻散可能由動力學不穩定而引起質量減少之結果。(完)

考 參 文 獻

- (1) Byers, H. "General meteorology" McGraw Hill Co.
- (2) Kleinschmidt, E. "Zur theorie der labilen anordnung" Meteor. Z., 58, 157-163 (1941)
- (3) Godson, W. L. "Generalized criteria for dynamic instability" J. Meteor., 7, 268-278 (1950)
- (4) Kuo, H. L. "Symmetrical disturbances in a thin layer of fluid subject to a horizontal temperature gradient" J. Meteor., 11, 399-411 (1954)
- (5) Riehl, H., "On the formation of typhoons" J. Meteor., 5, 247-264 (1948)
- (6) Jordan, E. S., "An observational study of the upper wind-circulation around tropical cyclones" J. Meteor., 9, 340-346 (1952)
- (7) Simpson, R. H. "Structure of an immature hurricane" Bull. Am. Met. Soc., 35, 335-340 (1954)
- (8) Riehl, H. "Tropical meteorology" McGraw Hill Co. (1954)