交通部中央氣象局委託研究計畫成果報告

應用克利金法建立高解析度網格點氣象數據之研究

計畫類別：■國內　　□國外

計畫編號：MOTC-CWB-98-2M-03

執行期間： 98 年 5 月 4 日至 98 年 12 月 31 日

計畫主持人：李天浩（國立臺灣大學土木系水利組副教授）

執行單位：國立臺灣大學水工試驗所

中華民國　98 年　12 月

交通部中央氣象局98年度政府部門科技計畫期末摘要報告

計畫名稱：應用克利金法建立高解析度網格點氣象數據之研究

審議編號：		部會署原計畫編號：	MOTC-CWB-98-2M-03
主管機關：	交通部中央氣象局	執行單位：	國立台灣大學水工試驗所
計畫主持人：	李天浩	聯絡人：	劉浙仁
電話號碼：	(02)3366-2620	傳真號碼：	(02)3366-2620
期程：	98年 5月 4日 至 98年 12月 31日		
經費：(全程)	690,000元	經費：(年度)	690,000元

執行情形：

1.執行進度：

	預定（%）	實際（%）	比較（%）
當年	100	100	0
全程	100	100	0

2.經費支用：

	預定	實際	支用率（%）
當年	690,000	690,000	100
全程	690,000	690,000	100

3.主要執行成果：

1. 研擬克利金法估計天氣研究與預報模式之高解析地表微氣象邊界參數場方法論

   藉由建立空間相關性模式以估計變數間之共變異數，對於每個網格點均求解對應之線性迴歸方程式係數，再配合適當之背景場，即可求出該網格點上之估計值。

2. 研擬克利金法進行高解析度網格降尺度統計方法論

   引入聯合克利金法，同時考量多種觀測值，利用求取最小均方差和加入不偏估條件，導出最佳權重係數，以獲得多種觀測值下之整合估計值。

3. 製作案內相關程式技術手冊

   撰寫計畫內程式之說明文件，列出各函式之傳入值及其代表意義，並說明理論依據及求解方法，供後續使用及開發人員參考。

4. 交付檢核氣象局所有自動化氣象站小時資料品質後的記錄，內插估計台灣本島一年之高解析度網格溫度的結果，包括各測站的小時溫度、日均溫和月均溫。

4.計畫變更說明：

本計畫無變更事項

5.落後原因：

本計畫依預訂期程進行，並無落後。

6.主管機關之因應對策（檢討與建議）：

經案內測試一年台灣本島觀測資料後，顯示克利金法於作業化應用上之潛力，通盤考量通用克利金法於遮蔽測站試驗上之表現及其統計特性，建議可將其應用於建立地表溫度場之自動化作業中。

因未來局內將建立模式輸出之統計模式，其中降尺度部分為發展重點之一，故本研究中所提關於降尺度之方法論，建議接續研究並應用於實際資料，以證實其為可行。

目　錄

目錄 ..... **I**

圖目錄 ..... **IV**

表目錄 ..... **VII**

第 1 章　緒論 **1- 1**

第 2 章　客觀分析理論及方法 **2- 1**

2.1 距離平方倒數權重法 2- 1

2.2 Cressman 客觀分析法 2- 1

2.3 Barnes 客觀分析法 2- 3

2.4 克利金法 2- 3

2.4.1 簡單克利金法 2- 5

2.4.2 普通克利金法 2- 6

2.4.3 通用克利金法 2- 7

2.5 最佳內插法 2-11

2.6 各客觀分析方法理論差異 2-12

第 3 章　客觀分析方法比較 **3- 1**

3.1 乾絕熱 Poisson 公式之適用性探討 3- 2

3.2 地表溫度場內插成果比較 3- 4

3.3 測站上觀測值與估計值比較 3- 9

第 4 章　應用通用克利金法 **4- 1**

4.1 適用於估計台灣地區溫度場之通用克利金模式 4- 1

4.2 使用通用克利金法之地表溫度場內插成果 4- 3

4.3 使用通用克利金法之測站上觀測值與估計值比較 4- 5

第 5 章　第一類型方法改進 **5- 1**

第 6 章　應用克利金法建立網格地面真實值和統計後處理模型之可行性 **6- 1**

6.1 聯合克利金法整合雷達和雨量站降水估計之可行性 6- 1

6.2 克利金法應用於統計後處理之可行性 6- 7
6.2.1 問題概述 6- 7
6.2.2 應用克利金法於統計後處理的可行性 6- 9
第 7 章 結論與建議 7- 1
7.1 結論 7- 1
7.2 建議 7- 2
參考文獻 ..... 參- 1
附錄 A 克利金法的半變異圖 ..... A- 1
附錄 B 資料品質控制 ..... B- 1
B.1 觀測資料品質控制方法 ..... B- 1
B.2 資料 QC 分析結果 ..... B- 2
B.3 資料品質管控目標 ..... B- 4
附錄 C 評估四種聯合克利金法整合雷達和雨量站觀測 ..... C- 1
C.1 問題概述 ..... C- 4
C.2 研究方法 ..... C- 5
C.2.1 方法概述 ..... C- 5
C.2.2 整合估計方法 ..... C- 8
C.2.3 模擬降雨資料 C-17
C.2.3.1 真實雨量場 C-17
C.2.3.2 雷達觀測雨量場 C-20
C.3 案例分析 C-22
C.3.1 白噪音加法性誤差(WN)案例 C-23
C.3.2 空間相關加法性誤差(AE)案例 C-26
C.3.3 空間相關乘法性誤差(ME)案例 C-28
C.3.4 空間趨勢誤差(TE)案例 C-31
C.3.5 綜合性誤差(AMTE)案例 C-34
C.4 結論 C-37
C.5 參考文獻 C-39

附錄 C1 由點雨量協變異函數推導網格雨量協變異函數 C-40
附錄 C2 半變異圖推導.....C-45
附錄 D 最佳內插法和克利金法的比較 ..... D- 1
附錄 E 克利金計畫工作會議備忘錄 .....E- 1
第 01 次工作會議.....E- 1
第 02 次工作會議.....E- 4
第 03 次工作會議.....E- 6
第 04 次工作會議.....E- 8
第 05 次工作會議.....E-10

圖目錄

圖 2- 1　利用雙線性內插法由網格點值計算測站值示意圖 2- 2

圖 2- 2　半變異圖示意圖 2- 5

圖 3- 1　氣象局目前估計溫度場方法流程圖 3- 1

圖 3- 2　2009 年 4 月 9 日 8 時(左)各氣象站空間位置與氣壓觀測值及(右)對應之探空氣球高度及壓力之關係圖 3- 3

圖 3- 3　測站、探空氣球及乾絕熱 Poisson 方程式所推估之溫度與高度關係比較 3- 4

圖 3- 4　台灣地形圖 3- 5

圖 3- 5　2009 年 4 月 9 日 8 時應用不同客觀分析方法推估地表溫度場比較 3- 7

圖 3- 6　利用乾絕熱公式計算 2009 年 4 月 9 日 8 時地表溫度場（洋紅色點）及測站地表溫度（藍色點）對高度關係圖 3- 8

圖 3- 7　2009 年 4 月 9 日 8 時各客觀分析方法之偏差對高度關係圖 .. 3-10

圖 3- 8　2009 年 4 月 9 日 8 時估計值偏差δ正負分佈平面圖 3-11

圖 4- 1　2009 年 4 月 9 日 8 時(a)北緯 23~24 度間之測站高度對溫度關係圖 (b)高度低於 100m 之測站緯度對溫度之關係圖(c)高度低於 100 m 之測站經度對溫度之關係圖 4- 2

圖 4- 2　2009 年 4 月 9 日 8 時通用克利金法半變異圖 4- 4

圖 4- 3　2009 年 4 月 9 日 8 時通用克利金法估計地表溫度場結果 4- 4

圖 4- 4　溫度場格點及測站上之溫度對高度關係圖 4- 5

圖 4- 5　通用克利金法之偏差對高度關係圖 4- 6

圖 4- 6　通用克利金法之估計值偏差δ正負分佈平面圖 4- 6

圖 4- 7　四種客觀分析方法與通用克利金法估計差值場分布立體圖 4- 7

圖 5- 1　利用(4-1)式溫度趨勢的測站地表溫度和推估網格點地表溫度對高度的關係圖 5- 2

圖 5- 2　使用(a)乾絕熱遞減率和(b)測站地表溫度線性迴歸法趨勢，兩種轉

換方法結合 Cressman 客觀分析法。其次再計算兩者分別與通用克利金法估計場的差值分布立體圖 5- 2
圖 5- 3　權重隨距離變化相對關係圖，紅線為 Barnes 法，藍線為距離平方倒數，黑線為 Cressman 法..... 5- 3
圖 A- 1　定常性半變異圖函數模型示意圖 ..... A- 2
圖 A- 2　內在假設或非定常性半變異圖函數模型示意圖 ..... A- 3
圖 B- 1　未剔除離群值，直接計算標準偏差之時間序列 .....B- 2
圖 B- 2　剔除離群值後再計算標準偏差之時間序列 .....B- 3
圖 B- 3　逐時超過三倍標準偏差之測站分布圖 .....B- 3
圖 C- 1　合成的定率趨勢點雨量場 (單位：*mm/hr*) C-18
圖 C- 2　產生 100 個點雨量的空間位置及真實點降雨序率分量場 C-19
圖 C- 3　模擬產生的真實降雨量場 (單位：*mm/hr*) C-20
圖 C- 4　雷達誤差型態為 WN，(a)雷達觀測誤差分佈圖，(b)、(c)、(d)分別為 OCK 法、MOCK 法以及 UCK 法估計得到的誤差分佈圖，單位皆為 *mm/hr*。圖中三角形點為 25 個雨量站的位置.....C-24
圖 C- 5　OCK 法估計網格雷達觀測值權重係數 λ_{R0} 數值的空間分佈圖 C-25
圖 C- 6　雷達誤差型態為 AE，其餘說明與圖 C-4 相同 C-27
圖 C -7　雷達觀測誤差型態為 ME，其餘說明與圖 C-4 相同 C-29
圖 C- 8　ME 雷達誤差結構於真實降雨大於 20 *mm/hr* 時，不同估計方法的估計降雨與真實降雨比值分佈圖，最上層點為 OCK 法，最下層點為 UCK 法 C-31
圖 C- 9　雷達觀測誤差型態為 TE，(a)雷達觀測誤差分佈圖，(b)、(c)、(d)、(e)分別為 OCK 法、MOCK 法、UCK 法、UCKT 法估計得到的誤差分佈圖，單位皆為 *mm/hr*。圖中三角形點為 25 個雨量站的位置 C-33
圖 C-10　TE 雷達誤差結構於固定真實雨量區間 (30 至 35*mm/hr*)，不同估計方法的估計降雨與真實降雨誤差分佈圖 C-34
圖 C-11　雷達誤差型態為 AMTE，其餘說明與圖 C-8 相同 C-35

圖 C-12 AMTE 雷達誤差結構於真實降雨大於 20 *mm/hr* 時，不同估計方法的估計降雨與真實降雨比值分佈圖 C-36
圖 C-13 AMTE 雷達誤差結構於固定真實雨量區間 (30 至 35 *mm/hr*)，不同估計方法的估計降雨與真實降雨誤差分佈圖 C-37
圖 C1-1 網格內各點與雨量站之間距離關係圖 C-40
圖 C1-2 點雨量和網格降雨量之間距離 d_{ij} 和方位角 θ 的示意圖 C-41
圖 C1-3 (a)、(b)、(c)、(d)分別為 $d_{ij}/\Delta x$ 值為 1、2、5、10 時，點雨量和網格降雨量協變異圖在不同方位角時，偏離協變異圖平均值的百分比值.....C-42
圖 C1-4 圖(a)、(b)、(c)、(d)分別是正規化積分距離等於 1、2、5 和 10 時，點－網格協變異圖及點－點協變異圖差異百分比，和正規化距離的關係圖.....C-43
圖 C2-1 真實點雨量、網格真實降雨量試驗半變異圖與擬合之球型半變異圖函數.....C-45
圖 C2-2 ME 誤差型式雷達降雨觀測、網格真實降雨量之試驗半變異圖與擬合的球型半變異圖函數.....C-47
圖 D- 1 $\sigma^2=5$ 、$L=1$，金塊效應分別為 0 和 $\sigma^2/2$ 的指數型半變異數 D-2

表目錄

表 3- 1　2009 年 4 月 9 日 8 時不同客觀分析方法估計測站溫度之誤差均方根比較..... 3- 9
表 6- 1　PP 法和 MOS 法推估地面測站值的概念示意和比較表 6- 7
表 6- 2　PP 法或 MOS 法「先估測站後內插法」和「先內插站後估計法」預報高解析度地面網格變數值的概念示意和比較表 6- 8
表 B- 1　逐時超過三倍標準偏差之測站累計次數一覽表 .....B- 4
表 C- 1　合成降雨趨勢分量場$T(x,y)$的 4 組二維高斯函數參數 C-18
表 C- 2　不同雷達觀測誤差與不同聯合克利金法估計組合的 RMSE 值 (*mm/hr*).....C-23
表 C- 3　AE 雷達觀測誤差與不同聯合克利金法估計誤差的線性相關係數. C-28

應用克利金法建立高解析度網格點氣象數據之研究

執行單位：國立臺灣大學水工試驗所　計畫編號：MOTC-CWB-98-2M-03
計畫主持人：李天浩（國立臺灣大學土木系水利組副教授）
計畫協同主持人：吳明進（國立臺灣大學大氣系教授）
研究人員：劉浙仁、林佑蓉
聯絡方式：(10617)臺北市羅斯福路四段一號
國立臺灣大學水工試驗所
TEL：02-33662620

第 1 章　緒論

為因應氣象防災減災的迫切需求，近年來氣象局不斷朝向預報精緻化的方向努力。在邁向時間與空間上更細緻的預報過程，包含發展各種預報指引以及高解析度網格點氣象分析場資料等，都極富挑戰性。尤其面對有限觀測點的現實狀況，為儘可能提升對小區域氣象的監測及預報能力，需要應用有效的空間統計技術以協助解決當前問題。

克利金法因其能同時利用觀測數據和測站位置，建立空間內插權重係數的聯立方程組，其統計理論優於僅利用測站關係位置的客觀分析法。本計畫的目的即希望引進克利金空間統計技術，透過觀測系統模擬試驗評估比較克利金法和氣象常用的客觀分析方法，來理解各種方法估計誤差行為，以利氣象局確認克利金法內插分析的準確度、方法潛力與限制，並作為未來在相關應用發展策略的參考。

本計畫預期完成的工作項目包括：

1. 完成克利金方法與其他幾種常用空間內插客觀分析法，例如距離反比權重，Barnes 等的比較設計實驗，並提出評估結果。

2. 探討克利金方法對於進行模擬高解析度網格點真實值 (Ground Truth)

應用的可發展性，並提出在數理統計上的可行性或方法論。

3. 探討克利金方法對於進行建立高解析度網格點統計降尺度預報模式(Gridded MOS)的可應用性，並提出在數理統計上的可行性或方法論。

4. 完成克利金方法實務應用技術訓練。

本計畫報告期中部分主要是完成以上的第 1.個工作項目，以目前氣象局利用測站觀測值內插估計地表溫度場之架構，比較兩類空間內插方法：第一類方法首先利用乾絕熱的 Poisson 方程式，將不同海拔高度的測站溫度轉換為位溫，應用距離倒數權重法、Cressman 客觀分析法、Barnes 客觀分析法或是普通克利金法，內插估計等壓面上二維空間各網格點的位溫，然後再利用 Poisson 方程式將位溫反轉換為地表溫度。第二種類型是「通用克利金法」。通用克利金法可以將溫度隨高度、緯度等空間變化趨勢納入不偏估條件，利用所有三維空間測站溫度，直接估計任意高度網格地表溫度。在第二章的「客觀分析理論及方法」中呈現此二類方法的方法論。第三章的「客觀分析法比較」，比較第一類四種方法的分析結果。第四章「通用克利金法分析結果」，呈現通用克利金法的思維、資料分析處理過程、和內插估計結果。

期末報告部份則延續期中報告加入第 2.和 3.項工作項目內容，考慮未來氣象局可提供精緻化預報作業服務，需以發展高空間解析度之預報系統為目標，採用近年最為盛行的模式輸出統計方法有 MOS (Model Output Statistics)及 PP (Perfect Prog)，無論使用何者統計方式，在取得測站上預報值後，仍需進行客觀分析，以建立完整的物理量場提供給預報員使用，因此研擬克利金法於降尺度之應用方式，供氣象局未來相關計畫執行時之參考。詳細說明請見第六章。對於本計劃之結論與建議則於第七章說明。

第 2 章 客觀分析理論及方法

本單元介紹各種客觀分析理論及方法，包括：距離平方倒數權重法、Cressman 客觀分析法、Barnes 客觀分析法、最佳內插法、普通克利金法、以及通用克利金法。其中，前五種內插方式是適用於具有定常性（stationarity）的隨機變數場，因此應用於推估高解析度地面溫度場時，必須搭配例如乾絕熱公式，先將不同高度的測站溫度轉換為位溫，在位溫場上進行內插，再將內插結果反轉換為地表溫度，是為一種間接的估計方法。若隨機變數為空間趨勢函數型態已知的非定常性變數，例如溫度為高度和緯度的線性遞減函數，則可以直接利用通用克利金法進行空間內插，不必再經過其他轉換程序。

2.1 距離平方倒數權重法

距離平方倒數權重法內插估計二維定常變數場空間位置 (x_0, y_0) 變數值 θ_0 的方式，是以 (x_0, y_0) 為中心，使用影響範圍 R 以內的所有 n 個測站觀測值 θ_i，$i = 1,...,n$，利用以下權重方程式計算估計值 $\hat{\theta}_0$：

$$\hat{\theta}_0 = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \theta_i \tag{2-1}$$

其中，w_i 為第 i 個站觀測值 θ_i 的權重

$$w_i = \frac{1/d_i^2}{\sum_{j=1}^{n} 1/d_j^2}, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$
$$d_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}, \forall d_i < R \tag{2-2}$$

2.2 Cressman 客觀分析法

Cressman 客觀分析法為一種逐步修正法，其推導過程如下：

1. 假設對於估計場中所有網格點，已知各網格點的背景場或第 $\mu - 1$ 次的猜

測值[1]，則對於各測站所在位置，取測站四周的四個網格點猜測值，應用雙線性內插計算測站的分析值，然後將分析結果與測站實際觀測值比較，計算差異量。圖 2- 1 所示為內插示意圖，假設測站 k 周圍四個網格點編號分別為 1, 2, 3, 4，圖中 A 點和 B 點的 $\hat{\theta}$ 值各由 3, 4 和 1, 2 兩點的變數值線性內插計算，測站 k 點的分析值 $\hat{\theta}_k^{(\mu-1)}$ 再由 A 點和 B 點的值作線性內插計算：

$$\hat{q}_k^{(m+1)} = \hat{q}_1^{(m+1)} + \left(\hat{q}_4^{(m+1)} - \hat{q}_1^{(m+1)}\right)\frac{b}{\Delta y} + \left(\hat{q}_2^{(m+1)} - \hat{q}_1^{(m+1)}\right)\frac{a}{\Delta x} + \left(\hat{q}_2^{(m+1)} - \hat{q}_3^{(m+1)} + \hat{q}_4^{(m+1)} - \hat{q}_1^{(m+1)}\right)\frac{ab}{\Delta x \Delta y} \tag{2-3}$$

Δx 和 Δy 分別代表 x 和 y 方向的網格距（grid interval），長度 a 和 b 的定義如圖 2- 1。

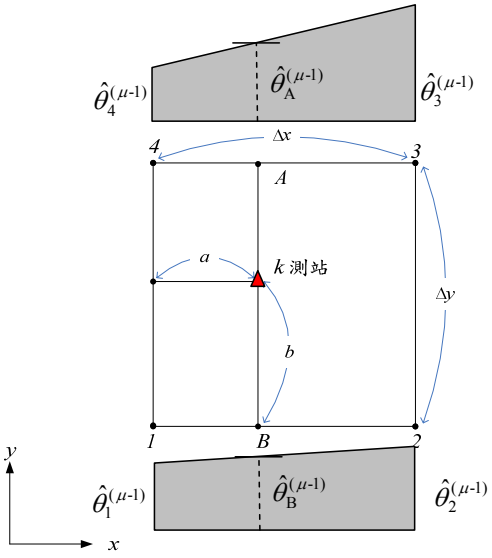


圖 2- 1　利用雙線性內插法由網格點值計算測站值示意圖

2.　利用 Cressman 的權重係數函數式(2-4)，由影響範圍 R 內的所有測站的差異值，權重平均計算各網格點的第 μ 次修正值：

[1] **若** $\mu - 1 = 0$，且沒有背景場或初始猜測值，最簡單的替代方案，是以所有測站觀測值的算術平均當成所有網格的首次猜測值。

$$w_k = \begin{cases} \dfrac{R^2 - r_k^2}{R^2 + r_k^2} & \text{if} \quad r_k < R \\ 0 & \text{if} \quad r_k \geq R \end{cases} \tag{2-4}$$

$$C_{ij}^{(\mu-1)} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k D_k^{(\mu-1)}}{\sum_{k=1}^{n} w_k} \tag{2-5}$$

其中，r_k 為測站 k 至網格點的距離；$D_k^{(\mu-1)} = \theta_k - \hat{\theta}_k^{(\mu-1)}$ 為第 k 測站的差異值；$C_{ij}^{(\mu-1)}$ 為網格 ij 的修正值。計算某 ij 網格點更新值的方法，是將(2-5)式 ij 網格點的修正值，代入(2-6)式，計算網格 ij 的更新值。

$$\hat{\theta}_{ij}^{\mu} = \hat{\theta}_{ij}^{(\mu-1)} + C_{ij}^{(\mu-1)} \tag{2-6}$$

3. 重覆步驟 1 和 2，直到所有測站的差異值 D_k^{μ} 都小於容許誤差，便得到最終分析場。$\hat{\theta}_j^{\mu}$ 為格點 ij 上第 μ 次迭代後的分析值，$\hat{\theta}_j^{(\mu-1)}$ 為 ij 格點上第 $(\mu-1)$ 次迭代後的分析值。

2.3 Barnes 客觀分析法

Barnes 客觀分析法的算式與 Cressman 的逐步修訂法相同，唯一的不同處，是 Barnes 法的權重係數函數為高斯(Gauss)函數：

$$w_k = e^{-r_k^2/R^2} \tag{2-7}$$

其中，r_k 為測站 k 至網格點的距離。R 為相當於低通濾波的參數(low-pass filtering parameter)，單位和 r_k 相同；選擇很小的 R 值，則分析場容許短距離內變數變化梯度大的「短波」訊號存在；若 R 值很大，則會將短波濾掉，客觀分析場相對而言會比較平滑。

2.4 克利金法

克利金法(Kriging technique)又名地質統計法(Geostatistics technique)是

根據資料在空間中分佈的統計特性，決定線性內插係數的一種技術(Bras and Rodriguez-Iturbe, 1985)。在不同的趨勢條件假設下，又可分為數學上不包含「不偏估條件」的「簡單克利金法」(simple Kriging)；包含「平均值為常數」假設的「不偏估條件」的「普通克利金法」(ordinary Kriging)；以及包含「平均值為某種空間趨勢函數」假設的「不偏估條件」的「通用克利金法」(universal Kriging)。

克利金法估計的步驟可分為二部份：

1. 結構分析(structural analysis)－由歷史資料，迴歸統計協變異數(covariance)隨距離變化的情形，決定「變異圖」或「半變異圖」(variogram or semi-variogram)的函數。

2. 最佳線性不偏估估計(Best Linear Unbiased Estimation-BLUE)－假設估計值為已知值的線性權重平均，根據不偏估和最小估計誤差變異數兩項原則，根據變異圖或半變異圖導出權重係數值。

「變異圖」或「半變異圖」是觀測樣本資料的協變異數隨距離變化情形。令 $\mathbf{u} = u(x, y)$ 為空間位置座標，$Z(\mathbf{u})$ 為空間隨機變數，則變異圖函數定義為：$2\gamma(d_{ij}) = E\left[\left(Z(\mathbf{u}_i) - Z(\mathbf{u}_j)\right)^2\right]$，即距離等於 d_{ij} 的兩兩組合變數差異平方的「期望值」。$\gamma(d_{ij})$ 稱為半變異圖函數。圖 2- 2 所示為一半變異圖的範例，其中，◯中空圓形符號為觀測樣本資料的原始半變異數；△三角形所示為實驗半變異數；實線所示為以實驗半變異數所套配的半變異圖函數。如圖所示，等距離的原始半變異數在不同的時空點可能會有很大的差異。因此在進行迴歸之前，通常會將距離軸分為幾個區間，然後將同區間內距離相近半變異數取平均求得實驗半變異數，由實驗半變異數就可以看到在排除了局部干擾的因素下，兩測站的相關性隨距離變化的情形，並且可以用一簡單的函數來描述這種關係。

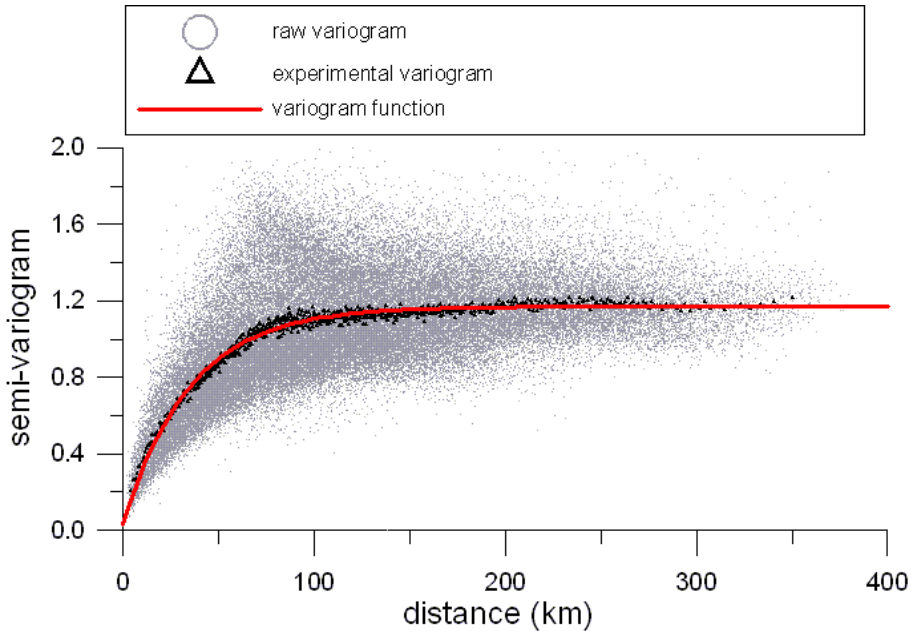


圖 2- 2　半變異圖示意圖

若隨機場為定常性，則半變異圖 $\gamma(d_{ij})$ 和協變異數 $cov(\mathbf{u}_i-\mathbf{u}_j)=cov(d_{ij})$ 為互補函數，$\gamma(d_{ij})+cov(d_{ij})=\sigma^2$，其中，$\sigma^2$ 為定常性空間變數 $Z(\mathbf{u})$ 的變異數，基於定常性假設乃為常數。幾種常用的半變異圖，及資料處理說明如附錄 A。

2.4.1簡單克利金法

若空間隨機變數具有定常性，平均值為常數，並且其數值 m 為已知，因此內插估計時，可先將各變數減去已知的平均值。去除平均值的變數差值已經自動滿足「不偏估條件」，因此在求取權重係數時，不需要加入不偏估條件，僅須滿足「最小估計誤差變異數條件」，此種內插估計狀況稱為簡單克利金法。簡單克利金法的內插估計式為：

$$\hat{z}(\mathbf{u}_0)=m+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\left[z(\mathbf{u}_i)-m\right] \qquad (2\text{-}8)$$

其中，m 為平均值；λ_i 為第 i 站的權重係數。估計誤差變異數為 $\sigma^2_{\hat{z}_0}=E\left[\left(\hat{z}(\mathbf{u}_0)-z(\mathbf{u}_0)\right)^2\right]$，使估計誤差變異數為最小的必要條件是：$\sigma^2_{\hat{z}_0}$ 對任意權重係數 λ_i 的微分值必須為零。將上式代入估計誤差變異數 $\sigma^2_{\hat{z}_0}$，並且對 λ_i 微分，$i=1,\cdots,n$，整理可得以下方程式：

$$\frac{\partial \sigma^2_{\hat{z}_0}}{\partial \lambda_i} = 2\sum_{j=1}^{n} \lambda_j cov(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) - 2cov(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_0) = 0 \quad \text{for } i = 1, \cdots, n \qquad (2\text{-}9)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \lambda_j cov(d_{ij}) = cov(d_{i0})$$

將以上 n 個權重係數的線性聯立方程式改寫為矩陣式，經整理後可得到求解權重係數矩陣方程式如下：

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & cov(d_{12}) & \cdots & cov(d_{1n}) \\ cov(d_{21}) & \sigma^2 & \cdots & cov(d_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(d_{n1}) & cov(d_{n2}) & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} cov(d_{10}) \\ cov(d_{20}) \\ \vdots \\ cov(d_{n0}) \end{pmatrix} \qquad (2\text{-}10)$$

將權重係數代入簡單克利金法的估計誤差變異數表示式，得到的期望估計誤差變異數為：

$$\sigma^2_{\hat{z}_0} = E\left[\left(\hat{z}(\mathbf{u}_0) - z(\mathbf{u}_0)\right)^2\right] = \sigma^2 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i cov(d_{i0}) \qquad (2\text{-}11)$$

在定常性假設之下，利用 $cov(d_{ij})$ 和半變異圖 $\gamma(d_{ij})$ 為互補函數的關係，因此求解權重係數矩陣方程式可以改寫為：

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma(d_{12}) & \cdots & \gamma(d_{1n}) \\ \gamma(d_{21}) & 0 & \cdots & \gamma(d_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(d_{n1}) & \lambda(d_{n2}) & \cdots & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma(d_{10}) \\ \gamma(d_{20}) \\ \vdots \\ \gamma(d_{n0}) \end{pmatrix} \qquad (2\text{-}12)$$

而估計誤差變異數則可寫為：

$$E\left[\left(\hat{z}(\mathbf{u}_0) - z(\mathbf{u}_0)\right)^2\right] = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \gamma(d_{i0}) \qquad (2\text{-}13)$$

2.4.2普通克利金法

假設空間隨機變數具有定常性，平均值為常數但其數值未知，內插估計值為 $\hat{z}(\mathbf{u}_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i z(\mathbf{u}_i)$。不偏估條件為：

$$E\left[\hat{z}(\mathbf{u}_0)\right]=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i E\left[z(\mathbf{u}_i)\right]$$
$$\Rightarrow m=m\sum_{i=1}^{n}\lambda_i \tag{2-14}$$
$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$$

利用 Lagrange multiplier，ν，組合(2-9)式的「估計誤差變異數最小化條件」和（2-14）式的「不偏估條件」，再根據協變異數$cov(d_{ij})$和半變異圖$\gamma(d_{ij})$為互補函數的關係，可得到求解權重係數矩陣方程式如下：

$$\begin{pmatrix}\lambda_1\\ \vdots\\ \lambda_n\\ -\nu\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\gamma(d_{11}) & \cdots & \gamma(d_{1n}) & 1\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ \gamma(d_{n1}) & & \gamma(d_{nn}) & 1\\ 1 & \cdots & 1 & 0\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\gamma(d_{10})\\ \vdots\\ \gamma(d_{n0})\\ 1\end{pmatrix} \tag{2-15}$$

普通克利金法的估計誤差變異數為：

$$E\left[\left(\hat{z}(\mathbf{u}_0)-z(\mathbf{u}_0)\right)^2\right]=\sigma^2-\nu-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i cov(d_{i0}) \tag{2-16}$$

2.4.3通用克利金法

當隨機變數的平均值具有空間變化趨勢，參考 Bras 和 Rodriguez-Iturbe (1985)以及 Kitanidis (1993)，可以採用三種方式估計趨勢參數與半變異圖：

1. 迭代求取半變異圖和趨勢(Bras 和 Rodriguez-Iturbe，1985)：假設空間趨勢函數為空間自變數（座標）的k次多項式函數，每次估計趨勢或協變異圖（或半變異圖）的其中一個統計值。Bras 和 Rodriguez-Iturbe (1985)呈現利用協變異圖或半變異圖估計趨勢函數係數的方法，去除趨勢則可以更新協變異圖或半變異圖的參數估計。但是 Bras 和 Rodriguez-Iturbe (1985)列舉了一些文獻研究，認為除了未必會得到唯一解外，半變異圖的收斂經常也是問題。

2. 使用通用協變異函數(Bras 和 Rodriguez-Iturbe，1985)：假設協變異圖為某種通用協變異函數(generalized covariance)，例如常數型模式 $K(d)=C_0\delta+\alpha_0 d$；線性模式 $K(d)=C_0\delta+\alpha_0 d+\alpha_1 d^3$；其中，$C_0$ 為金塊效應，α_0、α_1 等為未知參數。利用通用協變異函數和任意兩觀測站距離和變數差異的數據，建立通用協變異函數和資料的關係式，利用迴歸法估計未知參數 α_0、α_1。

3. 使用包含趨勢的半變異圖和不偏估條件：Kitanidis (1993)利用近距離趨勢差異可以忽略的內在假設，$E\left[Z(\mathbf{u}_i)-Z(\mathbf{u}_j)\right]=0$，不嘗試去除趨勢、再求取半變異圖，直接使用包含趨勢的半變異圖填入類似(2-11)式的估計矩陣式；配合要求權重係數使各個趨勢函數係數乘的函數值都等於 0 的不偏估條件設計，證實可以獲得良好的內插估計效果。

當趨勢不是非常顯著，近距離內協變異關係主控、$E\left[Z(\mathbf{u}_i)-Z(\mathbf{u}_j)\right]=0$ 可以近似成立時，可以使用 Kitanidis (1993)的通用克利金法。由於台灣地形陡峻，近距離內地形高度的差異可能很大，溫度 $Z(\mathbf{u})$ 隨高度趨勢的差異 $E\left[Z(\mathbf{u}_i)-Z(\mathbf{u}_j)\right]$ 不能忽略，協變異關係不能主控（溫度的空間相關性低），Kitanidis (1993)建議的通用克利金法未必適合使用。

本研究分析台灣地表溫度特性，認為地表溫度是緯度和海拔高度的線性趨勢函數，去除此二趨勢後的溫度殘差值的二階統計函數（即協變異圖）具有定常性。於是融合 Bras 和 Rodriguez-Iturbe (1985)的通用協變異函數，和 Kitanidis (1993)建議的通用克利金法，再導出第四種通用克利金法設計。作法是將空間趨勢函數代入半變異圖表示式中，迭代嘗試不同的空間趨勢函數係數，將溫度變數值減去趨勢的殘差值，代入估計半變異圖或協變函數，收斂目標是溫度殘差值的協變異圖最符合定常性假設。獲得最佳化的趨勢係數和協變異圖後，配合使用 Kitanidis (1993)要求權重係數使各個趨勢函數係數乘的座標值權重組合都等於 0 的不偏估條件設計，地表溫度空間內插估計。使用這種方法的主要理念是：

台灣山區地表溫度隨海拔高度變化的趨勢為主控因子，必須去除半變異圖中的趨勢函數，才能突顯真實的地表溫度協變異圖。

若要避免迭代求取協變異圖過程中，趨勢函數係數值可能偏估的問題，且直接使用測站溫度觀測值權重估計，乃使用 Kitanidis (1993)要求權重係數使各個趨勢函數係數乘的座標值權重組合都等於 0 的不偏估條件設計。

根據上述理念，本計畫的通用克利金法說明如下：

線性估計方程式為：

$$\hat{z}(\mathbf{u}_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i z(\mathbf{u}_i) \tag{2-17}$$

假設地表溫度 $Z(\mathbf{u})$ 的趨勢函數如下，其中，y 為緯度，h 為海拔高度，β_0、β_y 和 β_h 是未知的趨勢係數。

$$E\left[Z(\mathbf{u})\right] = m(\mathbf{u}) = \beta_0 + \beta_y \cdot y + \beta_h \cdot h \tag{2-18}$$

不偏估條件要求：

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{E}\left[\hat{Z}(\mathbf{u}_0)\right] = \boldsymbol{E}\left[\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z(\mathbf{u}_i)\right] = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i m(\mathbf{u}_i) \\ &\Rightarrow \beta_0 + \beta_y y_0 + \beta_h h_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left(\beta_0 + \beta_y y_i + \beta_h h_i\right) \\ &\Rightarrow \beta_0\left(1 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) + \beta_y\left(y_0 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i\right) + \beta_h\left(h_0 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i h_i\right) = 0 \end{aligned} \tag{2-19}$$

Kitanidis (1993)要求權重係數使各個趨勢函數係數乘的座標值權重組合都等於 0 的不偏估條件設計為：

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i y_i = y_0 \qquad (2\text{-}20)$$
$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i h_i = h_0$$

利用 Lagrange multiplier 結合最小估計誤差變異數條件的 n 個方程式（n 為測站數）與此 3 個不偏估條件式，得到 n+3 組聯立方程式，解 n+3 個未知數 $\lambda_1,\cdots,\lambda_n,\nu_1,\nu_2,\nu_3$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \boldsymbol{cov}(d_{ij}) + \nu_1 + \nu_2 y_i + \nu_3 h_i = \boldsymbol{cov}(d_{i0}) \quad \text{for } i=1, 2, ..., n \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1 \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j = y_0 \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j h_j = h_0 \end{cases} \qquad (2\text{-}21)$$

亦可利用半變異圖建立聯立方程組：

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \gamma(d_{ij}) + \nu_1 + \nu_2 y_i + \nu_3 h_i = \gamma(d_{i0}) \quad \text{for } i=1, 2, ..., n \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1 \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j = y_0 \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j h_j = h_0 \end{cases} \qquad (2\text{-}22)$$

估計誤差變異數為：

$$\boldsymbol{E}\left[\left\{\hat{Z}(\mathbf{u}_0) - Z(\mathbf{u}_0)\right\}^2\right] = \sigma_z^2 - \nu_1 - \nu_2 y_0 - \nu_3 h_0 - \sum_{i=1}^{n}\lambda_i \boldsymbol{cov}(\mathbf{u}_{i0}) \quad (2\text{-}23a)$$

$$\text{或 } \boldsymbol{E}\left[\left\{\hat{Z}(\mathbf{u}_0)-Z(\mathbf{u}_0)\right\}^2\right]=\nu_1+\nu_2 y_0+\nu_3 h_0+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(\mathbf{u}_{i0}) \qquad \text{(2-23b)}$$

2.5 最佳內插法

最佳內插法，Optimal Interpolation，簡稱 OI 法，是由 Gandin (1965)所發展，此方法利用(x_i, y_i)位置的觀測值z_i，$i=1\sim n$，內插估計位於(x_0, y_0)空間位置的Z_0變數的權重估計式為：

$$\hat{z}_0=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i' z_i=\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\cdot\left[\mathbf{\Lambda}+\sigma^2\cdot\mathbf{I}\right]\cdot\mathbf{z} \qquad \text{(2-24)}$$

其中，σ^2為定常性空間變數$Z(x, y)$的變異數；**I** 是單位矩陣，**Λ** 為觀測值z_i之間的協變異矩陣，**C** 為估計值和各觀測值的協變異向量。

OI 法和簡單克利金法類似，主要差異是將協變異矩陣的對角線再增加一組背景值的變異數；附錄 D 推導證實，OI 法和金塊效應等於半變異數的 50%的簡單克利金法等價，可說是型式更彈性多變的克利金法的一種特例。OI 法和克利金法的比較如下：

1. 當觀測站群聚、完全相關使得行列式值$\|\mathbf{\Lambda}\|\sim 0$時，OI 法仍能保持正定、無條件穩定，對於未理解測站位置對於矩陣行為影響的使用者而言，防呆機制優於簡單克利金法。

2. 克利金法的優勢是能透過半變異圖分析，一般化空間資料的關係，並可利用 Lagrange multipliers 技術，在滿足不偏估條件狀況下，取得最小估計誤差原則的權重估計。究其原因，應該是 OI 法出現時間早於克利金法，OI 法已經被辨識出是克利金法的特例，後來研究者持續擴充、改進統計理論時，都被歸納為克利金法而非改進 OI 法的結果。

相對於簡單克利金法，OI 法的防呆機制犧牲了 50%的空間相關係數，成本太高。改善方式有二：

(一)若使用者理解測站位置對於矩陣行為影響，可以計算距離極接近的測站觀測值平均，視為位於鄰近測站重心位置的單一觀測值，避免$\|\mathbf{\Lambda}\| \sim 0$問題出現，則協變異矩陣不需要增加對角線項$\sigma^2\mathbf{I}$保持穩定。配合此方式的防呆機制，是檢核協變異矩陣的行列式值，當$\|\mathbf{\Lambda}\| < \varepsilon$時，提出警告和處理建議。

(二)針對不確定使用者，希望方法存在防呆機制，可以採用成本較低、且確定協變異矩陣反矩陣時數值穩定的$\hat{z}_0 = \mathbf{C}^{\mathrm{T}} \cdot \left[\mathbf{\Lambda} + a\sigma^2 \cdot \mathbf{I}\right] \cdot \mathbf{z}$型式，其中，$a$值為儘量接近於 0，但即使有鄰近測站$d \to 0$、$cov(d) \to \sigma^2$時仍能保證反矩陣數值穩定的數值，例如，$a = 0.01$。

2.6 各客觀分析方法理論差異

本節從克利金法的統計理論角度，評比各種客觀分析方法的差異，包括距離倒數權重法、逐步訂正法(Cressman 法、Barnes 法)、普通克利金法、最佳內插法(OI)和通用克利金法。

克利金法決定線性權重係數的兩個統計原則分別是「估計誤差變異數最小化」，和「不偏估原則」。單獨利用估計誤差變異數最小化原則，建立估計權重係數的矩陣方程式示意如(2-25)式，該式等號左邊權重係數向量$\boldsymbol{\lambda}_{n\times 1}$的係數矩陣$\mathbf{A}_{n\times n}$，是定義「測站觀測資料」和「測站觀測資料」之間關係的協變矩陣；等號右邊向量$\mathbf{B}_{n\times 1}$是定義「測站觀測資料」和「估計點未知變數值」之間關係的協變向量。

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \\ c_{03} \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \mathbf{A}_{n\times n} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{n\times 1} = \mathbf{B}_{n\times 1} \tag{2-25}$$

克利金法利用 Lagrange multipliers 結合「估計誤差變異數最小化」與「不偏估條件」，使得問題成為在滿足「不偏估條件」之下的「條件估計誤差變異數最小化」。

以下分析各客觀分析方法統計理論的異同：

1. 所有方法都有「測站觀測資料」和「估計點未知變數值」關係的定義：

   - 距離倒數權重法、逐步訂正法(Cressman 法、Barnes 法)是定義在某個範圍（影響距離）內，相關性或權重係數隨距離呈反比。這三種方法的核心函數（kernel function）為距離倒數。
   - 普通克利金法、最佳內插法(OI)和通用克利金法，「測站觀測資料」和「估計點未知變數值」的關係，是以不同測站之間觀測資料隨距離變化的數據，迴歸決定核心函數參數，通用化的推廣應用。由觀測資料決定關係選擇核心函數、並決定參數的方式，比使用者任意決定核心函數的方式合理。

2. 兩種克利金法和最佳內插法(OI)有「測站觀測資料」之間的定義，距離倒數權重法、逐步訂正法(Cressman 法、Barnes 法)則無。

   - 測站觀測資料之間關係的定義，可以反映各測站彼此是相互獨立或相依。假設(2-25)式中，測站 2 與 3 距離為 0，則(2-25)式可改寫如下：

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & c_{12} & c_{12} \\ c_{12} & \sigma^2 & \sigma^2 \\ c_{12} & \sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \\ c_{02} \end{bmatrix} \tag{2-26a}$$

   由於(2-26a)的第 2 式與第 3 式完全相同，可去除相依的第 3 式，化簡後得到：

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & c_{12} \\ c_{12} & \sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 + \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \end{bmatrix} \tag{2-26b}$$

   再假設估計點與測站 1 和測站 2 的距離相同，$c_{01} = c_{02}$，則可得到 $\lambda_1 = 0.5$ 和 $\lambda_2 + \lambda_3 = 0.5$ 的結果。

   - 以上測站 2 和測站 3 共點、變數觀測值相同的範例顯示，具有「測站之間觀測資料」關係定義的普通克利金法和通用克利金法，增加測站 3，並不影響測站 1 的權重係數，測站 2、3 的權重係數總和也未增加。

- 以上案例，只有測站 1 和測站 2 時，兩站變數的權重係數皆為 0.5；增加和測站距離為測站 3 以後，距離倒數權重法、逐步訂正法(Cressman 法、Barnes 法)的權重係數皆變為1/3，其原因是此三方法都沒有「測站之間觀測資料」關係的統計結構。

- 最佳內插法(OI)在對角線增加一個變異數，則(2-26a)式可改寫為：

$$\begin{bmatrix} 2\sigma^2 & c_{12} & c_{12} \\ c_{12} & 2\sigma^2 & \sigma^2 \\ c_{12} & \sigma^2 & 2\sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \\ c_{02} \end{bmatrix} \tag{2-27a}$$

令兩共點測站的權重係數相同，$\lambda_3 = \lambda_2$，同時$c_{01} = c_{02}$，則(2-27a)式可簡化為：

$$\begin{bmatrix} 2\sigma^2 & 2c_{12} \\ c_{12} & 3\sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{01} \end{bmatrix} \tag{2-27b}$$

由(2-27b)式可知，唯有當$c_{12} = \sigma^2$時，才能獲得$\lambda_1 = \lambda_2$的解。最佳內插法(OI)雖然不能得到正確的解，但是在反矩陣時，具有能避免數值發散的優勢。

3. 各種客觀分析法，都包含權重係數總和等於 1 的不偏估條件，但是只有通用克利金法，還可再增加諸如溫度直減率等不偏估條件，以及在第六章呈現，可整合兩種不同性質觀測，或是整合多變數迴歸方程式與空間內插的聯合克利金法。

第 3 章　客觀分析方法比較

現階段氣象局估計地表溫度場之方式，係利用氣象站之溫度及壓力觀測值（無觀測壓力值之測站則透過探空資料及該站高程估計壓力），假設於乾絕熱狀態下求取位溫，接著在一大氣壓等壓力面上選取影響半徑內之氣象站並以距離平方倒數權重方式進行格點上位溫之內插，俟求得所有格點上之位溫後，再以格點上之高程及探空資料估計地面氣壓，並於乾絕熱（Poisson 方程式）假設條件下估計地表溫度值。茲將目前氣象局估計溫度場之方法流程整理如圖 3-1 所示。

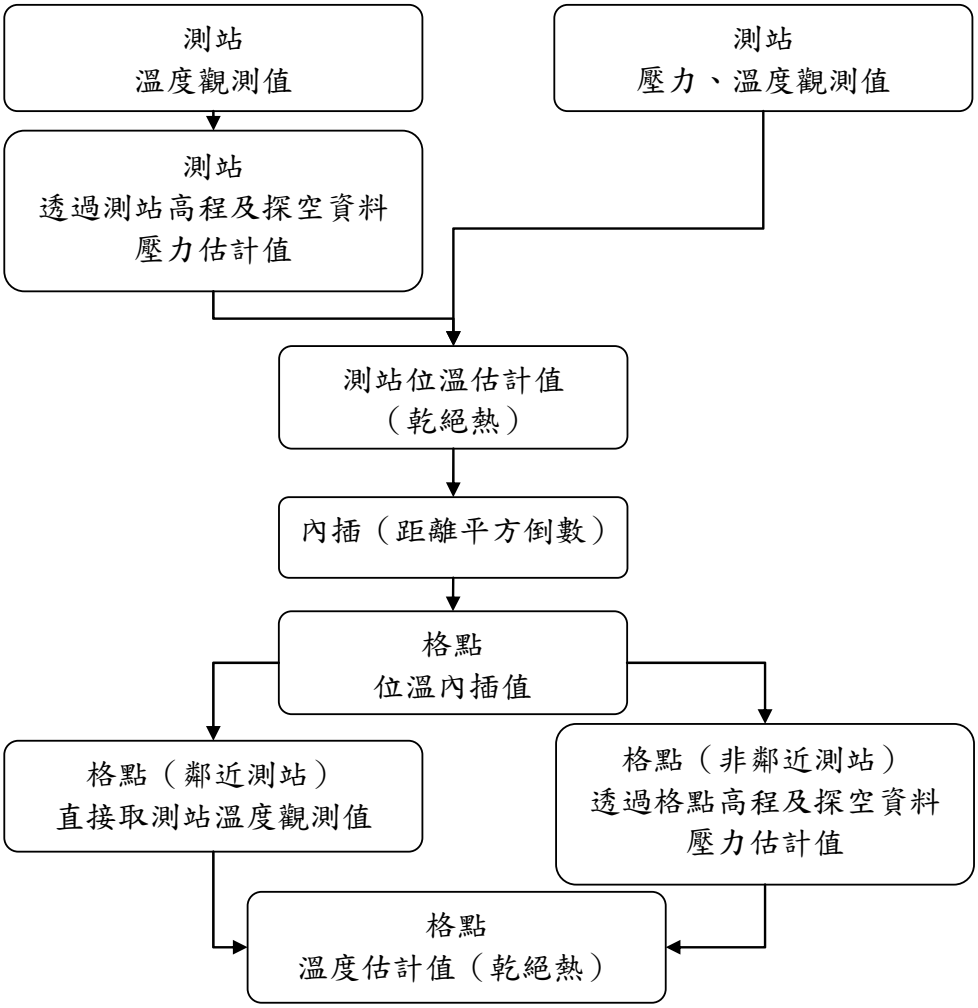


圖 3- 1　氣象局目前估計溫度場方法流程圖

為方便說明起見，本報告以下將氣象局現階段估計地表溫度場之方式稱之為「第一類型」分析法。本章的內容是以 2009 年 4 月 9 日 8 時(LST)之氣象站及探空氣球觀測資料為例，首先探討乾絕熱 Poisson 方程式的適用性；其次，定性分析第一類型分析法搭配不同客觀分析方法，包括：距離平方倒數權重法、Cressman 客觀分析法、Barnes 客觀分析法以及普通克利金法等內插方法估計高解析度地面氣象場的成果；最後，應用遮蔽測站試驗，定量評估各客觀分析法的之估計效益。

3.1 乾絕熱Poisson公式之適用性探討

採用乾絕熱 Poisson 方程式計算位溫，必須先有壓力值後才能進行估算，然而台灣地形格網上沒有壓力值且部分測站缺少壓力之觀測，所以需要知道高度與壓力間的關係，藉以估計某高度上之壓力，進而求取位溫。高度與壓力間的關係可以由兩方面取得，方法一為各氣象站高程和其觀測氣壓之關係；方法二是探空資料。為比較兩者之差異，茲將 2009 年 4 月 9 日 8 時各氣象站空間位置與氣壓觀測值及對應之探空氣球高度及壓力之關係繪於圖 3- 2 中。圖中顯示，由氣象站之觀測資料排除離群值後（壓力異常偏高或偏低之測站），獲得之高度和壓力之關係與探空資料大致相同，因此在沒有探空資料的情況下，可以使用氣象站高程及壓力觀測值進行迴歸分析，

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) - -\frac{z}{H} \tag{3-1}$$

其中，P 為高度 z 上之壓力；P_0 為海平面上之壓力（$z=0$）；H 為海拔高。

然後利用迴歸分析獲得之關係曲線來推估格點和氣象站上之氣壓值。

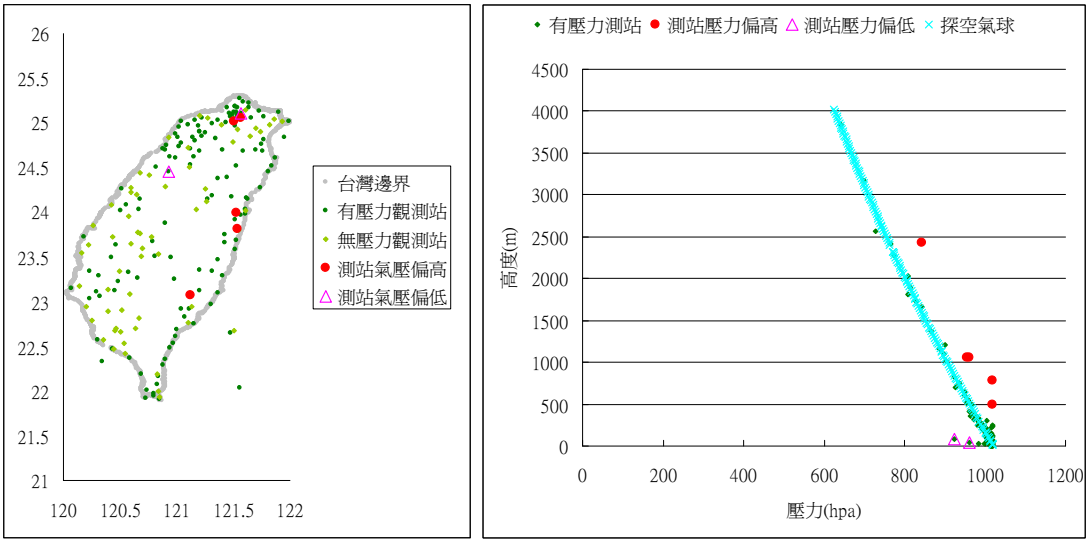


圖 3- 2　2009 年 4 月 9 日 8 時(左)各氣象站空間位置與氣壓觀測值及(右)對應之探空氣球高度及壓力之關係圖

求得氣壓與高程之關係後，以乾絕熱 Poisson 公式計算位溫，

$$\theta = T\left(\frac{1000}{p}\right)^{\frac{R_d}{C_p}} \qquad (3\text{-}2)$$

其中，θ 為位溫(絕對溫度)，T 為絕對溫度，P 為壓力(毫巴)，R_d 為乾空氣氣體常數($6.875\times10^{-2} cal/g°C$)，$C_p$ 為乾空氣之定壓比熱($0.24 cal/g°C$)。並以相同之方程式將內插之位溫反算回地表溫度。為了解假設條件與實際現象之差異，茲將測站、板橋探空氣球以及乾絕熱條件下以 Poisson 方程式推估溫度與高度之關係繪於圖 3-3，圖中紅色曲線是 Poisson 方程式，藍色曲線是板橋探空資料，當高度超過 1,500 m 時兩曲線已無法契合。

上述資料呈現結果顯示以下兩點事實：

1. 不同地面測站的壓力和海拔高度的關係，與板橋探空資料的數據符合，也與理論大氣靜水壓力方程式符合，如圖 3-2。

2. 不同高度測站的地表溫度，和板橋探空資料海拔高度－溫度數據不符

合，也和乾絕熱 Poisson 方程式的趨勢不符合，如圖 3- 3。

基於以上第 1 點，可以得知三種方式的壓力－海拔高度關係均互相符合；因此結合第 1、2 兩點，可以推得以下第 3 點：

3. 不同測站的壓力－地表溫度數據，和板橋探空資料的壓力－溫度數據不符合，也和乾絕熱 Poisson 方程式的壓力－溫度趨勢不符合。

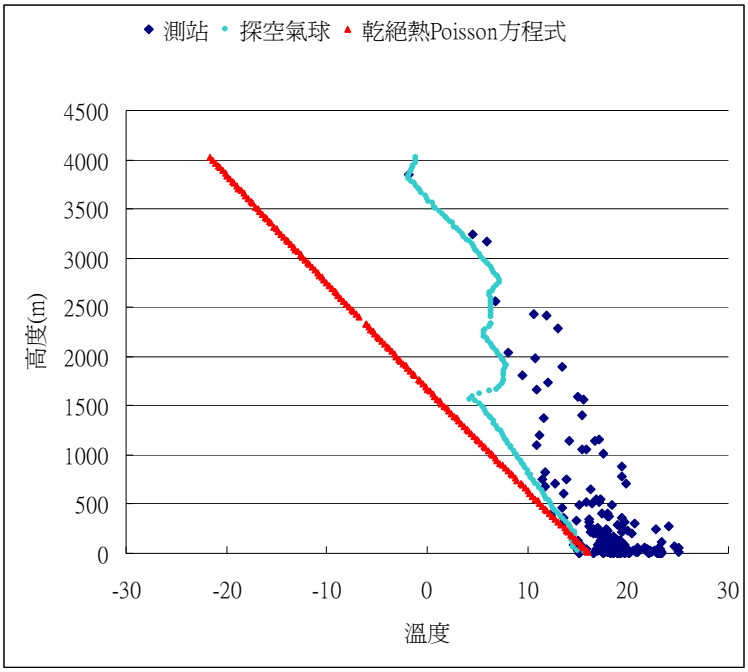


圖 3- 3　測站、探空氣球及乾絕熱 Poisson 方程式所推估之溫度與高度關係比較

以本案例觀之，壓力和高度的關係比較符合簡單函數關係；氣溫和高度的關係則否。Poisson 方程式無法反應真實大氣溫度對高度之關係，就算其可與探空氣球觀測資料吻合，亦無法以板橋上空之垂直大氣代表全台灣之大氣狀況，此外，欲求取之溫度場為地表溫度，其與同樣高程之空中溫度不同，易受土地利用方式影響，溫度變化方式較為複雜。

3.2 地表溫度場內插成果比較

使用解析度為經緯度 0.01 度、垂直解析度為 1*m* 之台灣地形網格(圖

3-4)，於第一類型 (現行氣象局計算地表溫度場) 分析法之架構下，更替其中內插方法，推估 2009 年 4 月 9 日 08:00 地表溫度場，推估結果如圖 3-5 所示。定性觀之，圖 3-5 各子圖的溫度分佈大致相同，均明顯依地形高低起伏變化。

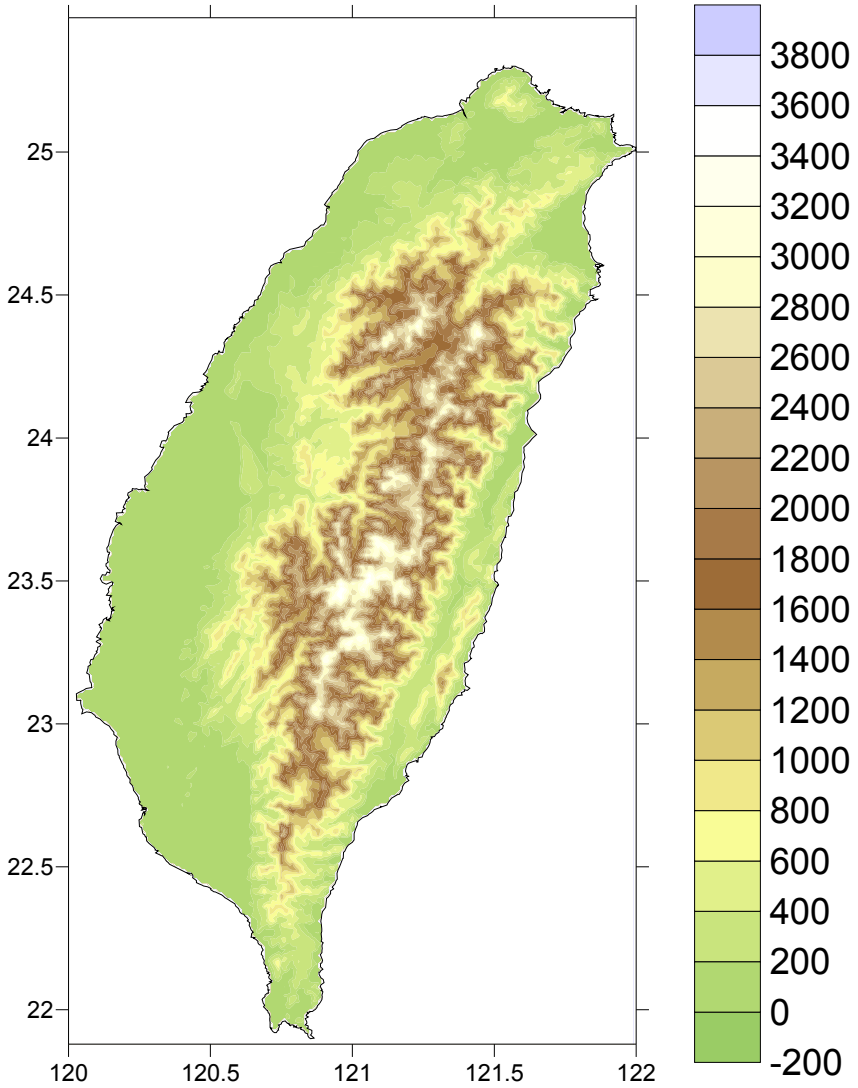
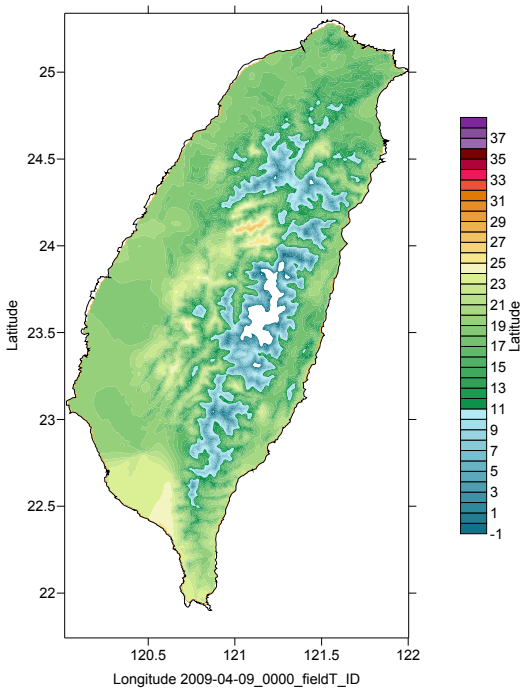
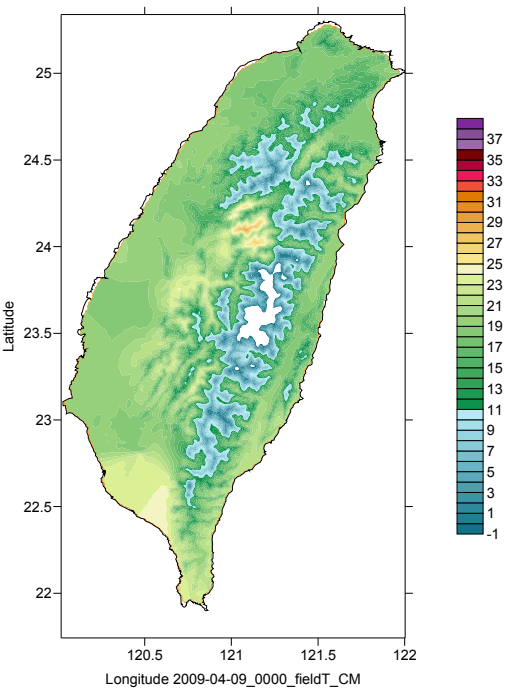


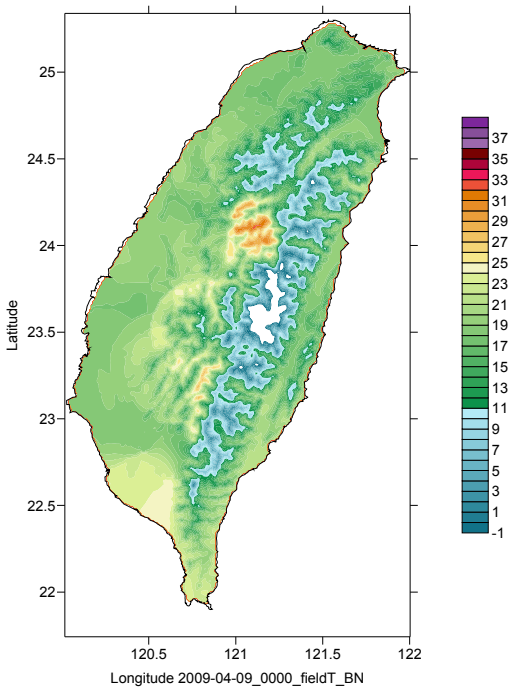
圖 3- 4　台灣地形圖



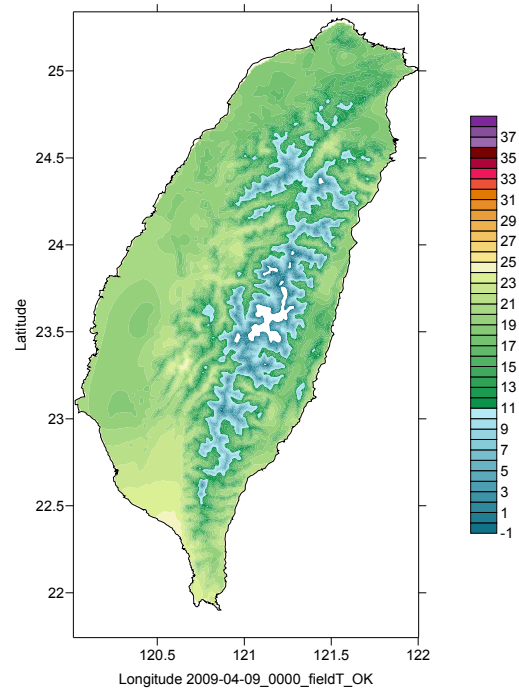
(a)距離平方倒數權重法



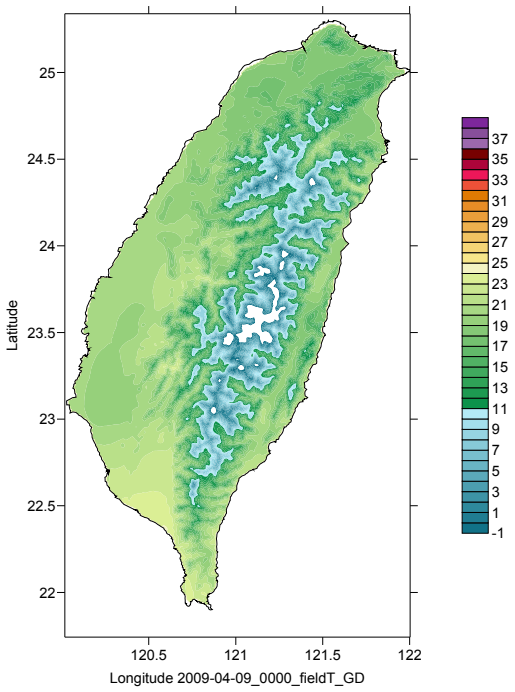
(b) Cressman 分析法



(C) Barnes 分析法



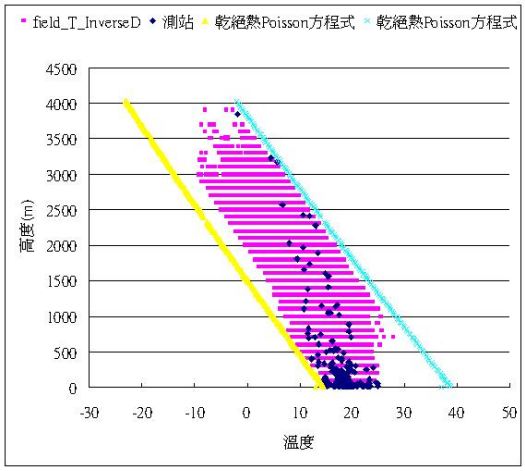
(d)普通克利金法



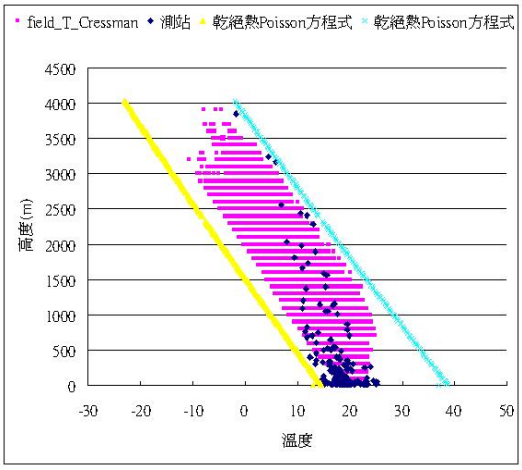
(e)最佳內插法

圖 3- 5　2009 年 4 月 9 日 8 時應用不同客觀分析方法推估地表溫度場比較

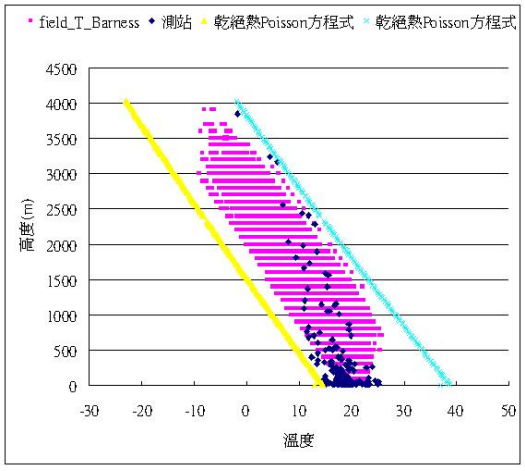
為突顯內插成果之差異，將地表溫度場以及測站上之溫度對高度關係繪出如圖 3-6 所示。不同客觀分析中的格點分佈存在些微之差異，其中以最佳內插法之溫度分佈範圍會較為集中，內插後的溫度值會較接近平均值。但無論使用何種內插法，不同高度上之格點溫度估計值均超出測站觀測到之溫度範圍甚多，尤以高度愈高之格點，其估計值普遍遠低於測站所能觀測到之最低溫度，而位於中低高度之格點，則有部分估計值超過測站觀測到之最高溫度，估計值超過觀測值值域範圍的現象，非客觀分析中所樂見。若將乾絕熱公式包絡格點之分佈範圍，則可明顯發現溫度估計值隨高度的走勢與 Poisson 方程式一致，此現象反應出於 1 atm 等壓力面完成位溫之內插後利用 Poisson 方程式回推地表溫度之結果，因此可以合理推論：當使用平地測站估計高山上格點之溫度時，將會產生低估之情形；反之，當使用高山測站估算谷地格點上之溫度時，則會發生高估，又因全台以平地測站居多，故發生高山格點低估的機會較谷地格點高估之現象為多。



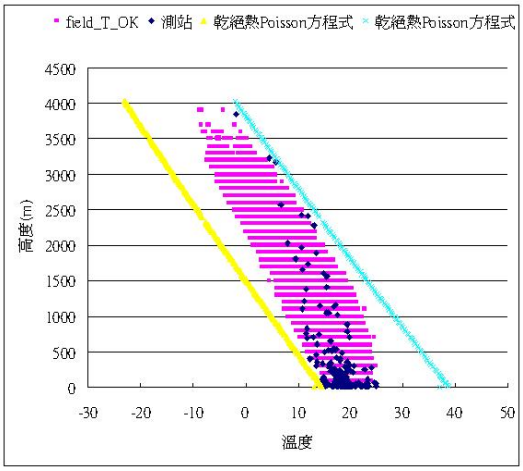
(a) 距離平方倒數權重法



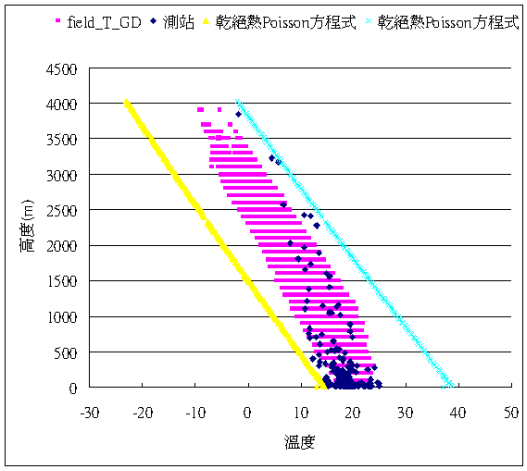
(b) Cressman 分析法



(c)Barnes 分析法



(d)普通克利金法



(e)最佳內插法

圖 3- 6　利用乾絕熱公式計算 2009 年 4 月 9 日 8 時地表溫度場（洋紅色點）及測站地表溫度（藍色點）對高度關係圖

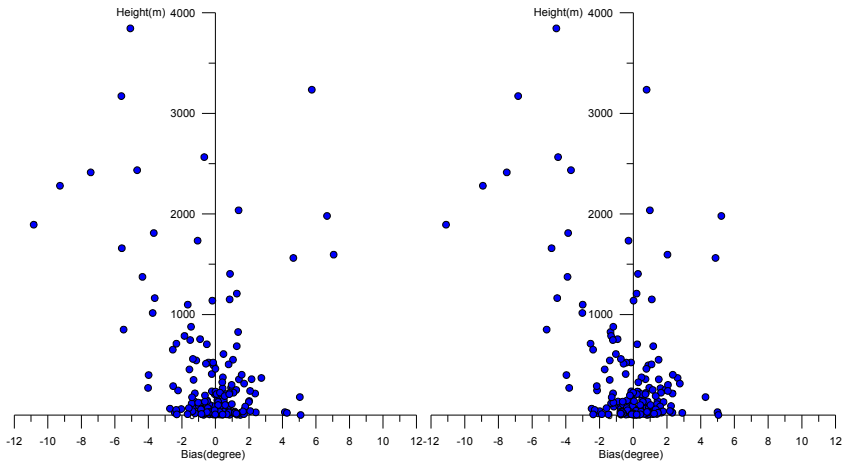
3.3 測站上觀測值與估計值比較

因地表溫度觀測資料有限，於比較各客觀分析方法時，並沒有真實溫度場可供比對檢驗，所以採遮蔽測站之方式，先將某一觀測站剔除後，利用剩餘測站之觀測值計算該剔除測站位置上之估計值。若對於各測站皆以前述方式進行運算，則於各測站位置上皆可得一估計值與既有之觀測值，定義差值δ為估計值減去觀測值，估計得各客觀分析方法之δ均方根*RMS*(203 個測站的平均)如表 3-1 所示。

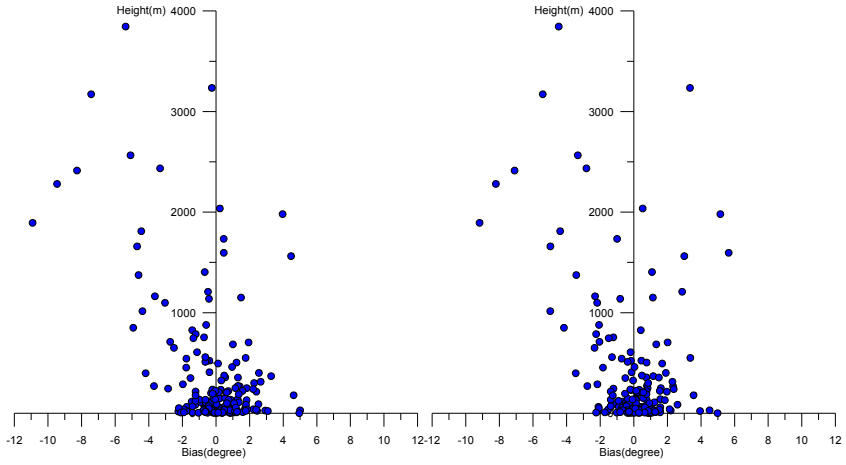
表 3- 1　2009 年 4 月 9 日 8 時不同客觀分析方法估計測站溫度之誤差均方根比較

評估指標	距離平方倒數	Cressman	Barnes	普通克利金
Maxδ	5.78	5.22	5.01	5.36
Minδ	-10.84	-11.11	-10.91	-8.74
RMS(℃)	1.99	2.08	2.15	1.82

由*RMS*的表現可以了解，利用乾絕熱公式求取位溫後，於一大氣壓等壓力面上進行客觀分析時，各內插方法的*RMS*差異不大，其值大約為 2℃，其中，以普通克利金法之表現較佳，且其δ之正負偏離範圍亦最小。但是各個內插方式之δ最小值均較最大值偏離更多，顯示其發生低估的情形可能較為嚴重。為了解偏差直δ之分佈情形，將差值δ對高度作圖，得到各客觀分析中偏差對高度之關係圖如 3-7 所示。由圖 3-7 可以看出使用乾絕熱公式時，於高程較高的測站上，其溫度估計值大部份會有偏低的情形發生；然而，於高程較低的測站上，其估計值偏差δ正負分佈較為平均。



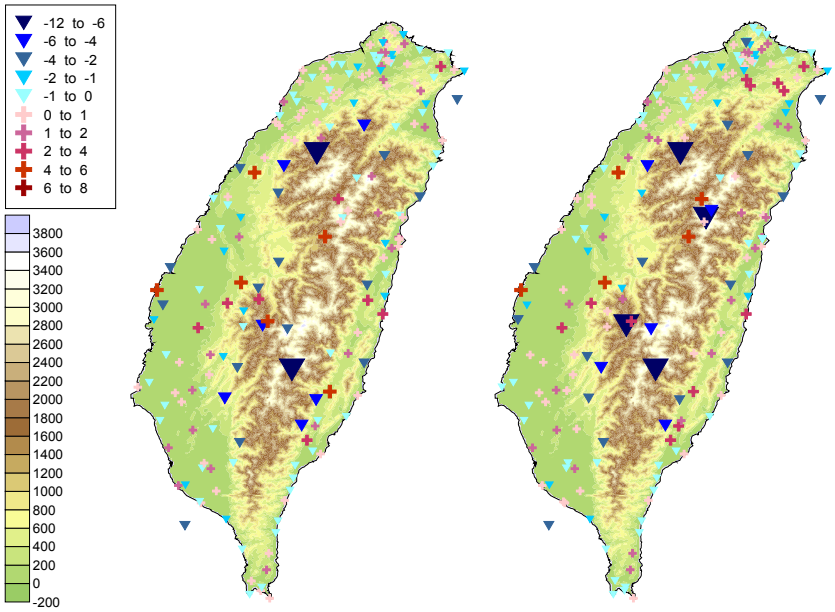
(a) 距離平方倒數權重法　　(b)Cressman 分析法



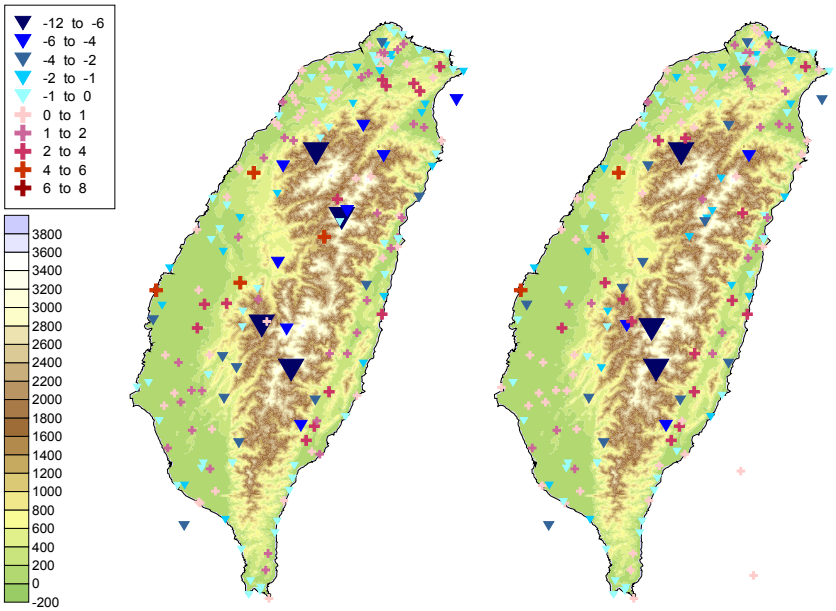
(c)Barnes 分析法　　(d)普通克利金法

圖 3- 7　2009 年 4 月 9 日 8 時各客觀分析方法之偏差對高度關係圖

圖 3- 8 所示為δ之平面分佈情形，由圖中可以看出高山測站及地勢相對高處普遍有溫度低估的情況，而地勢相對較低之谷地則會有高估的情形發生。



(a) 距離平方倒數權重法　(b)Cressman 分析法



(c)Barnes 分析法　　(d)普通克利金法

圖 3- 8　2009 年 4 月 9 日 8 時估計值偏差δ正負分佈平面圖

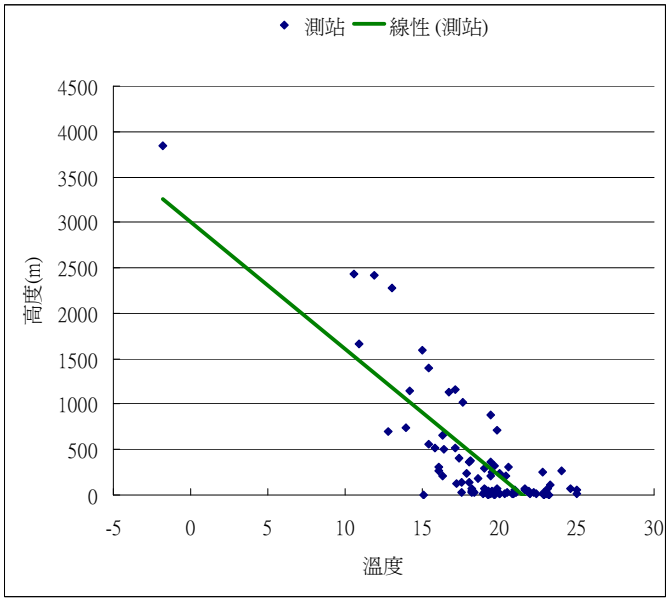
藉由遮蔽測站之試驗可再次突顯引入 Poisson 方程式後，進行客觀分析時所會遭遇之問題，然而為了避免溫度場中所含之趨勢造成內插時之偏差，仍然有其他方法可以替代，下節將介紹含有含溫度隨高度及緯度變化趨勢之通用克利金法，並將其結果與其他客觀分析方法比較。

第 4 章 應用通用克利金法

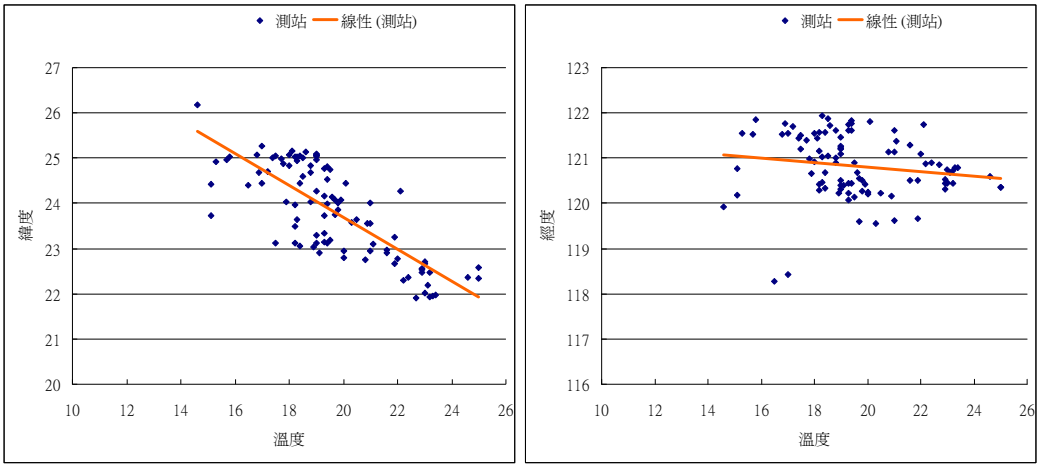
第 3 章中，本研究以 2009 年 4 月 9 日 8 時之氣象站及探空氣球觀測資料為例，說明氣象局現階段估計地面氣象站(亦即第一類型)分析法引入乾絕熱 Poisson 方程式的問題。本章節中，將應用通用克利金法，使用同時間的資料，遵循與第 3 章相同的步驟重新分析，證實應用通用克利金法相較於第一類型分析法有更佳的估計效果。

4.1 適用於估計台灣地區溫度場之通用克利金模式

首先為了解溫度場中可能之趨勢，茲取緯度介於北緯 23～24 度間之測站（包含玉山站），繪出高度對溫度之關係圖，另取高度低於 100 m 之測站，繪出緯度對溫度及經度對溫度之關係圖如 4-1 所示。



(a)



(b) (c)

圖 4- 1　2009 年 4 月 9 日 8 時(a)北緯 23~24 度間之測站高度對溫度關係圖(b)高度低於 100m 之測站緯度對溫度之關係圖(c)高度低於 100 m 之測站經度對溫度之關係圖

由圖 4-1 可以確認地表溫度場中，存在溫度隨高度遞減及溫度隨緯度遞減之兩大趨勢，在經度方向上之溫度趨勢變化則不甚明顯，因此本計畫假設溫度場符合以下趨勢函數，並令位置向量為 $\mathbf{u}=(x,y,h)$ 。

$$E[T(\mathbf{u})]=\beta_0+\beta_y\cdot y+\beta_h\cdot h \tag{4-1}$$

其中，β_0 為 $(y,h)=(0,0)$ 時之平均溫度，β_h 為垂直方向上溫度之遞減率，β_k 為緯度方向上溫度之遞減率。估計的矩陣方程式如下：

$$\begin{pmatrix} cov(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_1) & \cdots & cov(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_n) & 1 & h_1 & y_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ cov(\mathbf{u}_n,\mathbf{u}_1) & \cdots & cov(\mathbf{u}_n,\mathbf{u}_n) & 1 & h_n & y_n \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & \cdots & h_n & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & \cdots & y_n & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cov(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_0) \\ \vdots \\ cov(\mathbf{u}_n,\mathbf{u}_0) \\ 1 \\ h \\ y \end{pmatrix} \tag{4-2}$$

為求取矩陣方程式中之協變異數，需建立包含高度及緯度線性趨勢的溫度半變異圖：

$$\gamma\left(\mathbf{u}_i,\mathbf{u}_j\right)\Big|\beta_h,\beta_y = \frac{1}{2}E\left[\left\{T\left(\mathbf{u}_i\right)-\overline{T}\left(\mathbf{u}_i\right)\right\}-\left\{T\left(\mathbf{u}_j\right)-\overline{T}\left(\mathbf{u}_j\right)\right\}\right]^2$$
$$= \frac{1}{2}E\left[\left\{T_i-\left(\beta_0+\beta_h h_i+\beta_y y_i\right)\right\}-\left\{T_j-\left(\beta_0+\beta_h h_j+\beta_y y_j\right)\right\}\right]^2$$
$$= \frac{1}{2}\left[\Delta T-\beta_h\cdot\Delta h-\beta_y\cdot\Delta y\right]^2$$

(4-3)

假設在相同水平面的氣溫變數為等向（isotropic），且具有二階定常性（2nd order stationarity），即：$\sigma_i^2=\sigma_j^2$和$\boldsymbol{cov}\left(\vec{u}_i,\vec{u}_j\right)=\boldsymbol{cov}\left(d_{ij}\right)$，其中$d_{ij}$，是兩個測站的水平距離（或平均海平面距離），則半變異圖可以表示為：

$$\gamma\left(\mathbf{u}_i,\mathbf{u}_j\right)\Big|\beta_h,\beta_y = \sigma^2-\boldsymbol{cov}\left(d_{ij}\right)\Big|\beta_h,\beta_y \qquad (4\text{-}4)$$

若假設相同水平面的氣溫的空間協變異圖為包含金塊效應的指數型協變異圖，則上式改寫為：

$$\gamma\left(\mathbf{u}_i,\mathbf{u}_j\right)\Big|\beta_h,\beta_y = Ngt+\left(\sigma^2-Ngt\right)\left[1-\boldsymbol{exp}\left(-d_{ij}/L\right)\right] \qquad (4\text{-}5)$$

利用各個測站不同高度的溫度資料，估計上式中的溫度隨緯度遞減率β_y、溫度隨高度遞減率β_h，相同緯度、相同高度溫度資料的金塊效應Ngt，相同緯度、相同高度溫度資料的半變異數σ^2，和積分距離L。求得各待定係數後，即可計算協變異數如下所示：

$$\boldsymbol{cov}(\mathbf{u}_i,\mathbf{u}_j)\Big|\beta_h,\beta_y = \sigma^2-\gamma(\mathbf{u}_i,\mathbf{u}_j)\Big|\beta_h,\beta_y \qquad (4\text{-}6)$$

將上式帶入矩陣方程式中，即可求出權重係數λ_i之值並解得格點上溫度估計值$\hat{T}(\vec{u})$。

4.2 使用通用克利金法之地表溫度場內插成果

圖 4-2 所示為應用 2009 年 4 月 9 日 8 時資料所估計得的半變異圖，其

中，最佳化參數值 $\beta_h = -4.69\,^{\circ}C/km$ ； $\beta_y = -1.20\,^{\circ}C/\mathbf{deg}.$ ； $L = 0.138\,\mathbf{deg}.$ ； $\sigma^2 = 2.72(^{\circ}C)^2$。應用前述包含高度及緯度趨勢之通用克利金法估計地表溫度場，所得結果如圖 4-3 所示。內插後之溫度場相較於前章之其他客觀分析方法成果而言較為平滑，區域性地形變化對於溫度之影響較不明顯。

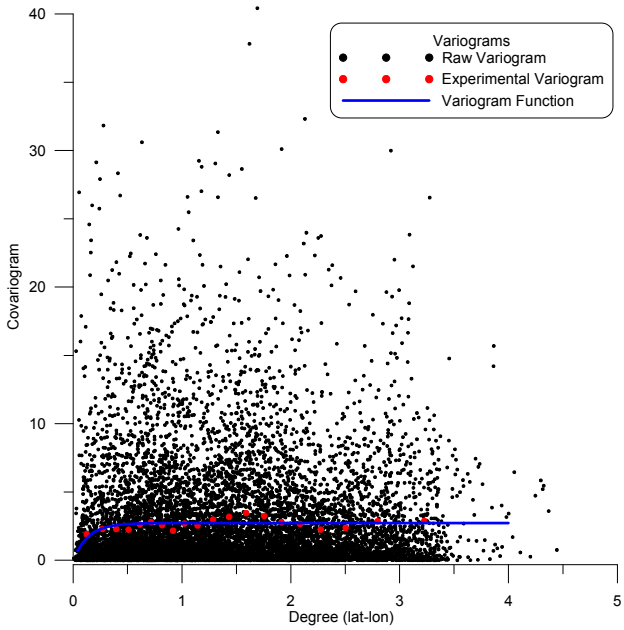


圖 4- 2　2009 年 4 月 9 日 8 時通用克利金法半變異圖

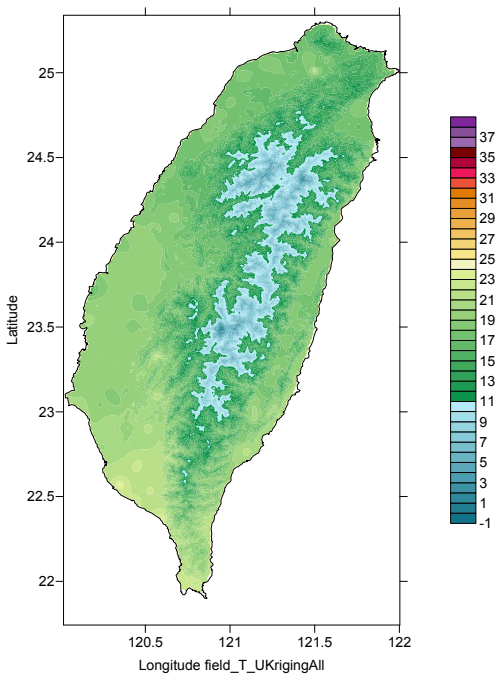


圖 4- 3　2009 年 4 月 9 日 8 時通用克利金法估計地表溫度場結果

為突顯通用克利金法之特性，茲將地表溫度場以及測站上之溫度對高度關係繪出如圖 4-4。檢視上圖中格點上溫度估計值對高度之分佈，其與測站觀測值之分佈範圍相當契合，對於內插方法而言此現象較為合理，因為當估計值超出觀測值之範圍時，為一般所稱外延或外插，然而，當所估計之格點均位於台灣本島內部時，應不會發生外延或外插的情形。

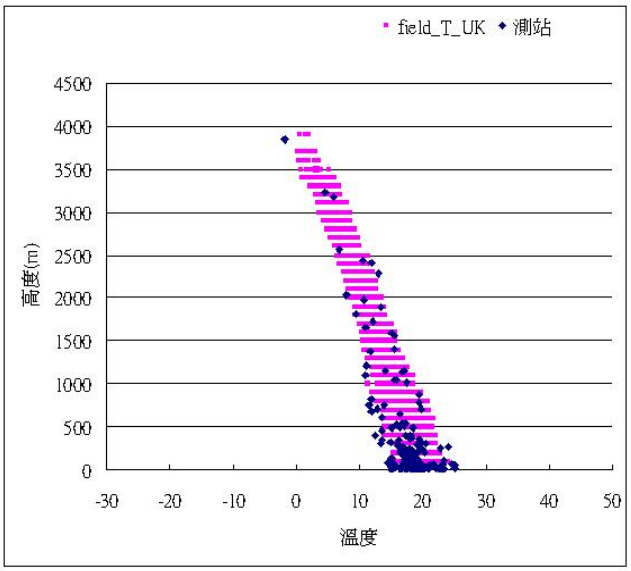


圖 4- 4　溫度場格點及測站上之溫度對高度關係圖

4.3 使用通用克利金法之測站上觀測值與估計值比較

為確實了解通用克利金法估計溫度時之表現，茲同樣進行遮蔽測站試驗，藉由比較測站位置上之估計值與觀測值，來評估應用通用克利金法時可能產生之誤差。因此，仍定義差值δ為估計值減去觀測值，並求出每一個測站之溫度估計值後，利用 203 個測站上之δ計算*RMS*之值，得到：

$$\max(\delta) = 6.12°$$

$$\min(\delta) = -5.68°$$

$$RMS = 1.58°$$

相較其他內插方法，通用克利金法在*RMS*的表現上較佳，大約將誤差降

低了 20%，而其最大及最低偏差之差距亦較小。接著將δ對高度作圖，所得結果如圖 4-5。不同高度上δ的分布情況相當平均，並無往正值或負值集中的情形，惟其中最高點（玉山站）上之偏差較大，其原因可能為在計算玉山站之估計值時，所使用之其他 202 個測站均比玉山站低，因此該估計值係由外插求得，所以估計誤差會較大。若將測站位置標示於台灣地形圖中，藉由不同標記大小可觀察δ之平面分佈情形如圖 4-6。

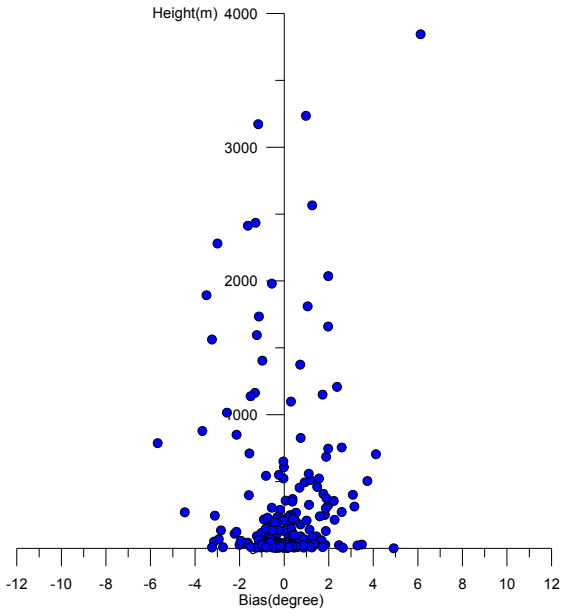


圖 4- 5　通用克利金法之偏差對高度關係圖

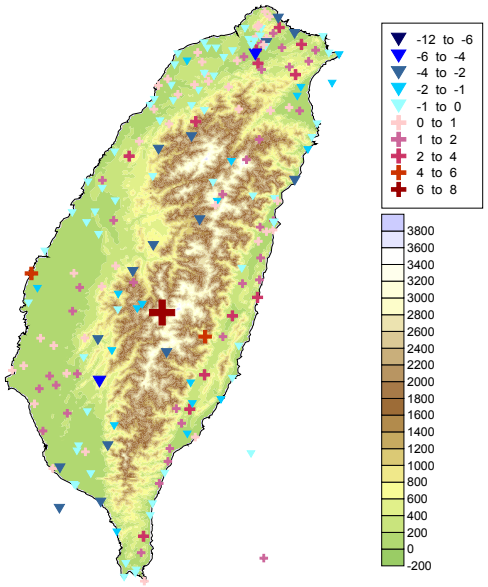
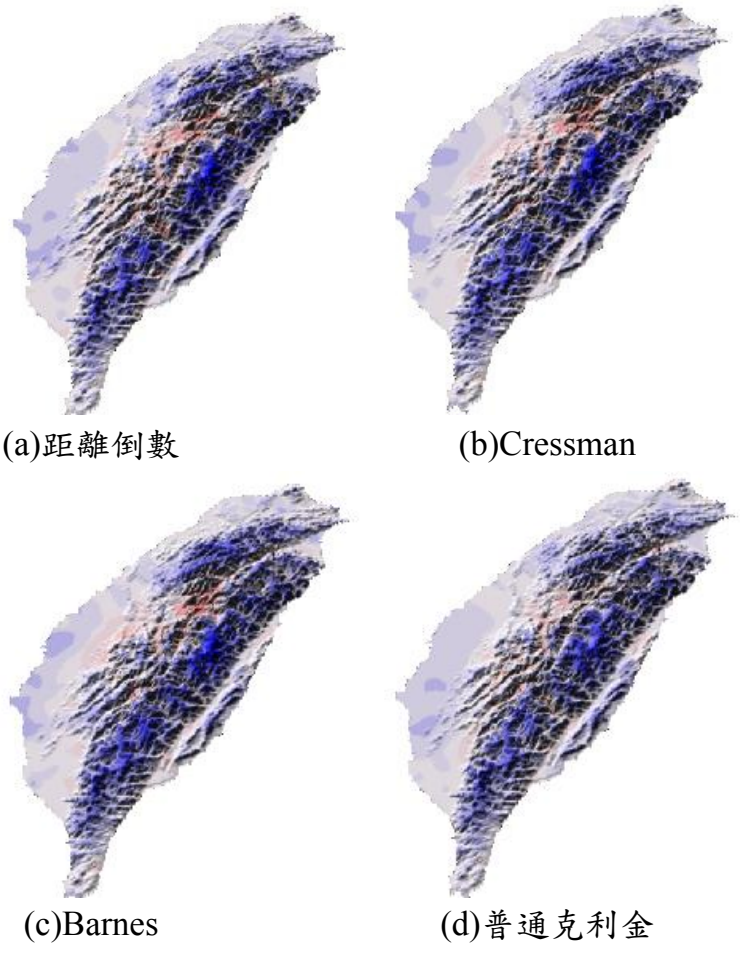


圖 4- 6　通用克利金法之估計值偏差δ正負分佈平面圖

由於通用克利金法並無使用乾絕熱公式轉換溫度與位溫，估計值偏差的正負大小主要受到影響範圍內測站數量的影響，周圍測站數分佈稀少的測站，出現的偏估將較為顯著。

但整體而言，通用克利金法較能反映觀測資料特性，於溫度場存在隨高度及緯度變化之趨勢時，以不偏估為條件進行內插計算。因此，為進一步了解其它客觀分析方法偏差值於全域空間中分佈之情形，茲假定以通用克利金法之內插成果為真值，將其他內插方法逐一與其相減，計算出差值場後再與台灣立體地形套配，所得結果如圖 4-7。由圖中可以看出溫度估計值低估的位置主要發生於高山，而溫度高估的區域則主要位於谷地或地形相對低處，此現象再次印證使用 Poisson 方程式時會面臨之困難。



(a)距離倒數　(b)Cressman

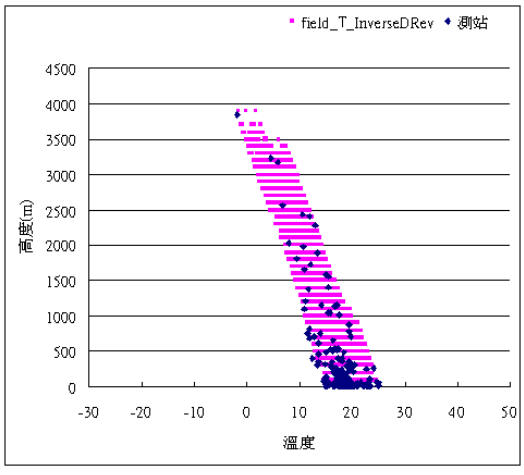
(c)Barnes　(d)普通克利金

圖 4- 7　四種客觀分析方法與通用克利金法估計差值場分布立體圖

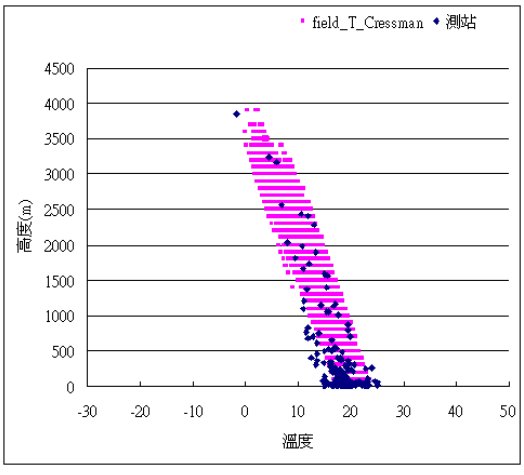
第 5 章　第一類型方法改進

本研究比較兩類空間內插方法，第一類方法是利用乾絕熱遞減率公式，將不同高度的測站溫度轉換為位溫，再採用距離平方倒數權重法、Cressman 客觀分析法、Barnes 客觀分析法或是普通克利金法，在等壓面的二維空間內插估計各網格點位溫，再利用乾絕熱遞減率公式將位溫轉換為網格點地表溫度。第二類方法，是使用可以將地表溫度隨高度、緯度等空間變化趨勢納入不偏估條件，直接以所有三維空間測站地表溫度，內插估計任意高度網格地表溫度的通用克利金法。

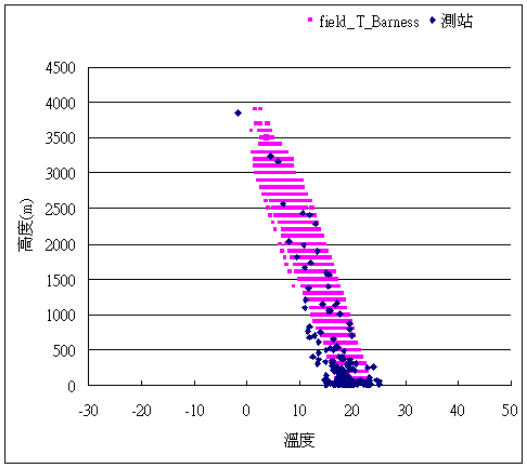
研究中發現去除海拔高度和緯度趨勢後半變異圖的積分長度數值很小，約僅為 0.05 經緯度，表示測站地表溫度的空間相關性很低，接近迴歸後資料殘差值彼此不相關的要求。為避免乾絕熱遞減率數值過大造成估計問題，本研究另嘗試以測站地表溫度以(4-1)式直接線性迴歸，估計高度遞減率和緯度遞減率趨勢。利用迴歸求得係數 β_0 、β_y 及 β_h ，每站地表溫度先扣除其緯度與高度趨勢，將殘差值內插到網格點後再加上網格點的緯度與海拔高度趨勢值，得到地表溫度推估值。



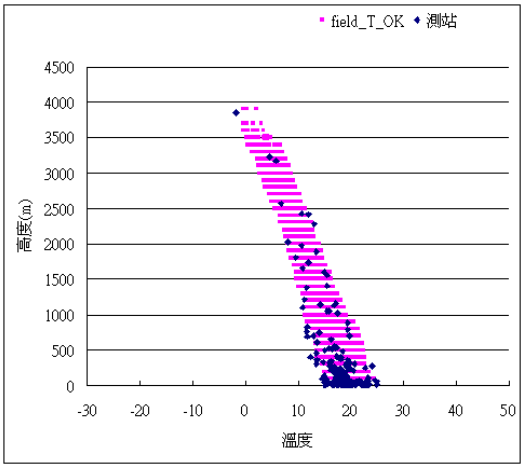
(a)距離平方倒數權重法



(b)Cressman 分析法



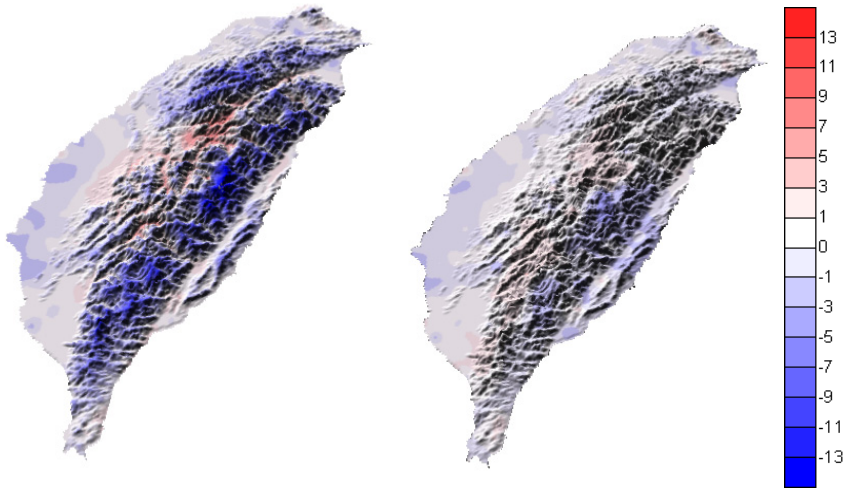
(c)Barnes 分析法



(d)普通克利金法

圖 5- 1　利用(4-1)式溫度趨勢的測站地表溫度和推估網格點地表溫度對高度的關係圖

圖 5- 2為使用乾絕熱遞減率，和使用測站地表溫度線性迴歸趨勢，兩種轉換方法結合Cressman客觀分析法的估計場，再計算兩者與本研究通用克利金法估計場的差值分布立體圖。



(a) 乾絕熱公式　　(b)線性迴歸趨勢

圖 5- 2　使用(a)乾絕熱遞減率和(b)測站地表溫度線性迴歸法趨勢，兩種轉換方法結合 Cressman 客觀分析法。其次再計算兩者分別與通用克利金法估計場的差值分布立體圖。

比較圖 3-6、圖 4-4 和圖 5-1，以及圖 5- 2(a)和圖 5- 2(b)，可以看出，使用去除迴歸趨勢法估計的地表溫度場，比利用乾絕熱遞減率轉換關係的結果，較為接近本研究的通用克利金法的推估結果。

利用線性迴歸趨勢作為溫度轉換關係，可以改進第一類型方法的估計，除了普通克利金法外，其餘三種方法都仍存在影響空間內插的因素，包括：兩相鄰測站代表單一訊息，權重卻加倍的問題；以及權重函數隨距離變化的差異影響。圖 5- 3為三種方法權重係數隨距離變化的相對關係圖，紅線為Barnes法，藍線為距離平方倒數，黑線為Cressman法。由圖 5- 3可知，權重函數與參數的選擇，將影響不同距離測站權重分配之大小，距離平方倒數權重法給予鄰近測站權重甚大，其隨影響半徑增大而平滑化之現象較不明顯；Cressman分析法權重隨距離變化於接近影響半徑時才明顯下降，其隨影響半徑增大而平滑現象屬於中等；而Barnes分析法之權重隨距離衰減程度則相當緩慢，於增加影響半徑所致之平滑現象最為嚴重。

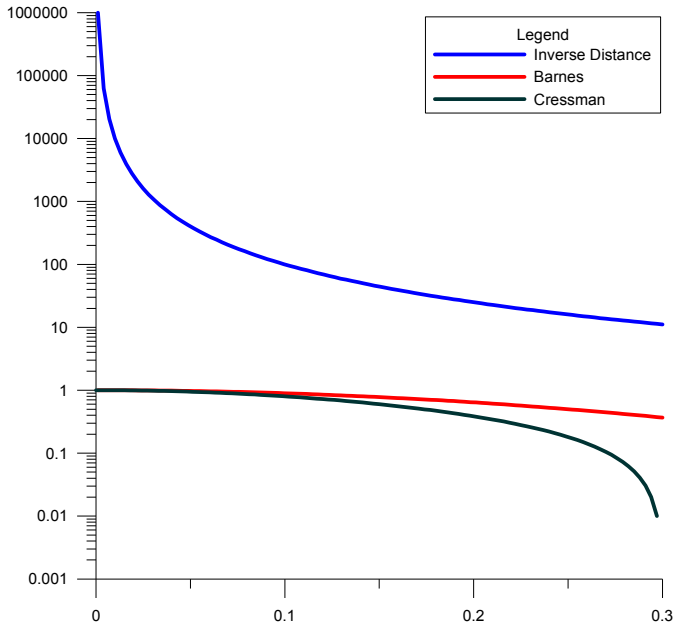


圖 5- 3　權重隨距離變化相對關係圖，紅線為 Barnes 法，藍線為距離平方倒數權重法，黑線為 Cressman 法

第 6 章 應用克利金法建立網格地面真實值和統計後處理模型之可行性

本章分為兩節，6.1 節探討應用克利金法建立網格地面真實值的可行性，探討的方式，是蒐集應用聯合克利金法整合雷達和地面觀測估計降水的代表性文獻，利用觀測系統實驗(observing system experiment， 簡稱 OSE)概念，設計白噪音誤差、加法性誤差、乘法性誤差、隨雷達距離線性變化誤差以及組合誤差等，檢驗不同聯合克利金法整合策略的估計效果。此部分乃彙整李天浩、林忠義過去的研究成果，投稿「中國土木水利工程學刊」並已獲接受，可供後續引用參考，該文在撰寫時，即著眼於未來實際應用於建立網格化地面降水真實值的目標，論文內容整理為附錄 C。

6.2 節探討應用克利金法建立統計後處理模型的可行性。首先說明 MOS 法和 PP 法的模型概念，和「先推估後內插法」或「先內插後推估法」兩種二步驟預報方法的模型概念。其次說明利用通用化半變異圖，將二步驟方法簡化為單步驟克利金法統計後處理模型的數學概念，並檢討其可行性。本節之目的不在於比較單步驟克利金法和 MOS、PP 兩步驟方法預報的優劣(必須透過實際建置方能有效評估)，而在於闡釋克利金法如何利用數值天氣預報模式輸出變數，直接估計高解析度地面網格點的方式。

6.1 聯合克利金法整合雷達和雨量站降水估計之可行性

本報告第一章到第五章，呈現應用通用克利金法於估計隨地面高程和緯度變化的地面溫度時，基於(1)個案觀測數據、可以因應測站密度不一、通用化相關係數隨距離指數遞減的空間關係；(2)採用合於物理條件和基於個案觀測資料的不偏估條件，而不需要假設特定溫度直減率(lapse rate)；(3)結合最小均方誤差原則和不偏估條件，導出合理的權重係數矩陣方程式等三個數理統計理由，其可靠度勝過其他內插方法；是在現有作業化地面觀測站條件

下，最能勝任建立統計後處理模型網格化地面真實值(Ground Truth，簡稱GT)的內插方法。除了局部雲系遮蔽日照、降水影響土壤水分外，地面溫度主要是由「綜觀尺度」天氣系統和「土地利用」(包含灌溉影響)所決定，前者的尺度遠大於數值天氣預報模式的網格解析度(例如 15 公里)；在台灣後者的異質尺度則往往小於統計後處理的目標網格解析度(例如 1 公里)。空間內插地面溫度時，台灣本島的地面測站密度，可充分解析綜觀尺度的梯度，但不足以呈現土地利用和土壤水分的空間異質變化；然而，因為溫度的局部擾動幅度通常甚小，同時透過水平風和在大氣邊界層內小規模垂直對流頻繁的熱交換，擾動量通常可予以忽略不計；僅在跨越局部降水區域、高比熱(高土壤水分)和低比熱邊界的差異可能較大。這部分溫度差異，已經超過統計內插方法可以處理的範疇，如無觀測站可以代表其差異，則需要比內插方法更能結合「土地利用資料密集化」與物理化的「不偏估條件」，配合統計最佳化權重，才能進一步改善。能整合「土地利用資料密集化」與物理化不偏估條件的最佳化內插方法，也非克利金法莫屬。

台灣的副熱帶、熱帶氣候和陡峻地形，使得降水空間分佈的中尺度訊號主控，即使台灣本島有世界上密度最高的雨量站系統，在山區仍難掌握集水區尺度強降水的空間分佈，不能滿足洪水演算的精度要求，例如莫拉克颱風在曾文水庫集水區的入庫流量為雨量站估計降雨量體積比為 1.47 的不合理現象。利用雷達觀測估計降水強度，存在有回波強度轉換為降水強度的不確定性、大氣中不正常傳遞、地形回波與遮蔽效應、以及隨掃描距離遞增觀測體積內雨滴分佈異質性導致的偏估量和不確定性等問題。在現有作業化觀測系統中，估計降水空間分佈的最佳策略，是整合雷達和雨量站觀測。

由於聯合克利金法的彈性，因此在過去二十多年內已經成為整合雷達和雨量站觀測的主流方法。研究發展至今已衍生出多種類型，包含普通聯合克利金法(Ordinary Co-Kriging)、通用聯合克利金法(Universal Co-Kriging)和析取聯合克利金法(Disjunctive Co-Kriging)等。本節介紹普通聯合克利金法和通用克利金法的主要概念，說明其整合地面測站觀測資料、雷達觀測和模式資

料的統計方法。普通聯合克利金法和通用聯合克利金法最主要的差異，是前者將每個變數都視為是隨機變數，後者則是將需要內插估計的變數視為是隨機變數，其他變數都當作是趨勢變數，或是迴歸模式估計內插變數的影響變數。析取聯合克利金法是將非常態變數轉換為常態變數的特殊作法，同時 Seo 等人(1990a,b) [C5,C6]認為，相對於普通聯合克利金法並沒有明顯的優勢，故不討論。方法詳情和設計 OSE 試驗檢驗各方法的結果，請參閱附錄 C：評估四種聯合克利金法整合雷達和雨量站觀測估計降雨空間分佈的誤差特性。

1. 普通聯合克利金法

假設 $Z(\mathbf{u})$ 為地面降水強度值，地面站降水強度 $G(\mathbf{u})$ 為 $Z(\mathbf{u})$ 的觀測值，$\mathbf{u}=(x,y,h)$ 代表水平位置向量。估計 $Z(\mathbf{u})$ 時，除了地面測站觀測值 G_i 外，還可以使用網格化的雷達遙測值 R_j，和數值天氣預報模式輸出值 M_k 等不同觀測或模式值，最佳化權重估計。線性權重組合的估計式為：

$$\hat{Z}(\mathbf{u})=\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}\cdot G_i+\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}\cdot R_j+\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}\cdot M_k \qquad (6\text{-}1)$$

其中，N_G 為使用的地面測站數，λ_{Gi}、λ_{Rj}、λ_{Mk} 為待定的權重係數。當 R、M 和 Z 的關係分別為 $R_j=a+\beta_R Z_j+\beta_r r_j+\varepsilon_{Rj}$、$M_k=b+\beta_M Z_k+\varepsilon_{Mk}$ 時，其中 a、b、β_R、β_M 為雷達遙測、模式輸出和降水的線性趨勢常數係數，β_r 為雷達遙測隨半徑線性變化的趨勢函數，ε_{Rj} 和 ε_{Mk} 分別為趨勢函數所不能解釋、假設為常態分布的殘差項，$\varepsilon_{Rj}\propto N\left(0,\sigma_R^2\right)$、$\varepsilon_{Mj}\propto N\left(0,\sigma_M^2\right)$。假設 $Z(\vec{u})$ 隨高程變化的趨勢為：$E\left[Z(\vec{u})\right]=\beta_0+\beta_{h1}\cdot h+\beta_{h2}\cdot h^2$，對(6-1)式取期望值可導出不偏估條件為：

$$
\begin{aligned}
E\left[Z(\bar{u}_0)\right] &= \beta_0 + \beta_{h1}h_0 + \beta_{h2}h_0^2 \\
&= \sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}\left(\beta_0 + \beta_{h1}h_i + \beta_{h2}h_i^2\right) + \sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}\left[b + \beta_M\left(\beta_0 + \beta_{h1}h_k + \beta_{h2}h_k^2\right)\right] \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}\left[a + \beta_R\left(\beta_0 + \beta_{h1}h_j + \beta_{h2}h_j^2\right) + \beta_r r_j\right]
\end{aligned}
\tag{6-2}
$$

上式可以重組、改寫為：

$$
\begin{aligned}
&a\left(\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}\right) + b\left(\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}\right) + b\beta_0\left[\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}\right) + \beta_R\left(\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}\right) + \beta_M\left(\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}\right) - 1\right] \\
&+\beta_{h1}\left[\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}h_i\right) + \beta_R\left(\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}h_j\right) + \beta_M\left(\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}h_k\right) - h_0\right] \\
&+\beta_{h2}\left[\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}h_i^2\right) + \beta_R\left(\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}h_j^2\right) + \beta_M\left(\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}h_k^2\right) - h_0^2\right] \\
&+\beta_r\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}r_j = 0
\end{aligned}
\tag{6-3}
$$

若待定權重係數λ_{Gi}、λ_{Rj}、λ_{Mk}滿足以下各方程式，則無論未知係數a、b、β_R、β_M、β_r、β_0、β_{h1}、β_{h2}的數值為何，(6-3)式的不偏估條件皆可成立。

$$\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi} = 1 \tag{6-4a}$$

$$\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj} = 0 \tag{6-4b}$$

$$\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk} = 0 \tag{6-4c}$$

$$\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}h_i = h_0 \tag{6-4d}$$

$$\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}h_j = 0 \tag{6-4e}$$

$$\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}h_k = 0 \tag{6-4f}$$

$$\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}h_i^2 = h_0^2 \tag{6-4g}$$

$$\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}h_j^2=0 \tag{6-4h}$$

$$\sum_{k=1}^{N_M}\lambda_{Mk}h_k^2=0 \tag{6-4i}$$

$$\sum_{j=1}^{N_R}\lambda_{Rj}r_j=0 \tag{6-4j}$$

利用 10 個拉格朗日乘數ν_l，$l=1\sim10$，結合不偏估條件與最小誤差平方條件，可以得到決定所有待定權重係數的矩陣方程式。最小誤差平方條件必須計算各個變數隨空間水平距離變化的半變異圖，和變數之間交叉的協半變異圖，包括$\gamma_{GG}(d)$、$\gamma_{RR}(d)$、$\gamma_{MM}(d)$、$\gamma_{GR}(d)$、$\gamma_{GM}(d)$、$\gamma_{RM}(d)$；降水強度$Z(\mathbf{u})$的各個半變異圖和雨量站觀測的半變異圖皆相同。利用地面測站觀測值、數值天氣預報模式和雷達遙測估計值，估計各種半變異圖，填入決定待定權重係數的矩陣方程式，求得權重係數後，即可最佳化估計高解低度地面網格點的降水強度。

2. 通用聯合克利金法

通用聯合克利金法利用n個地面站降水強度變數Z_i，最佳化權重估計$Z(\mathbf{u})$的線性權重方程式為：

$$\hat{Z}(\mathbf{u})=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i Z_i \tag{6-5}$$

Z_i和兩個影響變數R_i、M_i的迴歸關係為$Z_i=\beta_0+\beta_R R_i+\beta_M M_i+\beta_r r_i+\varepsilon_i$，將測站位置和估計點的迴歸關係，都代入(6-5)式，並取期望值，得到：

$$\begin{aligned}&\beta_0\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_i-1\right)+\beta_R\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_i R_i-R_{\mathbf{u}}\right)\\&+\beta_M\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_i M_i-M_{\mathbf{u}}\right)+\beta_r\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_i r_i-r_{\mathbf{u}}\right)=0\end{aligned} \tag{6-6}$$

若待定權重係數λ_i滿足以下各方程式，則無論未知係數β_0、β_R、β_M、β_r的數值為何，(6-6)式的不偏估條件皆可成立。

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1 \tag{6-7a}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i R_i = R_{\mathbf{u}} \tag{6-7b}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i M_i = M_{\mathbf{u}} \tag{6-7c}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i r_i = r_{\mathbf{u}} \tag{6-7d}$$

再利用n個地面站降水強度觀測值G_i，估計地面降水強度的半變異圖$\gamma_{GG}(d)$，以 Lagrange multipliers 結合最小估計誤差平方條件方程式，和(6-7)式的 4 個不偏估條件，求解權重係數λ_i，即可估計**u**位置的降水強度。

根據(6-7)式的不偏估條件和最小誤差平方條件，可以理解通用聯合克利金法具有以下特性：

- 基於相關係數會隨著與估計點距離變化，距離愈遠相關係數愈低，因此在估計點附近測站的權重係數相對較高。觀察(6-7b)、(6-7c)、(6-7d)式可知，主要是參考估計點附近測站的雷達遙測觀測值R_i，數值天氣預報模式輸出值M_i和與雷達的水平距離r_i。

- 不偏估條件的原始目的雖然是不需要真正估計β_0、β_R、β_M、β_r等係數，其結果(或手段)則是利用影響變數R、M和自變數r的數值，調整測站觀測值Z_i的權重係數；調整的方式是要求觀測站的影響變數R_i、M_i和自變數r_i權重組合的結果，必須等於(或還原)估計點的影響變數

$R_{\mathbf{u}}$、$M_{\mathbf{u}}$和自變數$r_{\mathbf{u}}$，使在估計點權重結果，仍可將$R_{\mathbf{u}}$、$M_{\mathbf{u}}$、$r_{\mathbf{u}}$代入複迴歸模式而不會出現偏估問題。

6.2 克利金法應用於統計後處理之可行性

6.2.1 問題概述

提供精緻化氣象預報服務的必要條件是高空間解析度預報系統，惟現階段作業化數值天氣預報模式的解析度仍不足以達到精緻化氣象預報服務要求的解析度。利用統計迴歸方法，以數值天氣預報模式網格變數值歷史資料為預報子(predictor)，地面站相同時間觀測值為預報值(predictand)，可以利用數值天氣預報模式的輸出，推估測站未來時間的變數值。

架構在數值天氣預報模式上的這類統計後處理方法，最普遍的有「理想預報法」(Perfect Prognosis method，縮寫為 PP 法)，以及「模式輸出統計法」(Model Output Statistics method，縮寫為 MOS 法)。表 6-1 為此二模式的簡單概念表示法：

表 6- 1　PP 法和 MOS 法推估地面測站值的概念示意和比較表

	PP 法	MOS 法
訓練階段	$z_o(t_2) = PP\left[\mathbf{x}_r(t_1)\right] + \varepsilon$	$z_o(t_2) = MOS\left[\mathbf{x}_m(t_1)\right] + \varepsilon$
預報階段	$\hat{z}_f(t_2) = PP\left[\mathbf{x}_m(t_1)\right]$	$\hat{z}_f(t_2) = MOS\left[\mathbf{x}_m(t_1)\right]$

上表中，$\mathbf{x}$是（大氣變數）預報子向量，$\mathbf{x}_r$是預報子的分析場向量，$\mathbf{x}_m$是數值天氣預報模式輸出的預報子向量；z是地面預報值，z_o是地面站觀測值，z_f是地面站預報值；t_1是預報子時間，t_2是預報值時間。根據再分析法(Re-Analysis method，簡稱 RAN)發展者的 Marzban 等人(2005)的說法：

- 若數值天氣預報模式技術衰降速率比大氣變化速率快，則應使用$t_1 < t_2$

的方式建模。

- 若數值天氣預報模式技術衰降速率比大氣變化速率慢，則應使用 $t_1 = t_2$ 的方式建模。

由於需要預報值(predictand)才能建立迴歸統計模式，因此傳統上 PP 法、MOS 法，都是估計測站變數值。若要利用低解析度的數值天氣預報模式輸出變數，經由統計後處理模式，預報高解析度網格點的地面變數場，通常經由兩種途徑；一是「先推估後內插法」，另一是「先內插後推估法」，下表為兩種途徑在訓練(建模)和預報階段的概念表示。

表 6-2　PP 法或 MOS 法「先估測站後內插法」和「先內插站後估計法」預報高解析度地面網格變數值的概念示意和比較表

	先推估後內插法	先內插後推估法
訓練階段	1. $z_{o,i}(t_2) = PP\left[\mathbf{x}_{r,i}(t_1)\right] + \varepsilon_i$ ， $z_{o,i}(t_2) = MOS\left[\mathbf{x}_{m,i}(t_1)\right] + \varepsilon_i$	1. $\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_1) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i,\mathbf{u}} \cdot z_{o,i}(t_1)$ 2. $\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2) = PP\left[\mathbf{x}_{r,\mathbf{u}}(t_1)\right] + \varepsilon_{\mathbf{u}}$ ， $\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2) = MOS\left[\mathbf{x}_{m,\mathbf{u}}(t_1)\right] + \varepsilon_{\mathbf{u}}$
預報階段	1. $\hat{z}_{f,i}(t_2) = PP\left[\mathbf{x}_{m,i}(t_1)\right]$ ， $\hat{z}_{f,i}(t_2) = MOS\left[\mathbf{x}_{m,i}(t_1)\right]$ 2. $\hat{\hat{z}}_{f,\mathbf{u}}(t_2) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i,\mathbf{u}} \cdot \hat{z}_{f,i}(t_2)$	1. $\hat{\hat{z}}_{f,\mathbf{u}}(t_2) = PP\left[\mathbf{x}_{m,\mathbf{u}}(t_1)\right]$ ， $\hat{\hat{z}}_{f,\mathbf{u}}(t_2) = MOS\left[\mathbf{x}_{m,\mathbf{u}}(t_1)\right]$

上表中，i 代表地面測站，$\mathbf{u}$ 代表高解析度網格點位置，$\lambda_{i,\mathbf{u}}$ 為測站 i 內插估計 $\mathbf{u}$ 位置高解析度網格點的權重係數。

6.2.2 應用克利金法於統計後處理的可行性

應用克利金法於統計後處理的問題，是直接利用影響變數 $\mathbf{x}_r(t_1)$ 或 $\mathbf{x}_m(t_1)$，預報地面高解析度網格點氣象變數 $z(t_2)$；和 6.1 節利用通用克利金法結合「相同時間」地面站降水強度觀測、雷達遙測和數值模式輸出變數的內插問題不同。考慮在訓練階段有地面測站觀測值，統計後處理模型可計算半變異圖、並可內插；在預報階段則無地面觀測值，不能建立地面氣象變數間的半變異圖，也不能分析地面氣象變數和預報子之間的變異圖，故選擇採用影響變數為趨勢指標性質的通用聯合克利金法模型。

為容易闡明，假設在預報範圍內，適用於所有測站(假設亦適用於所有估計點)的通用 PP 法或 MOS 法統計後處理模型，是由 $x(\mathbf{u},t_0)$、$y(\mathbf{u},t_1)$ 等兩個再分析場或數值天氣預報模式輸出的兩種不同變數，和地面測站觀測值 $z(\mathbf{u},t_2)$ 所組成的複迴歸模型，形式如(6-8)式：

$$z(\mathbf{u},t_2)=\beta_0+\beta_x x(\mathbf{u},t_0)+\beta_y y(\mathbf{u},t_1)+\beta_h h(\mathbf{u})+\varepsilon \qquad (6\text{-}8)$$

其中，$\mathbf{u}$ 為水平座標，t_0、t_1 為兩預報子的時間，t_2 為預報值的時間，h 為地面站的海拔高度，β_0、β_x、β_y、β_h 是在相同氣候區內數值大致相同，但亦會隨時間、地點而略微不同的迴歸係數值，並且 $\beta_x x$、$\beta_y y$、$\beta_h h$ 的影響皆為統計顯著。

仿照 PP 法和 MOS 法的「訓練」與「預報」兩階段，推導通用聯合克利金法模型如下：

1. 訓練階段

- 訓練階段有地面測站觀測值可資應用，通用聯合克利金法模型為：

$$\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} z_{o,i}(t_2) \tag{6-9}$$

其中，$z_{o,i}(t_2)$為t_2時間第i個地面站的觀測值，$\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2)$為無觀測網格點的變數估計值，$\lambda_{\mathbf{u},i}$為估計$\mathbf{u}$位置時第$i$站的權重係數。

- 將(6-8)式代入(6-9)式通用聯合克利金法模型中的地面測站觀測值$z_{o,i}(t_2)$和估計值$\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2)$。對於任意未知$\beta_0$、$\beta_x$、$\beta_y$、$\beta_h$係數都能不偏估的權重係數條件為：

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} = 1 \tag{6-10a}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} x_i = x_{\mathbf{u}} \tag{6-10b}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} y_i = y_{\mathbf{u}} \tag{6-10c}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} h_i = h_{\mathbf{u}} \tag{6-10d}$$

- 利用測站觀測值$z_{o,i}(t_2)$，建立變數z的半變異圖。若z變數為溫度變數，則因為台灣地形在短距離內變化大，推估半變異圖參數時，必須去除$\beta_h \Delta h$的趨勢因素。

- 將半變異圖或協變異圖填入估計誤差變異數最小條件的部份，利用 Lagrange multipliers 結合(6-10)式的不偏估條件，計算權重係數$\lambda_{\mathbf{u},i}$，即構成訓練階段應用通用聯合克利金法的最佳化網格點預報模型。

由於預報階段測站觀測值$z_{o,i}(t_2)$並不存在，必須利用 PP 法或 MOS 法建立各地面站如(6-8)式的複迴歸預報方程式，預報時先以各測站的統計後處

理模型先預報測站值$z_i(t_2)$，才能利用(6-9)式預報各網格點的$z_{\mathbf{u}}(t_2)$。雖然在導出(6-10)式的不偏估條件時，假設全域的β_0、β_x、β_y、β_h係數均相同，但那只是通用聯合克利金法引進影響變數$x(\mathbf{u},t_0)$、$y(\mathbf{u},t_1)$和自變數$h(\mathbf{u})$，調整權重係數的統計技巧。建立各測站如(6-8)式的複迴歸模型時，獨立決定各測站的β_0、β_x、β_y、β_h係數，各站係數可以不同，不受β_0、β_x、β_y、β_h係數必須全域相同的限制。另一種思維角度是當各測站的β_0、β_x、β_y、β_h係數小幅偏離(6-10)不偏估條件時，僅略為影響權重係數值，對於權重組合預報的$\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2)$影響不大。利用(6-8)式建立各站的複迴歸模式時，不隨時間而變的自變數項，例如溫度隨高度變化項$\beta_h \cdot h_i$，以及溫度隨緯度變化項等，在複迴歸模型中都是常數，會被吸收到β_0之中，因此在x、y兩影響變數統計顯著的假設下，各站複迴歸模型的實際形式為：

$$z_i(t_2) = \beta_0' + \beta_x x_i(t_0) + \beta_y y_i(t_1) + \varepsilon \qquad (6\text{-}11)$$

2. 預報階段

- 預報階段通用聯合克利金法模型$\hat{z}_{\mathbf{u}}(t_2) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} z_{o,i}(t_2)$中，並無地面站觀測值$z_{o,i}(t_2)$，必須使用各測站的 PP 法或 MOS 法預報值$\hat{z}_i(t_2)$，因此是二步驟預報模式：

$$\hat{\hat{z}}_{\mathbf{u}}(t_2) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{\mathbf{u},i} \hat{z}_i(t_2) \qquad (6\text{-}12)$$

- 預報階段無地面站觀測值$z_{o,i}(t_2)$，不能建立地面氣象變數z的半變異圖，可以採用訓練階段建模時的氣候平均半變異圖$\bar{\gamma}_{zz}(d)$。

- 預報階段有測站和網格點的影響變數值 x、y。由氣候平均半變異圖 $\overline{\gamma}_{zz}(d)$ 和動態影響變數決定的不偏估條件，聯立求解計算得到的權重係數 $\lambda_{\mathbf{u},i}$ 會各時間不同。

- 基於預報階段計算需求，通用聯合克利金推估法在訓練階段要建立兩類模型，分別是氣候平均半變異圖 $\overline{\gamma}_{zz}(d)$ 和各測站的預報模型。

3. 方法歸類

- 以上通用聯合克利金法在預報階段，首先使用各站的複迴歸後處理模式預報測站值，其次再使用氣候平均半變異圖 $\overline{\gamma}_{zz}(d)$ 和動態影響變數決定的不偏估條件，計算內插網格點的各站權重係數，計算網格點預報值，因此是屬於「先推估後內插」類別的兩步驟方法。

- 若在訓練階段建立各測站預報模式的方法是 PP 法，則以上通用聯合克利金法建立的模式，可以稱為 KGPP 法（Kriging for Perfect Prog Gridding or Kriging for Gridding of Perfect Prog）。

- 若在訓練階段建立各測站預報模式的方法是 MOS 法，則以上通用聯合克利金法建立的模式，可稱為 KGMOS 法（Kriging for Model Output Statistics Gridding or Kriging for Gridding of Model Output Statistics）。

4. 方法評估

本節擬從統計理論架構的角度，從「氣候資料」、「統計模式」和「個案推估」三個角度，評估傳統「先推估後內插法」和「先內插後推估法」等兩步驟網格化 PP 模型或 MOS 模型，與本研究提出的「通用聯合克利金推估法」建立的 KGPP 模型或 KGMOS 模型等不同後處理方法的可能優勢或缺失。由於這類方法都是「後處理」數值天氣預報模式輸出的統計方法，所以都會受到數值天氣預報模式解析度所能表現的天氣擾動尺度，和模式預報準

確度等前提的限制，評估時排除數值天氣預報模式前提限制，和統計後處理方法可能存在的互補作用。

- 氣候與資料角度：
  - ✧ 先推估後內插法：若測站與測站之間，存在地形、都市化熱島效應、海陸或土地利用異質邊界等氣候因素，且假設數值天氣預報模式可以解析該等大氣變數擾動訊息，但第二步驟內插時未使用無測站地面網格點上方數值天氣預報模式輸出變數值，而漏失擾動訊息。
  - ✧ 先內插後推估法：因為地面測站的空間解析度低，在第一步驟先以測站內插估計高解析度地面網格點的變數值真實值（GT）時，因為不能表現測站間的擾動訊息氣候值，因此該等擾動訊息在第一步驟內插時即已漏失，無測站處的 GT 值乃可能會存在偏估問題。
  - ✧ 通用聯合克利金推估法：雖然第一步驟預報測站 z 變數的方法和傳統「先推估後內插法」作法相同；但是基於全域通用的複迴歸模型，通用聯合克利金推估法在第二步驟時，透過不偏估條件，納入無測站地面網格點上方數值天氣預報模式輸出變數值 x、y，和高程自變數 h，沒有局部資訊遺失的問題，應可表現局部大氣擾動訊息。
- 統計模式角度：
  - ✧ 先推估後內插法：因為統計降尺度的過程，未能有效應用測站之間數值天氣預報模式的預報輸出值，所以，除非地面測站已經涵蓋所有推估變數的空間氣候峰值或谷值，否則迴歸模式不能矯正上述擾動位置地面網格點估計值的氣候偏估問題。
  - ✧ 先內插後推估法：第一步驟內插時，由測站內插地面網格點變數值產生的氣候偏估問題，在第二步驟推估時，若數值天氣預報模式可以解析局部擾動訊息，則建立的迴歸估計模式，可以部份矯正偏估問題。可矯正幅度，與數值天氣預報模式能表現變數局部擾動氣候值的程度成正比；如果數值天氣預報模式表現變數局部擾動氣候值出現空間相位差，或模式輸出值存在偏估問題，則會造成另類偏估問題。
  - ✧ 通用聯合克利金推估法：因為建模過程和統計理論中，並無可以預見

的偏估問題，所以亦無透過數據建立統計模式參數時修正偏估的問題。

- 個案推估角度：
  - ✧ 目前數值天氣預報模式已能充分掌握綜觀尺度氣象型態，但模式預測的鋒面抵達時間仍然可能略有出入，中尺度降水相關氣象變數預報更是還有改善空間。若預報子的中尺度相位誤差或偏估誤差，大於「先推估後內插法」、「先內插後推估法」和「通用聯合克利金推估法」的氣候差異，則在推估個案時的，仍可能出現理論上較劣方法的統計降尺度預報，優於理論上較佳方法的統計降尺度預報。因此從個案推估較難評估各種網格化後處理方法的可能表現，必須透過實作，再從氣候平均的角度評估其差異。

因為本計畫「應用克利金法建立統計後處理模型可行性」的工作範疇為「探討可行性」，透過本節說明，證實其理論可行。並未實際利用數值天氣預報模式輸出和地面站觀測值建置 MOS 模式、PP 模式、KGPP 模式或 KGMOS 模式。本節雖未蒐集各種類型網格化後處理統計預報方法，但是透過「4.方法評估」的角度，應可分析文獻中不同方法的優勢或缺失。

第 7 章 結論與建議

7.1 結論

1. 克利金法因為同時具備「測站觀測資料」和「估計點未知變數值」關係定義，「測站觀測資料」之間關係的定義，權重總和等於 1 以外的「不偏估條件」，或是整合「其他相關觀測值」(例如雷達)，以及整合「數值天氣預報模式輸出的多變數迴歸方程式」等，可以避免相鄰測站權重加倍之不合理現象，方法理論優於距離倒數權重法、逐步訂正法（Cressman、Barnes）和最佳內插法(OI)。

2. 於乾絕熱假設條件下，使用 Poisson 方程式求得位溫後，於 1 atm 等壓力面上進行內插，俟完成位溫場計算，再利用 Poisson 方程式反算回原地表高程之溫度值，倘若於回推地表溫度時，估計點之高程較鄰近測站高，將產生低估；若估計點之高程較鄰近測站低，則會發生高估的情形。

3. 實際上地表溫度場存在溫度隨高度及緯度遞減之兩個主要趨勢，使用通用克利金法可同時在含有趨勢之溫度場中進行客觀分析，內插後之結果較能與觀測資料相契合。

4. 遮蔽測站試驗結果顯示，利用 203 個測站上溫度之估計值與觀測值計算 *RMS* 後，透過溫度對位溫轉換之各客觀分析方法（距離平方倒數權重法、Cressman 分析法、Barnes 分析法及普通克利金法），其 *RMS* 大約為 2 度，然而使用含趨勢函數之通用克利金法時，可將 *RMS* 降至 1.6 度。距離平方倒數權重法、Cressman 分析法、Barnes 分析法都有新增相鄰站、權重加倍的問題；克利金法則可以避免。

5. 本研究提出的通用克利金法，可去除半變異圖中的趨勢影響，配合不偏估條件，可以直接使用測站溫度內插估計三維網格點地表溫度，內插結果與觀測資料最契合($\sigma \approx 1.6$ 度<2.+度)。去除高度、緯度趨勢後的台灣地表位

溫，積分長度約為 0.05 度，標準偏差約為 2 度。

6. 因為地表氣溫的空間相關距離短，直接使用多線性迴歸作為溫度遞減趨勢，內插估計地表溫度的結果，證實和通用克利金法的分析結果接近。地表溫度受到土地利用、含水量的影響大，是造成積分長度很短的重要原因。

7. 評估不同通用聯合克利金法和普通聯合克利金法應用於整合雷達遙測和地面測站降水，避免受到加法性誤差、乘法性誤差、空間性誤差等種系統性誤差影響的能力；OSE 數據說明通用聯合克利金法整合雷達和地面能獲得優於單一量測的結果。

8. 本計畫建立包含測站 MOS 或 PP 多變數線性迴歸預報方程式為不偏估條件的通用聯合克利金法，以能符合多變數線性迴歸預報方程式，和應用估計網格點數值天氣預報模式輸出變數值，同時迴歸與內插預報網格點變數值。

7.2 建議

1. 本計畫研發含高度及緯度趨勢的通用克利金法，利用遮蔽測站估計試驗，檢驗得到的表現均相當優異，建議作為氣象局估計地表溫度場的客觀分析方法之一。

2. 若以多線性迴歸得到的溫度趨勢，取代乾絕熱遞減率公式，可獲得和通用克利金法大致相同的三維網格點內插結果。因其計算方式較為簡單、內插表現與通用克利金法大致相同，亦是可以考慮應用的客觀分析方法之一。

3. 本研究所提克利金法於統計後處理的方法論，仍須進一步應用於實際模式及觀測資料，始能突顯方法論之表現成果，建議延續該方法論之研究，以獲得較明確之降尺度成果。

參考文獻

Barker, T., “ObjAnal version 2.0, A SmartTool Utility for performing Objective Analysis”,

http://140.90.90.253/~applications/STR/data/1163/ ObjAnal_2.0.pdf

Barnes, S. L., 1964: A technique for maximizing details in numerical weather map analysis. J. Appl. Meteor., 3, 396–409.

Barnes, S. L., 1973: Mesoscale objective analysis using weighted time series observations. NOAA Tech. Memo. ERL NSSL-62, National Severe Storms Laboratory, Norman, OK, 41 pp. [NTIS COM-73-10781.]

Bruyère, C., Objective Analysis (OBSGRID), Mesoscale & Microscale Meteorology Division, NCAR, http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/tutorial/200901/OBSGRID_Bruyere.pdf.

Chen, Mingyue, Pingping Xie, J.E. Janowiak, P. A. Arkin, (2002) Global Land Precipitation: A 50-yr Monthly Analysis Based on Gauge Observations, Journal of Hydrometeorology, vol 3: 249-266.

Cressman, G., 1959: An operational objective analysis system. Mon. Wea. Rev., 87, 367–374.

Creutin, J. D., and C. Obled, 1982: Objective analysis and mapping techniques for rainfall fields: An objective comparison. Water Resour. Res., 18, 413–431.

Gandin, L. S., 1965: Objective Analysis of Meteorological Fields. Israel Program for Scientific Translations, 242 pp.

Kitanidis, P.K. (1993) “Gestatistics” in “Handbook of Hydrology” edited by D.R. Maidment, McGraw Hill.

Koenker, R. and I. Mizera, Elastic and plastic splines: some experimental comparisons.

http://www.econ.uiuc.edu/~roger/research/goniolatry/ koemizl1.pdf.

Lanciani, A. and M. Salvati (2008) Spatial interpolation of surface weather observations in alpine meteorological services, http://ita.arpalombardia.it/

ITA/meteo/files/Foralps_TR_2_spatial_interpolation.pdf.

Marzban, C., S. Sandgathe and E. Kalnay (2005) MOS, Perfect Prog, and Reanalysis,

http://www.atmos.umd.edu/~ekalnay/ MarzbanSandgatheKalnay.pdf.

Narkhedkar,S.G., S. K. Sinha and A. K. Mitra (2008) Mesoscale objective analysis of daily rainfall with satellite and conventional data over Indian summer monsoon region" Geofizika vol. 25 No. 2 159-178.

Shepard, D., 1968: A two dimensional interpolation function for regularly spaced data. Proc. 23d National Conf. of the Association for Computing Machinery, Princeton, NJ, ACM, 517–524.

Spencer, P.L., M.A Askelson. And C.A. Doswell III, (2007) "Choosing the Smoothing Parameters within a Multiple-Pass Barnes Objective Analysis Scheme: A Cautionary Note", Notes and correspondence, Journal of atmospheric and oceanic technology, Vol 24 713-726.

Zhang, Jian, K Howard, Wenwu Xia, J. J. Gourley, Comparison of objective analysis schemes for the WSR-88D radar data,

http://ams.confex.com/ams/ pdfpapers/64339.pdf

彭國倫，「Fortran 95 程式設計」，碁峰資訊股份有限公司，2001 年 11 月初版。

附錄A　克利金法的半變異圖

克利金法的「變異圖」或「半變異圖」是由觀測樣本資料的協變異數隨距離變化情形，擬合選定的「半變異圖」函數，獲得「半變異圖」函數參數而決定。令 $\mathbf{u} = u(x, y)$ 為空間位置座標，$Z(\mathbf{u})$ 為空間隨機變數，則「變異圖」的定義為 $2\gamma(d_{12}) = \boldsymbol{E}\left[\left(Z(\mathbf{u}_1) - Z(\mathbf{u}_2)\right)^2\right]$ ，表示變異圖在距離等於 d_{12} 時，所有距離為 d_{12} 的兩點變數差異平方的「期望值」。$\gamma(d)$ 稱為半變異圖，幾種常用的定常性半變異圖模式，包括：

(a)　指數模型 (exponential model)

$$\gamma(d) = \sigma^2\left[1 - \boldsymbol{exp}\left(-\frac{d}{L}\right)\right] \tag{A-1}$$

指數模型有兩個參數，分別是空間變數的變異數 σ^2 ，和表現空間相關性質的積分距離(integral length) L (>0)。定義影響範圍 α 為當相關係數為 0.05 的距離，則 $\alpha \approx 3L$ 。因為指數模型符合相關性隨距離梯降(cascade)的特性、並為簡單解析形式，故最常被應用於空間資料內插分析中。

(b)　球形模型 (spherical model)

$$\gamma(d) = \begin{cases} \sigma^2\left[\dfrac{3}{2}\dfrac{d}{\alpha} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{d}{\alpha}\right)^3\right] & \text{if } d \le \alpha \\ \sigma^2 & \text{if } d > \alpha \end{cases} \tag{A-2}$$

其中，參數 σ^2 為變異數，α 為影響範圍，球形模型在影響範圍以外的兩筆資料完 全不相關。

(c)　高斯模型(Gaussian model)

$$\gamma(d) = \sigma^2\left[1 - \boldsymbol{exp}\left(-\frac{d^2}{L^2}\right)\right] \tag{A-3}$$

模型參數為 σ^2 和 L (>0)，影響範圍 α=1.73L。

(d) 距離倒數模型(inverse-distance model)

$$\gamma(d)=\sigma^2\left[1-\frac{L}{\sqrt{d^2+L^2}}\right] \qquad \text{(A-4)}$$

模型參數 σ^2 和 L (>0)，影響範圍 $\alpha \approx 20L$ 。

(e) 洞穴效應模型 (hole-effect model)

$$\gamma(d)=\sigma^2\left[1-\left(1-\frac{d}{L}\right)\boldsymbol{exp}\left(-\frac{d}{L}\right)\right] \qquad \text{(A-5)}$$

模型參數 σ^2 和 L (>0)，$d=0.88L$ 時 $\rho=0.05$ ，$d=7.11L$ 時 $\rho=-0.05$ 。洞穴效 模型的協變異數並非隨距離增加呈現單調衰減，適合用在模擬具有擬週期性 pseudo-periodic)的協變異數變化的情形。

指數模型與球型模型在距離很小時呈現線性增長，高斯模型和距離倒數模型在接近原點的區域呈現拋物線型增長。若存在距離極接近的兩個測站，後二者在內插時容易造成協變異數矩陣行列式值接近零，必須注意控制數值誤差。

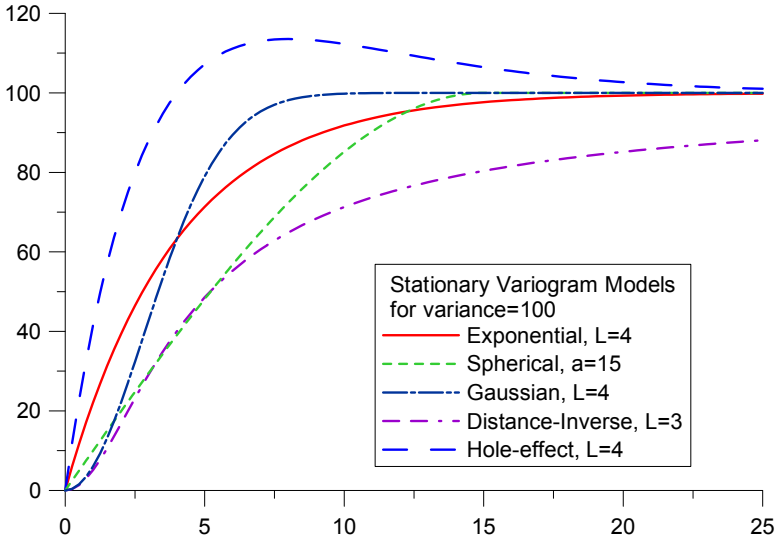


圖 A-1 定常性半變異圖函數模型示意圖

幾種常用的非定常性半變異圖模式，又稱為「內在假設模型」或「非定常性模型」(intrinsic or non-stationary models)

(a) 冪次模型 (power model)

$$\gamma(d)=\theta\cdot(d/L)^{s} \tag{A-6}$$

模型參數θ>0 且 0<s<2。

(b) 線性模型 (linear model)

$$\gamma(d)=\theta\cdot(d/L) \tag{A-7}$$

線性模型為冪次模型的特例，模型參數θ為半變異圖的斜率。

(c) 對數模型 (logarithmic model)

$$\gamma(d)=\theta\log\left(1+\frac{d}{L}\right) \tag{A-8}$$

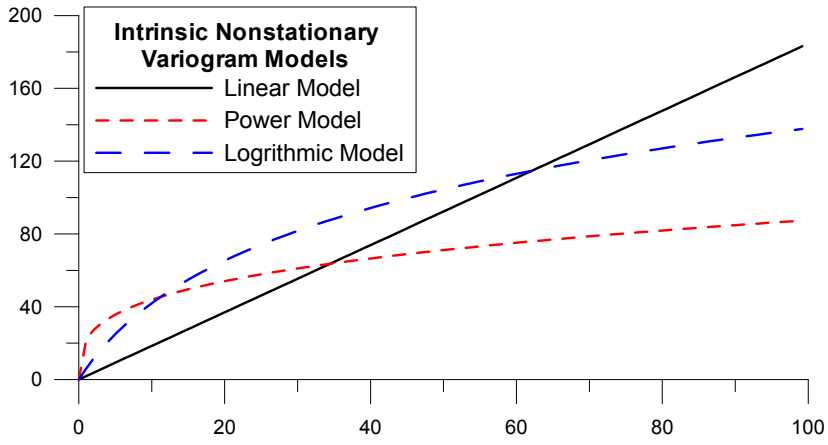


圖 A- 2 內在假設或非定常性半變異圖函數模型示意圖

最後，還有金塊效應模型 (nugget-effect model)

$$\gamma(d)=C_0\delta(d)=\begin{cases}C_0 & \text{if } d>0\\ 0 & \text{if } d=0\end{cases} \tag{A-9}$$

其中C_0>0 稱為金塊效應變異數，表現極近距離($d \to 0$)的隨機變數值也不會完全相同的差值變異數。例如雨量站網中，有兩座雨量計的距離為 100 公尺，就站網距離尺度的觀點而言，可視為接近於零，但兩個雨量站的觀測值未必相同。金塊效應模型主要與他形式的半變異圖模型相疊加(Superposition)應用，例如與指數模型、冪次模型疊加的半變異圖模型分別為：

$$\gamma(d) = C_0 + (\sigma^2 - C_0)\left[1 - \boldsymbol{exp}\left(-\frac{d}{L}\right)\right] \text{和} \gamma(d) = C_0 + \theta \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^s$$

(A-10)

附錄B　資料品質控制

目前氣象局提供初步檢覈之觀測資料依據仍有待釐清、資料管控(Quality Assured 與 Quality Control)品管工作尚需加強落實；各觀測單位間工作尚待加強協調；各分散資料庫資料尚需加強整合，有鑒於此：資料檢核機制乃為進行精進統計工作之重要課題。

B.1觀測資料品質控制方法

為了維持資料品質提供克利金計劃統計分析進行，本計畫嘗試進行測站資料 QC，初步嘗試針對逐時觀測資料中的壓力分析方法如下：

1. 刪除外島測站：由於距離過遠與熱島效應(對流狀況不同於全台屬於同一大島嶼)，計畫進行時之所有資料內插分析應僅使用本島測站資料，若未來對於外島測站各項資料變化有疑慮，則另以單站進行分析。

2. 利用方盒圖概念踢除離群值：利用測站壓力觀測值 P 及高度資料 Z 迴歸(P,Z)轉換參數 $P(Z)=a\,\boldsymbol{exp}(bZ)$，各站觀測壓力大於零者才進行擬合。測站壓力觀測值 P 與迴歸出的理想值 P' 差值排序找出第一、二、三、四分值，超過 1.5 倍方盒長視為離群值。

3. 標準偏差(Standard Deviation)定義為 $\sigma=\sigma_{n-1}=\sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}}$，其中 n 為資料筆數，d_i 為測站 i 之壓力距平值 $(x-\bar{x})$。通常當觀測次數多時，測量數據的隨機分佈滿足「常態分佈 (normal distribution)」或稱「高斯分布 (gaussian distribution)」：

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2} \qquad \text{(B-1)}$$

- 將觀測值出現在正負三倍標準差內者才視為正常值，觀測值出現在以下範圍內的機率分別是：
  - ○ $\bar{x}+\sigma>x>\bar{x}-\sigma$ 範圍內的機率為 68.3%。
  - ○ $\bar{x}+2\sigma>x>\bar{x}-2\sigma$ 範圍內的機率為 95.4%。

○ $\bar{x}+3\sigma > x > \bar{x}-3\sigma$ 範圍內的機率為 99.7%。

○ $\bar{x}+4\sigma > x > \bar{x}-4\sigma$ 範圍內的機率為 99.994%。

- 數據落在三倍標準差外的機率應小於千分之三，選定測量值出現在正負三倍標準差內者視為正常值。
- 在壓力觀測值分析時，由於主要是針對測站壓力觀測值x與回歸式建立出的理想值x'為基準進行相對差異比較，故將上式平均值$\bar{x}$改為理想值x'進行計算。

B.2 資料QC分析結果

若以標準偏差的時間序列來觀看資料品質控制後之結果差異，在剔除外島測站僅保留本島測站的前提下進行分析，以下兩種不同分析步驟，觀察逐時測站平均壓力觀測值的標準偏差，在劇烈天氣狀況發生前後時期變動大小狀況。

(一)若自無剔除離群值即計算逐時標準偏差，結果無法觀察劇烈天氣狀況發生前後時期是否有標準偏差顯著變動。藍色圈圈內為不明原因跳動。

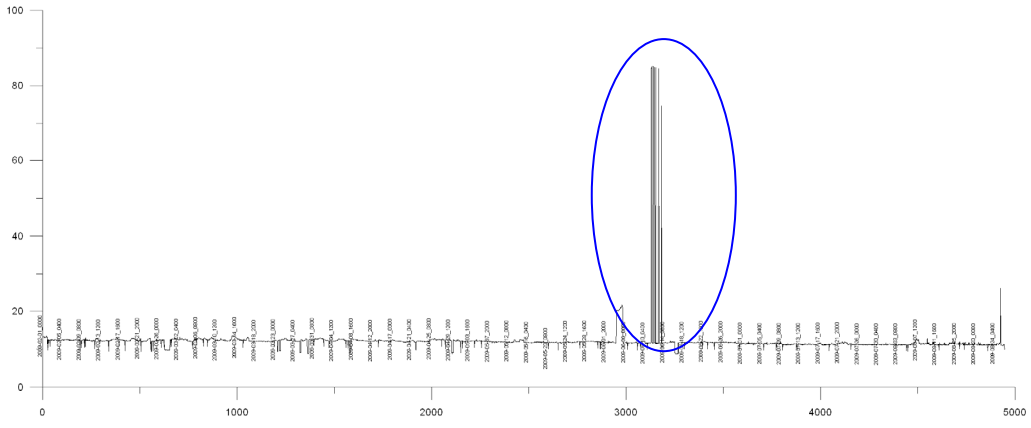


圖 B- 1　未剔除離群值，直接計算標準偏差之時間序列

(二)若有剔除離群值後再計算逐時標準偏差，由右而左依序紅色圓圈為莫拉克颱風(8/5~8/10)，綠色圓圈為莫拉非颱風(7/16~7/18)，另一場於 2009 年也有發布颱風警報的是蓮花颱風(6/19~6/22)為桃紅色圓圈處，在圖上無顯著變化。藍色圓圈仍為不明原因劇烈跳動，需要再經由其他 QA 或 QC 解決。

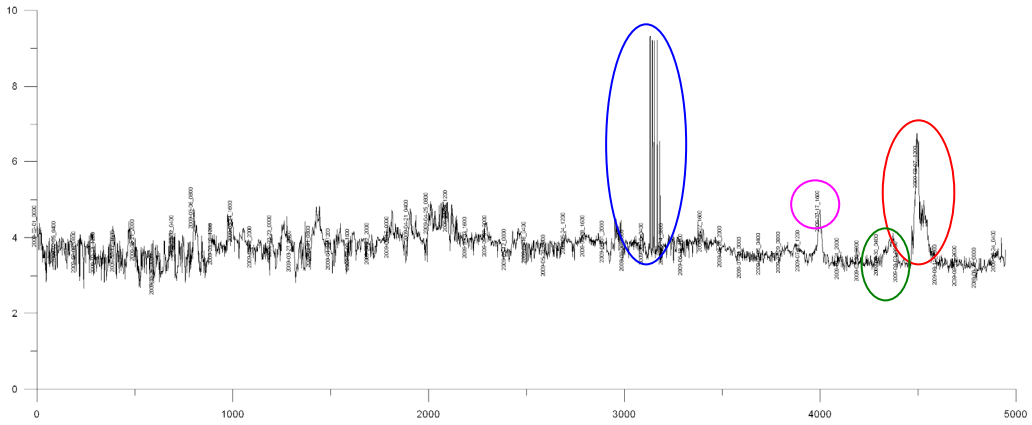


圖 B- 2　剔除離群值後再計算標準偏差之時間序列

(三)若無剔除離群值，僅剔除逐時超過三倍標準偏差之測站，則得到以下結果，未來使用觀測測站資料時，可建議氣象局依此進行測站觀測資料檢核。

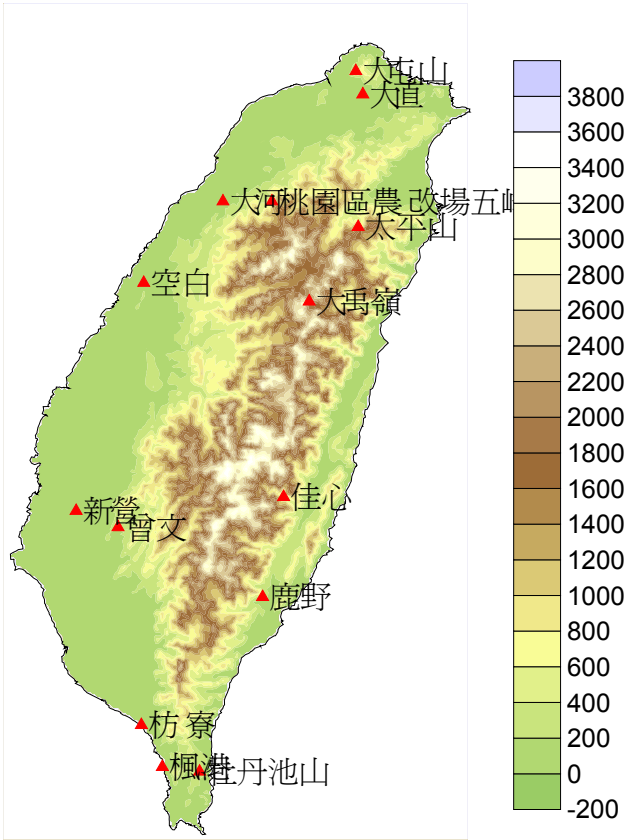


圖 B- 3　逐時超過三倍標準偏差之測站分布圖

表 B- 1　逐時超過三倍標準偏差之測站累計次數一覽表

站號	經度座標 (經度)	緯度座標 (緯度)	高程 (m)	中文站名	出現次數 (小時)
C0T79	121.31	24.19	2565.0	大禹嶺	4502
72D08	121.15	24.62	1208.0	桃園區農業改良場五峰工作站	3886
C0U71	121.52	24.51	1810.0	太平山	3124
C0Z05	121.20	23.35	704.00	佳心	1539
C0R42	120.84	22.17	504.00	牡丹池山	47
C0A9A	121.54	25.08	49.00	大直	46
C0R38	120.59	22.37	69.00	枋寮	41
C0R40	120.68	22.19	63.00	楓港	20
C0E44	120.94	24.62	122.00	大河	16
C0O81	120.49	23.22	207.00	曾文	11
RCMQ	120.60	24.27	207.90	空白	5
C0O91	120.31	23.29	69.00	新營	3
C0S71	121.11	22.92	313.00	鹿野	1
C0AC4	121.51	25.18	1098.0	大屯山	1

B.3 資料品質管控目標

為確保克利金於氣象局應用之精確性，未來若於應用時建議延續進行以下檢核工作：

- ○ 剔除量測誤差。可利用計算單一測站年平均值與標準偏差之方式找出正常值變動範圍以協助系統踢除量測誤差。
- ○ 了解氣候狀況：踢除颱風等氣象條件的資料，計算 $P(Z)=a\,\boldsymbol{exp}(bZ)$ 氣候值(標準大氣)和誤差平方值 ε^2 (逐時回歸之 $P(Z)$ 不同)。
- ○ 有特殊氣象條件時，利用標準大氣或長時間 ε^2 找到一門檻值，此門檻值足以容納氣候條件所造成的特殊 ε ，氣象為特殊天氣狀況者須被保留。
- ○ 製作操作手冊作為逐步進行資料品質管控的步驟說明。

上述以外，仍有可能發生無法管控的狀況：若測站量測的系統誤差小於用以踢除的門檻值，將使該系統誤差無法因此被篩選剔除。

附錄C 評估四種聯合克利金法整合雷達和雨量站觀測

估計降雨空間分佈的誤差特性[1]

李天浩[2]　　林忠義[3]

關鍵字：聯合克利金法、普通克利金法、通用克利金法、降雨強度估計，雷達觀測、雨量站觀測、資料整合、空間內插、觀測系統實驗

摘要

本研究設計無誤差雨量站和五種不同雷達誤差架構的觀測資料，評估「普通」和「通用」兩類共四種聯合克利金法排除雷達觀測誤差影響、正確估計空間降雨分佈的能力。五種雷達觀測誤差分別是：(1)白噪音加法性誤差(WN)，(2)含偏估的空間相關加法性誤差(AE)，(3)空間相關乘法性誤差(ME)，(4)空間趨勢誤差(TE)，(5)包含 AE、ME 及 TE 三種誤差的綜合性誤差(AMTE)。

兩種普通聯合克利金法，分別是權重平均所有雨量站和估計網格雷達觀測值的「普通聯合克利金法」(OCK)，以及再增加各雨量站網格之雷達觀測值的「修正聯合克利金法」(MOCK)。「通用聯合克利金法」(UCK)的最小誤差平方估計式只包括雨量站觀測值，基於共網格雷達觀測和真實降雨量符合

---

[1] 投稿「土木水利工程學刊」，並已推通過審查、獲得接受。

[2] 國立台灣大學土木工程研究所副教授、水工試驗所副研究員，10617 台北市羅斯福路 4 段 1 號台大土木所，thlee@ntu.edu.tw

[3] 國立台灣大學土木工程研究所博士候選人, r89521312@ntu.edu.tw

線性迴歸關係的假設，導出對於迴歸方程式任意未知截距和斜率都能滿足的不偏估式。「含空間趨勢的通用克利金法(UCKT)」，是 UCK 法再增加空間趨勢函數不偏估式的結果。

評估結果證實，當雷達觀測誤差為白噪音加法性誤差時，四種整合方法都無法免除其影響，OCK 法的表現略優於其他三種方法。四種方法中，僅 OCK 法整合估計不能避免受到 AE 誤差的影響。MOCK 法和 UCKT 法都可有效避免 AE、TE 誤差，減輕 ME 誤差的影響，但權重方式不同。UCK 法可以免除 AE 誤差的影響，降低 ME 及 TE 誤差的影響。本研究設計的誤差案例中，MOCK 法是四種方法中估計誤差變異數最小者。UCK 和 UCKT 二法的優勢，是不需要估計雷達觀測之間的半變異圖，以及雷達和雨量站觀測之間的半變異圖。

Rain Field Error Characteristics of Four Co-kriging Strategies Integrating Radar and Gauge Observations

Tim Hau Lee Chung-Yi Lin

Key Words: Co-Kriging, Ordinary Kriging, Universal Kriging, Rainrate Estimate, Radar Observation, Gauge Observation, Data Fusion, Spatial Interpolation, Observing System Experiment

Abstract

In this study, we use error-free rain gauge data and design five different error structured radar observations to examine the abilities of two ordinary co-kriging techniques and two universal co-kriging techniques to correctly estimate spatial distribution of rainfall. The five radar observation errors are (1) additive white noise error (WN), (2) additive correlative error with bias (AE), (3) multiplicative correlative error (ME), (4) trend error varying with radar range (TE), (5) combined error including AE, ME and TE (AMTE).

Ordinary co-kriging (OCK) technique utilizes the linear combination of all rain gauge observations and the radar observation collocated with estimated grid. Modified ordinary co-kriging (MOCK) technique utilizes the radar observations on top of all rain-gauges in addition to the data used by OCK technique. The minimum error variance estimate of universal co-kriging (UCK) utilizes the gauge data only. Based on the collocated true rainfalls and radar observations follows a linear model assumption, the unbiased conditions are derived. UCKT is a UCK technique plus satisfying the spatial trend unbiased condition.

Case study results illustrate that when radar error type is WN, all techniques could not avoid its influence. In this case, the estimates of OCK are slightly better than the other three. OCK is the only technique that cannot avoid AE error from going into rainfall rate estimates. Both MOCK and UCKT can effectively prevent AE and TE error from entering the estimates, and reduce the influence of ME error. According to the statistics of the case studies, MOCK had the lowest root mean square error. The major advantage of UCK and UCKT is that it is not necessary to provide the semi-variograms involving radar data.

C.1 問題概述

雷達遙測估計降雨受到特殊氣象條件，非雷達電波，地形，觀測距離、體積和高度等因素的影響，以及相同高回波強度(Z)對應極闊降雨強度(R)帶寬的非一對一對應問題等。使得雷達觀測存在白噪音加法性誤差，包含偏估值的空間相關加法性誤差，空間相關乘法性誤差，隨觀測與雷達距離而變的趨勢誤差等，以及上述四類誤差的組合。地面雨量站觀測值雖然也會受到風速、大雨珠噴濺等問題影響，但相對而言準確很多。因此對於位置相同的雨量站和雷達觀測值，多傾向於相信前者。唯雨量站網密度稀疏，雷達遙測降雨強度有空間完整觀測的優勢；對於不包含雨量站的雷達觀測網格（本文中所謂「雷達網格」皆是指在地面上的投影，不限定網格形狀為扇形或是方形），常見使用「比值調整」和「聯合克利金法」兩種策略。

Wilson 和 Brandes (1979)[C1]的研究是「比值調整」方法的先驅和代表，該方法是使用共網格的雨量站觀測／雷達觀測比值，配合客觀分析法建立點比值的空間函數，調整沒有雨量站共網格的雷達降雨強度估計值。該方法因為統計理論不如聯合克利金法，也未證實能否避免特定雷達觀測誤差型態，近年較少應用。

聯合克利金法是線性權重鄰近估計網格的雨量站和雷達兩種觀測值，利用最小均方差和不偏估原理，導出最佳權重係數，計算整合估計值的方法。按照資料整合方法的特性，聯合克利金法又可以分為：處理變數為對稱（例如常態）分佈，不含空間趨勢的普通聯合克利金法（Ordinary Co-Kriging，OCK）；處理變數對稱分佈，含空間趨勢的通用聯合克利金法（Universal Co-Kriging，UCK）；和利用赫米特(Hermite)等正交函數將非常態變數轉換為常態分佈變數組合的析取聯合克利金法（Disjunctive Co-Kriging，DCK）。

Krajewski (1987) [C2]、Creutin 等人(1988)[C3]的研究使用 OCK 法整合雨量站和雷達觀測降雨強度資料。Krajewski (1987) [C2]模擬產生一組對數常態分佈的真實降雨場，雷達觀測資料是將真實降雨場網格值乘上定常、等向且空間相關的誤差，雨量站觀測資料是將真實點降雨加上空間不相關的隨機誤差。該研究結果發現即使雷達觀測誤差較大，OCK 法的降雨估計仍可以有效降低雷達觀測誤差，得到與真實降雨場接近的結果。

Schuurmans 等人(2007) [C4]利用通用克利金法包含使空間趨勢函數期

望值等於 0 的不偏估條件，達到估計值不偏估的目標；將雷達觀測資料視為包含常數值加法性誤差，和固定因子乘法性誤差的降雨空間趨勢，建立最佳化內插的限制條件估計空間降雨，該研究將其方法命名為 KED (Kriging with External Drift)，本文中採用慣用的名詞，稱其為 UCK。該方法的優勢，是只須計算雨量站降雨之間的變異圖，不需計算雨量站和雷達之間的協變異圖，可以大幅減少計算時間。該研究以設計資料證實，UCK 法可有效降低雷達觀測值中加法性和乘法性誤差的影響，優於簡化 Krajewski (1987) [C2] OCK 法的 OCCK 法估計值（Ordinary Collocated Co-Kriging）。

Seo 等人(1990a,b)[C5,C6]利用兩組不同雨量站密度、非常態分佈降雨強度的模擬場資料，評估 OCK 法、UCK 法（趨勢函數以空間座標為自變數，和 Schuurmans 等人 (2007) [C5]以雷達觀測作為趨勢函數自變數的方法不同）和 DCK 法。該研究認為，DCK 法和 OCK 法明顯優於 UCK 法，且因 UCK 法需要嘗試多種趨勢函數，選擇其中最優者，過程相當耗時，不建議採用。當雷達觀測資料較均質，且沒有明顯趨勢的狀況下，DCK 法的表現優於 OCK，但 DCK 法的運算時間約為 OCK 法的 10 倍。若雷達觀測資料為非均質，例如受到地形影響，或是雷達觀測資料具有某種趨勢時，DCK 法和 OCK 法的估計效果都不佳。因為 DCK 法著重的是非常態變數的轉換，例如 Steiger 等人(1996) [C7]，且 Seo 等人(1990a,b) [C5,C6]認為，相對於 OCK，DCK 並沒有明顯的優勢，因此本論文不探討 DCK 法。

Krajewski (1987) [C2]檢驗 OCK 法的雷達觀測誤差型態為乘法性誤差 (ME)。Schuurmans 等人(2007) [C4]檢驗 OCK 法和 UCK 法的方式，是假設降雨變數三種不同空間變異度的設計案例，比較兩方法的估計效果。該試驗設計，假設雷達觀測資料隨距離而變的誤差值已經修正(range corrected)，未探討當雷達觀測隨其與雷達距離而變的趨勢誤差(TE)存在時的影響和處理方法。以上兩研究都並未系統性的完整探討當雷達觀測存在白噪音加法性誤差，包含偏估值的空間相關加法性誤差，空間相關乘法性誤差，隨觀測與雷達距離而變的空間趨勢誤差等，以及上述四類誤差組合誤差時，OCK 法和 UCK 法整合估計的正確性。

C.2 研究方法

C.2.1方法概述

本研究檢討的聯合克利金法整合估計「網格降雨量」的方法，包括兩種普通聯合克利金法和兩種通用聯合克利金法，四種方法的詳細內容與推導，將於 C.2.2 節「整合估計方法」中呈現，C.2.3 節說明模擬產生真實雨量場和雷達觀測誤差的方法。C.3 節「案例分析」利用 C.2.3 節產生的真實雨量場、雨量站觀測值和雷達觀測值，以「觀測系統實驗(Observing System Experiments; OSE)」，檢驗四種聯合克利金法在不同雷達觀測誤差組合下，比較其能否避免受到雷達觀測誤差影響，正確估計網格面積降雨的能力。

應用 MOCK 法時，或是估計降雨的網格包含雨量站時，因為共網格的雨量站和雷達降雨資料相關係數很高，必須精確計算雨量站和網格真實降雨量之間的半變異圖。附錄 C1 由點變數值G_i之間的半變異圖，積分得到G_i和網格真實降雨P_j之間、P_i與P_j之間的正確關係；附錄 C2 則由G_i和P_j、P_i和P_j之間的半變異圖，根據雷達誤差型式，導出G_i和R_j、P_i和R_j、R_i和R_j之間的半變異圖。

本節的目的是概述四種聯合克利金法，定義模擬降雨量場、點降雨量、網格平均真實降雨量和雷達誤差型態，以利在介紹各聯合克利金法和不偏估條件時，具備清楚的討論基礎。

1. Schuurmans 等人(2007) [C4]參考 Krajewski (1987) [C2]研究，線性權重加總所有雨量站和「估計網格」雷達觀測值的「普通聯合克利金法」（Schuurmans 等人(2007) [C4]稱其為 OCCK 法，本研究則稱為 OCK 法）；

2. 本研究參考 Wilson 和 Brandes(1979)[C1]的「比率調整」概念，提出整合包括 OCK 法所有觀測值外，再增加線性權重網格包含雨量站的雷達觀測的「修正聯合克利金法」(MOCK)。

3. Schuurmans 等人(2007) [C4]提出的通用聯合克利金法(UCK)，估計式為線性權重所有雨量站觀測值，不偏估式使用估計網格的雷達觀測和網格包含各雨量站的雷達觀測值。

4. 參考 Schuurmans 等人(2007) [C4]提出雷達降雨觀測包含極座標距離的二次多項式偏估趨勢，本研究提出可以避免受到雷達降雨觀測空間趨勢誤差影響的 UCKT 方法，使用資料和 UCK 法相同，但增加空間趨勢的不偏估條件。

假設點降雨量為$G(x,y)$，位於(x_i,y_i)的觀測值為G_i；並假設雨量站的點觀測誤差可以忽略不計。模擬真實雨量場時，點降雨量$G(x,y)$定義為一個定率空間函數$T(x,y)$和序率項$z(x,y)$的和：

$$G(x,y)=T(x,y)+z(x,y) \tag{C-1}$$

整合方法擬估計的是雷達觀測網格在地面投影的真實降雨量網格平均值：

$$P_j=\frac{1}{A_j}\int_{A_j} G(x,y)\,dA \tag{C-2}$$

Krajewski (1987) [C2]將雨量站的點雨量，都積分為網格面積平均降雨量，且假設雨量站觀測存在誤差，所以和網格真實降雨量P不相同。本研究的G_i代表測站點降雨量，和 Krajewski (1987) [C2]的定義不同。

假設包含某種觀測誤差的雷達觀測值R_j，和相同網格降雨量P_j的關係，可以寫為以下通式：

$$R_j=\phi_j P_j+\varepsilon_j \tag{C-3}$$

1. 若雷達觀測誤差為空間不相關的「白噪音加法性誤差」(additive white noise error, 簡稱 WN)，則(C-3)式中的$\phi_j=1$、$\boldsymbol{E}\left[\varepsilon_j\right]=0$，$\boldsymbol{var}\left[\varepsilon_j\right]=\sigma_\varepsilon^2$；當$i\neq j$則$\boldsymbol{cov}\left[\varepsilon_i\cdot\varepsilon_j\right]=0$。白噪音加法性誤差是「空間相關加法性誤差」的特例。

2. 若雷達觀測誤差為「含偏估值的空間相關加法性誤差」(additive correlated error with bias, 簡稱 AE)，則$\phi_j=1$、$\boldsymbol{E}\left[\varepsilon_j\right]=\mu_\varepsilon$，$\boldsymbol{var}\left[\varepsilon_j\right]=\sigma_\varepsilon^2$，當$i\neq j$則$\boldsymbol{cov}\left[\varepsilon_i\cdot\varepsilon_j\right]=\rho_{ij}^{\varepsilon}\sigma_\varepsilon^2$。

3. 若雷達觀測誤差為「空間相關乘法性誤差」(multiplicative correlated error, 簡稱 ME)，則$\varepsilon_j=0$，$\boldsymbol{E}\left[\phi_j\right]=\mu_\phi$，$\boldsymbol{var}\left[\phi_j\right]=\sigma_\phi^2$，當$i\neq j$則$\boldsymbol{cov}\left[\phi_i\cdot\phi_j\right]=\rho_{ij}^{\phi}\sigma_\phi^2$。

4. 若雷達觀測誤差為隨觀測網格和雷達距離r而變的空間趨勢誤差(spatial trend error, 簡稱 TE)，則$\phi_j=1$；若趨勢是一次函數，則$\boldsymbol{E}\left[\varepsilon_j\right]=a_0+a_1 r_j$，

若為二次函數則 $\boldsymbol{E}\left[\varepsilon_j\right]=a_0+a_1 r_j+a_2 r_j^2$。TE 也是一種加法性誤差，在 TE 誤差案例中不考慮 ε_j 的空間相關行為。

5. 若雷達觀測誤差同時包含「含偏估值的空間相關加法性誤差」(AE)、「空間相關乘法性誤差」(ME)、「空間趨勢誤差」(TE)的「綜合性誤差」，則簡稱為 AMTE。

C.2.2整合估計方法

本節呈現四種聯合克利金法權重雨量站和雷達觀測，最佳化整合估計降雨空間分佈的方法，和處理不偏估條件的思維。

1. 普通聯合克利金法OCK (Ordinary Co-Kriging technique)：

Krajewski (1987) [C2]的 OCK 法使用估計網格本身和附近數筆的雷達觀測資料，本研究認為，估計網格以外的鄰近數筆雷達觀測資料並無效益，乃採用 Schuurmans 等人(2007) [C4]整合估計網格降雨量的作法，只使用估計網格的單筆雷達觀測降雨資料，以及所有雨量站觀測資料。Schuurmans 等人(2007) [C4]將修改後的方法稱為 OCCK 法，本研究則仍將其稱為 OCK 法。OCK 法整合雨量站和雷達觀測的權重估計方程式為：

$$\hat{P}_0=\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}G_i+\lambda_{R0}R_0 \qquad \text{(C-4)}$$

其中，G_i 是在 $\left(x_i,y_i\right)$ 的雨量站點觀測值；R_0 為估計網格的雷達觀測值；N_G 為雨量站個數；λ_{Gi}、λ_{R0} 分別為雨量站和雷達降雨觀測值的權重係數。

利用(C-3)式的雷達觀測誤差表示式，添加空間相關的乘法性誤差係數 ϕ_j，和加法性誤差 ε_j 變數，將網格真實降雨量 P_j 合成為「雷達降雨觀測值場」後，便只存在雷達降雨觀測 R_j 一個隨機變數行為，不能再拆解還原為兩個或三個隨機變數。計算雷達降雨觀測 R_j 的空間趨勢、半變異圖、協變異圖時，真實值和誤差都已經包含在雷達數據中。合成後的雷達降雨觀測 R_j 和真實降雨量 P_j 兩隨機變數間的關係，可用(C-5)式的迴歸方程式表示；在該迴歸方程式中，乘法性誤差係數 ϕ_j 解降為未知常數 f；空間相關加法性誤差 ε_j 和乘法性誤差合成的偏估量解降為偏估期望值 a_0，隨極座標距離 r 改變的趨勢係數 a_1，亦均為未知常數；e_j 相當於迴歸誤差值。

$$R_j = \hat{R}_j + e_j \ ,\ \hat{R}_j = f \cdot P_j + a_0 + a_1 r_j \qquad \text{(C-5)}$$

基於 OCK 法假設變數場具有定常性，$E\left[P_j\right] = m$，m 為未知數。將(C-5)式代入(C-4)式並取期望值，可得 OCK 法的不偏估條件如下：

$\boldsymbol{E}\left[P_0\right] = \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} \boldsymbol{E}\left[P_i\right] + \lambda_{R0}\left[f \cdot \boldsymbol{E}\left[P_0\right] + a_0 + a_1 r_0\right]$，亦即

$$m = m\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} + m\left(f\lambda_{R0}\right) + a_0\lambda_{R0} + a_1\lambda_{R0} r_0 \qquad \text{(C-6)}$$

對於任意未知期望值 m、偏估期望值 a_0、線性趨勢誤差係數 a_1，(C-6)式都能成立的條件為：

$$\left(\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi}\right) + f \cdot \lambda_{R0} = 1 \qquad \text{(C-7a)}$$

$$\lambda_{R0} = 0 \qquad \text{(C-7b)}$$

$$\lambda_{R0} r_0 = 0 \qquad \text{(C-7c)}$$

(C-7b)和(C-7c)兩式聯立，λ_{R0} 必須等於 0，表示本研究和 Schuurmans 等人(2007) [C4]簡化的 OCK 法，唯有完全不參考雷達觀測，整合估計法降解為單純雨量站觀測空間內插，才能避免受到雷達觀測中的 AE 和 TE 誤差的影響，若 λ_{R0} 數值不為 0，則必然會受到加法性誤差和趨勢誤差的影響。Krajewski (1987) [C2]的原始 OCK 法不只使用估計網格的單一雷達觀測值，而是使用估計網格附近多個網格的雷達觀測值，其不偏估條件為：

- 若加法性誤差平均值 $a_0 \neq 0$，則 $\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} = 1$ 和 $\sum_{i=1}^{N_R} \lambda_{Ri} = 0$；

- 若加法性誤差平均值 $a_0 = 0$，則和(C-7a)式類似，$\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} + \sum_{i=1}^{N_R} \lambda_{Ri} = 1$。

假設 OCK 法使用估計網格的雷達降雨觀測外，再採用以估計網格為九宮格中心的周邊 8 個網格的雷達降雨觀測，因為這 9 個雷達降雨觀測通常為線性高度相關，$\rho_{ij}^{RR} \approx 1$，則 Krajewski (1987) [C2]的 9 個雷達觀測權重係數容易線性相依，不偏估式 $\sum_{i=1}^{9} \lambda_{Ri} = 0$ 和(C-7b)的 $\lambda_{R0} = 0$ 相當。

本研究使用 OCK 法時，假設加法性誤差平均值 $a_0 = 0$（方法假設和事實

情況未必相同），利用拉格朗日乘數（Lagrange Multiplier）ν整合最小誤差平方和條件與不偏估條件$\lambda_{R0}+\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}=1$，可得到類似 Krajewski (1987) [C2] 求解權重係數的矩陣方程式：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GG} & \gamma_{1,0}^{GR} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_G,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{N_G,N_G}^{GG} & \gamma_{N_G,0}^{GR} & 1 \\ \gamma_{0,1}^{RG} & \cdots & \gamma_{0,N_G}^{RG} & \gamma_{0,0}^{RR} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{G1} \\ \vdots \\ \lambda_{GN_G} \\ \lambda_{R0} \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0}^{GP} \\ \vdots \\ \gamma_{N_G,0}^{GP} \\ \gamma_{0,0}^{RP} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{C-8}$$

若假設雷達觀測的乘法性誤差為常數性乘數誤差，該未知乘數為f；同時加法性誤差平均值$a_0=0$。令包含乘數誤差的雷達觀測半變異圖為$\gamma^{GR}(d)$、$\gamma^{RR}(d)$與$\gamma^{RP}(d)$；不包含乘數誤差、無偏估雷達觀測的半變異圖為$\gamma_{GR}(d)$、$\gamma_{RR}(d)$與$\gamma_{RP}(d)$；則半變異圖的對應關係為：$\gamma^{GR}(d)=f\cdot\gamma^{GR}(d)$，$\gamma^{RR}(d)=f^2\cdot\gamma^{RR}(d)$，$\gamma^{RP}(d)=f\cdot\gamma^{RP}(d)$；將此三個包含乘法性誤差的雷達半變異圖，以及(C-7a)的不偏估式代入(C-8)式，得到：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GG} & f\cdot\gamma_{1,0}^{GR} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_G,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{N_G,N_G}^{GG} & f\cdot\gamma_{N_G,0}^{GR} & 1 \\ f\cdot\gamma_{0,1}^{RG} & \cdots & f\cdot\gamma_{0,N_G}^{RG} & f^2\cdot\gamma_{0,0}^{RR} & f \\ 1 & \cdots & 1 & f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{G1} \\ \vdots \\ \lambda_{GN_G} \\ \lambda_{R0} \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0}^{GP} \\ \vdots \\ \gamma_{N_G,0}^{GP} \\ f\cdot\gamma_{0,0}^{RP} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{C-9a}$$

將第N_G+1個方程式全部除以f，再將方矩陣第N_G+1欄係數中的f，移到待解權重係數中，和第N_G+1個係數λ_{R0}合併為$f\cdot\lambda_{R0}$，則(C-9a)式可以等價改寫為：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GG} & \gamma_{1,0}^{GR} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_G,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{N_G,N_G}^{GG} & \gamma_{N_G,0}^{GR} & 1 \\ \gamma_{0,1}^{RG} & \cdots & \gamma_{0,N_G}^{RG} & \gamma_{0,0}^{RR} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{G1} \\ \vdots \\ \lambda_{GN_G} \\ f\cdot\lambda_{R0} \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0}^{GP} \\ \vdots \\ \gamma_{N_G,0}^{GP} \\ \gamma_{0,0}^{RP} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{C-9b}$$

(C-9a)式改寫為(C-9b)式，表示若雷達資料只存在常數乘法性誤差、不

存在加法性誤差，則只有雷達觀測的權重係數受到影響，其值為 $\lambda'_{R0} = f \cdot \lambda_{R0}$。(C-9b)式證實，若不存在加法性誤差，OCK 法理論上可以去除雷達觀測中的常數乘法性誤差，得到不偏估的整合降雨估計。

在 Krajewski (1987) [C2]的 OCK 法中，(C-8)式和(C-9)式的協變異圖，該論文假設 G 是含有加法性誤差的網格平均降雨觀測值(block kriged)，P 是網格真實降雨量，R 是含有乘法性誤差的網格雷達降雨觀測值。三者間的協變異圖關係如下：

$$\boldsymbol{cov}(G,P) = \beta_G \, \boldsymbol{cov}(G,G) \text{ ， } \beta_G \in (0,1) \qquad \text{(C-10a)}$$

$$\boldsymbol{cov}(R,P) = \beta_R \, \boldsymbol{cov}(R,R) \text{ ， } \beta_R \in (0,1) \qquad \text{(C-10b)}$$

Krajewski (1987) [C2]利用 OSE 的案例，以最佳化方法找出 β_G 和 β_R，唯此二參數會因案例而數值不同。由於本研究的目的是評估各種克利金法避免受到雷達觀測誤差的影響，假設雨量站觀測不包含誤差，因此和 Krajewski (1987) [C2]問題特性不同，不存在 $\beta_G \neq 1$ 的問題。本研究在不同雷達觀測誤差狀況下，假設誤差參數已知，直接使用附錄 C2 計算的雷達觀測半變異圖 γ^{GR}、γ^{PR} 和 γ^{RR}，乃不需搜尋 β_R 的最佳化數值。這種作法在實務上不可行，但從本研究的目的是評估各方法整合估計的誤差特性而言，直接使用 γ^{GR}、γ^{PR}、γ^{RR} 理論值，避免利用資料估計半變異圖過程中產生額外誤差，應該是可接受的簡化作法。

整理 OCK 法的問題如下：

- 整合估計值不能避免受到雷達觀測中，偏估誤差和空間趨勢誤差的影響。若不存在偏估誤差和空間趨勢誤差，則 OCK 法可避免常數係數的乘法性誤差；若存在偏估誤差和空間趨勢誤差，則 OCK 法將無法避免估計值受到常數係數的乘法性誤差的影響。

- 權重係數方程式(C-8)式等號右邊的 $\gamma^{GP}(d)$ 和 $\gamma^{RP}(d)$ 未知，必須求解最佳化修正係數，此修正係數會因降雨事件而不同，若每次整合雨量場計算都搜尋最佳化參數，較為費時。

2. 修正聯合克利金法MOCK (Modified Ordinary Co-Kriging technique)：

參考 Wilson 和 Brandes (1979)[C1]利用共網格雨量站和雷達觀測值的比值，建立比值空間分佈，據以調整估計網格雷達觀測值的概念；以及 Schuurmans 等人(2007) [C4]的 UCK 法，利用和雨量站共網格雷達降雨觀測作為指標；本研究提出的 MOCK 法整合估計式為：

$$\hat{P}_0 = \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} G_i + \lambda_{R0} R_0 + \sum_{j=1}^{N_G} \lambda_{Rj} R_j \qquad \text{(C-11)}$$

其中，R_j 是網格範圍包含第 j 個雨量站的雷達觀測值[4]；λ_{Rj} 為雷達降雨觀測的權重係數；其餘變數定義和OCK法相同。

和 OCK 法推導不偏估條件的假設相同，將雷達觀測誤差方程式(C-5)代入 MOCK 法的權重估計(C-11)式，取期望值後，不偏估條件要求滿足以下方程式：

$$\begin{aligned} & m\left[\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} + f \cdot \lambda_{R0} + f \cdot \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri} - 1\right] \\ & + a_0\left[\lambda_{R0} + \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri}\right] + a_1\left[\lambda_{R0} r_0 + \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri} r_i\right] = 0 \end{aligned} \qquad \text{(C-12)}$$

不論降雨期望值 m、雷達觀測偏估值 a_0、雷達觀測極座標 r 趨勢係數 a_1 三者數值為何，都能使(C-12)式達成不偏估的三個條件如(C-13a)~(C-13c)。

$$\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} + f\left[\lambda_{R0} + \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri}\right] = 1 \quad \text{或} \quad \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} = 1 \qquad \text{(C-13a)}$$

$$\lambda_{R0} + \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri} = 0 \qquad \text{(C-13b)}$$

$$\lambda_{R0} r_0 + \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri} r_i = 0 \qquad \text{(C-13c)}$$

當(C-13b)式成立時，(C-13a)式可以簡化為 $\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} = 1$；其意義是，透過

[4] 假設在任意雷達網格內，只會出現 0 個或 1 個雨量站，單一網格不會出現 2 個或更多個雨量站，因此，使用的雷達觀測資料個數為 N_G +1 個（估計網格範圍內無雨量站）或 N_G 個（估計網格範圍內有 1 個雨量站）。此假設的目的是符號簡單化，實務應用上並無此限制。

MOCK 法選擇包含雨量站網格雷達觀測值的權重估計方式，去除雷達觀測中偏估值a_0的同時，不需增加額外的限制條件，即可以同時避免受到常數性乘法性誤差f的影響。若(C-13a)~(C-13c)等三個條件成立，則亦即 MOCK 法的整合估計，可以避免受到雷達觀測乘法性誤差f、加法性偏估誤差a_0和線性趨勢誤差a_1的影響，達到不偏估的目標。同理，若(C-13d)式成立，則還可以再避免整合估計值受到雷達觀測極座標r二次趨勢的影響。

$$\lambda_{R0} r_0^2 + \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Ri} r_i^2 = 0 \qquad \text{(C-13d)}$$

(C-13a)式和(C-13b)式相當於 Krajewski (1987) [C2]的 OCK 法在加法性誤差平均值$a_0 \neq 0$時的不偏估條件。本研究提出的 MOCK 法，基於以下兩項可以充分表現統計結構的原因，在第三單元的案例分析證實，其整合估計值比 OCK 法更能避免受到雷達降雨觀測中 AE 和 TE 誤差的影響。

- ○ 透過N_G個雨量站降雨觀測，和N_G個和雨量站對應的、相對於 OCK 法彼此較為獨立的雷達觀測，兩組類似的空間協變異矩陣，以及每組共網格雷達和雨量站觀測值差異變異數（即半變異圖$\gamma_{i,i}^{GR}$的金塊效應）；MOCK 法呈現的二階統計結構訊息，優於只利用數個鄰近、彼此高度相關雷達觀測的 OCK 法。
- ○ MOCK 法因為使用的雷達資料個數較多，同時，相對於 OCK 法使用估計網格和鄰近網格的雷達資料，降雨觀測值之間較為獨立，乃能以較具彈性、最小均方差程度犧牲較低的方式，調整λ_{R0}和λ_{Ri}的數值，達成(C-13b)式和(C-13c)式要求的不偏估條件。

利用三個拉格朗日乘數，ν_1、ν_2和ν_3，整合(C-13a)~(C-13c)等三個不偏估條件與最小誤差平方和條件，得到權重係數的矩陣方程式：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GG} & \gamma_{1,R_0}^{GR} & \gamma_{1,1}^{GR} & \cdots & \gamma_{1,N_R}^{GR} & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_G,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{N_G,N_G}^{GG} & \gamma_{N_G,R_0}^{GR} & \gamma_{N_G,1}^{GR} & \cdots & \gamma_{N_G,N_R}^{GR} & 1 & 0 & 0 \\ \gamma_{R_0,1}^{GR} & \cdots & \gamma_{R_0,N_G}^{GR} & \gamma_{R_0,R_0}^{RR} & \gamma_{R_0,1}^{RR} & \cdots & \gamma_{R_0,N_R}^{RR} & 0 & 1 & r_0 \\ \gamma_{1,1}^{GR} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GR} & \gamma_{1,R_0}^{RR} & \gamma_{1,1}^{RR} & \cdots & \gamma_{1,N_R}^{RR} & 0 & 1 & r_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_R,1}^{GR} & \cdots & \gamma_{N_R,N_G}^{GR} & \gamma_{N_R,R_0}^{RR} & \gamma_{N_R,1}^{RR} & \cdots & \gamma_{N_R,N_R}^{RR} & 0 & 1 & r_{N_G} \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & r_0 & r_1 & \cdots & r_{N_G} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{G1} \\ \vdots \\ \lambda_{GN_G} \\ \lambda_{R0} \\ \lambda_{R1} \\ \vdots \\ \lambda_{RN_R} \\ \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{0,1}^{PG} \\ \vdots \\ \gamma_{0,N_G}^{PG} \\ \gamma_{0,R_0}^{PR} \\ \gamma_{0,1}^{PR} \\ \vdots \\ \gamma_{0,N_R}^{PR} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(C-14)

MOCK 法的半變異圖和 OCK 法相同，計算方法詳如附錄 C1、C2。

3. 通用聯合克利金法UCK (Universal Co-Kriging technique)：

Schuurmans 等人(2007) [C4]使用雨量站觀測值，建立如(C-15)式的網格降雨估計式；同時視雷達觀測為降雨的空間趨勢指標，利用可以包含趨勢的通用克利金法，將雷達觀測值加入限制條件式中。

$$\hat{P}_0 = \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} G_i \tag{C-15}$$

對(C-15)式取期望值，在 Schuurmans 等人(2007) [C4]的研究中，假設雷達觀測降雨隨和雷達極座標距離 r 而變的誤差值已經修正，在空間中具有定常性，因此本研究簡稱其為 UCK 法。Schuurmans 等人(2007) [C4]基於 $m_j=\alpha_0+\alpha_1 R_j$ 假設，UCK 法採用的兩個不偏估式分別為：

$$\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} = 1 \tag{C-16a}$$

$$\sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} R_i = R_0 \tag{C-16b}$$

嚴格來說，UCK 法使用雷達觀測降雨值 R_j 當作趨勢指標後，就相當於不再視 R_j 為隨機變數，而是(C-17a)線性迴歸方程式中的定率預報子(predictor)，用來直接估計 P_j 值。因此，Schuurmans 等人(2007) [C4]的 m_j 和(C-17a)式中的 $\hat{P}_j$ 意義或許相同，但改用(C-17a)式表達，觀念相對比較清晰。

$$P_j = \hat{P}_j + \varepsilon_{Pj} = b_0 + b_1 R_j + \varepsilon_{Pj} \qquad \text{(C-17a)}$$

除此之外，Schuurmans 等人(2007) [C4]未直接寫出，但 UCK 法其實還隱含其他假設，包括(C-17b)式；(C-17a)式和(C-17b)式兩個迴歸估計式的係數均相同（若且為若截距b_0相同，則兩個誤差ε_{Pj}和ε_{Gj}的期望值都為 0）等。另一個看待 UCK 法不偏估式的角度，是 Schuurmans 等人(2007) [C4]認為雨量G_j和網格真實降雨量P_j兩者視為相同變數（但在其論文內並未說明）。

$$G_j = b_0 + b_1 R_j + \varepsilon_{Gj} \qquad \text{(C-17b)}$$

(C-17a)式和(C-17b)式所代表的雷達觀測誤差型態，和(C-3)式與(C-5)式相同，都包含乘法性誤差、加法性（偏估）誤差和隨機誤差。將(C-17a)和(C-17b)式代入(C-15)式，並取期望值，對於任意不確定係數b_0、b_1線性迴歸關係(C-17a)和(C-17b)，都能成立的條件即為(C-16a)式和(C-16b)式。

整合最小估計誤差平方和與不偏估條件的 UCK 法權重係數矩陣方程式為：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GG} & 1 & R_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_G,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{N_G,N_G}^{GG} & 1 & R_{N_G} \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ R_1 & \cdots & R_{N_G} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{G1} \\ \vdots \\ \lambda_{GN_G} \\ \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{0,1}^{GP} \\ \vdots \\ \gamma_{0,N_G}^{GP} \\ 1 \\ R_0 \end{bmatrix} \qquad \text{(C-18)}$$

相對於 OCK 法和 MOCK 法，(C-18)式的優勢很明顯。UCK 法的計算程序，可如附錄 C1、C2，先利用雨量站降雨觀測值統計得到點雨量的半變異圖γ^{GG}，再對估計網格作面積分得到γ^{GP}，即可整合估計；因為雨量站降雨觀測值的誤差較低，γ^{GG}和γ^{GP}空間關係統計結構的正確性相對較高；γ^{GR}、γ^{PR}和γ^{RR}則包含雷達觀測誤差，尤其是趨勢誤差更可能嚴重污染空間關係統計結構。不需使用雷達觀測的半變異圖，使 UCK 法整合估計值不受雷達觀測誤差污染統計結構的影響；實務上也可以避免類似 OCK 法，求解時需要找出最佳化修正係數β_R的過程。

4. 空間趨勢通用聯合克利金法UCKT (Universal Co-Kriging with Trend)：

若雷達觀測包含隨雷達為中心的極座標半徑r而改變的空間誤差趨勢，為避免如 Schuurmans 等人(2007) [C4]先去除雷達誤差趨勢，再整合估計降雨，存在二次迴歸估計的問題；替代做法，是直接將雷達誤差空間趨勢的不偏估式，利用拉格朗日乘數，與 UCK 法的條件整合，代入聯立求解的矩陣方程式內。例如，雷達降雨觀測包含隨極座標半徑r改變的線性誤差趨勢，則(C-17a)式和(C-17b)式可改為如下形式：

$$P_j = b_0 + b_1 R_j + b_2 r_j + \varepsilon_{Pj} \tag{C-19a}$$

$$G_j = b_0 + b_1 R_j + b_2 r_j + \varepsilon_{Gj} \tag{C-19b}$$

將(C-19a)式和(C-19b)式代入(C-15)式，取期望值，整理後可以得到：

$$b_0\left[\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}\right)-1\right]+b_1\left[\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}R_i\right)-R_0\right]+b_2\left[\left(\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}r_i\right)-r_0\right]=0 \tag{C-20}$$

(C-20)式中，不論三個係數b_0、b_1和b_2的數值為何，都能去除(C-19a)式和(C-19b)式雷達降雨觀測的加法性（偏估）誤差、乘法性誤差和空間趨勢誤差的條件，除了必須滿足(C-16a)式和(C-16b)式外，還要滿足：

$$\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}r_i = r_0 \tag{C-21}$$

利用三個拉格朗日乘數（Lagrange Multipliers），ν_1、ν_2和ν_3，整合最小誤差平方和條件和(C-16a)式、(C-16b)式、(C-21)式三個不偏估條件，得到線性趨勢的 UCKT 法求解權重係數的矩陣方程式：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{1,N_G}^{GG} & 1 & R_1 & r_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N_G,1}^{GG} & \cdots & \gamma_{N_G,N_G}^{GG} & 1 & R_{N_G} & r_{N_G} \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ R_1 & \cdots & R_{N_G} & 0 & 0 & 0 \\ r_1 & \cdots & r_{N_G} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{G1} \\ \vdots \\ \lambda_{GN_G} \\ \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{0,1}^{GP} \\ \vdots \\ \gamma_{0,N_G}^{GP} \\ 1 \\ R_0 \\ r_0 \end{bmatrix} \tag{C-22}$$

C.2.3模擬降雨資料

本節說明產生 OSE 法模擬真實雨量場資料，雨量站點降雨觀測資料，以及雷達觀測降雨資料的方法。真實雨量場資料，如(C-1)式，是合成一個非簡單函數的定率趨勢場；和符合指數型半變異圖統計結構、無空間趨勢的點降雨值的結果。五種包含不同誤差結構的雷達觀測，是分別合成真實雨量場網格平均值和五種不同的觀測誤差網格場的結果。

C.2.3.1真實雨量場

真實雨量場是$(50km)^2$的正方形區域，網格化的大小為$(1km)^2$。由(C-1)式，本研究模擬產生真實點雨量場$G(x,y)$的方式，是利用函數產生降雨趨勢場的定率分量$T(x,y)$；再利用克利金法產生各網格序率分量$z(x,y)$；最後，合成此二者為真實點雨量場。

趨勢場定率分量場$T(x,y)$是疊加 4 組二維高斯函數的結果，此 4 組參數的數值列於表 C-1，合成的降雨趨勢場如圖 C-1。二維高斯函數如(C-23)式：

$$\Gamma(x,y)=\frac{\exp\left[-\dfrac{(x-\mu_X)^2\sigma_Y^2-2(x-\mu_X)(y-\mu_Y)\rho_{XY}\sigma_X\sigma_Y+(y-\mu_Y)^2\sigma_X^2}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2\left(1-\rho_{XY}^2\right)}\right]}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\left(1-\rho_{XY}^2\right)^{1/2}} \tag{C-23}$$

表 C-1 合成降雨趨勢分量場$T(x,y)$的 4 組二維高斯函數參數

高斯函數編號	μ_x	μ_y	σ_x	σ_y	ρ_{xy}
1	20	12.5	30	15	-0.7
2	35	42.5	10	5	-0.5
3	35	30	6	6	0
4	15	30	8	8	-0.7

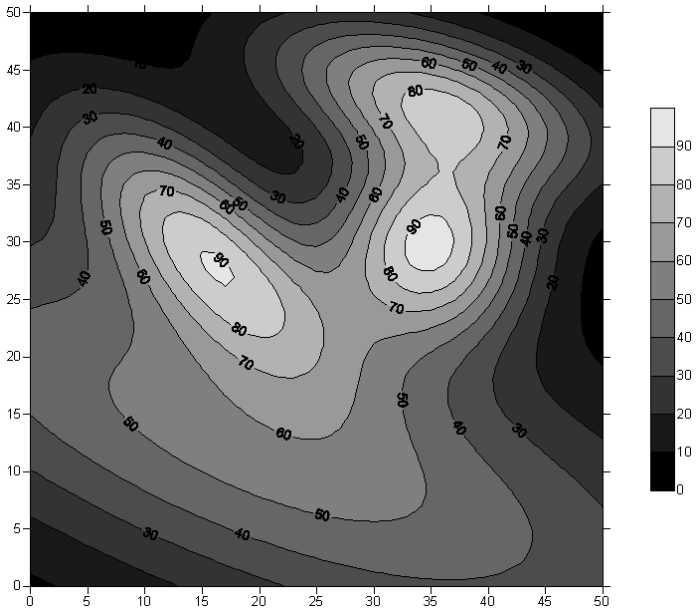


圖 C-1 合成的定率趨勢點雨量場 (單位：*mm/hr*)

產生真實點雨量序率分量場的計算方法如下：

1. 利用均勻分布的亂數產生器，在$x \in (0,50)$、$y \in (0,50)$的範圍內，產生100個點雨量的x座標和y座標。

2. 利用此 100 個點雨量的空間距離和協變異圖(covariogram)，計算點雨量之間的協變矩陣 **A** 。採用(C-24)式的指數型協變異圖，參數為：$\sigma^2 = 100\ (mm/hr)^2$、金塊效應$C_0 = 5\ (mm/hr)^2$、積分距離$L = 5$公里。(C-24)

式中 $\delta(0)=1$，對於 $d \neq 0$，$\delta(d)=0$。

$$\boldsymbol{cov}(d) = \delta(d) \cdot C_0 + \left[\sigma^2 - C_0\right] \boldsymbol{exp}\left(-d/L\right) \qquad \text{(C-24)}$$

3. 使用 Cholesky 分解法將協變異矩陣 **A** 拆解為左下半部三角形矩陣 **L** (lower triangle matrix)及其轉置矩陣 $\mathbf{L}^T$ 的乘積，即 $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$。

4. 將 **L** 後乘一個標準常態分佈、彼此不相關的隨機變數向量 **v**；令上述100個原始點雨量位置的序率分量值為 $\mathbf{z} = \mathbf{L}\mathbf{v}$；$E[\mathbf{z} \cdot \mathbf{z}^T] = E[\mathbf{L}\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^T\mathbf{L}^T] = \mathbf{L} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{L}^T = \mathbf{A}$ 證實 $\mathbf{z} = \mathbf{L}\mathbf{v}$ 的協變矩陣等於 **A**。

5. 利用 100 個定常的序率點降雨分量 **z**，以普通克利金法數值積分，計算 2500 個網格真實降雨量 P 的序率分量。

根據以上步驟產生的 100 個雨量站空間位置，以及降雨序率分量場的空間分佈如圖 C-2。

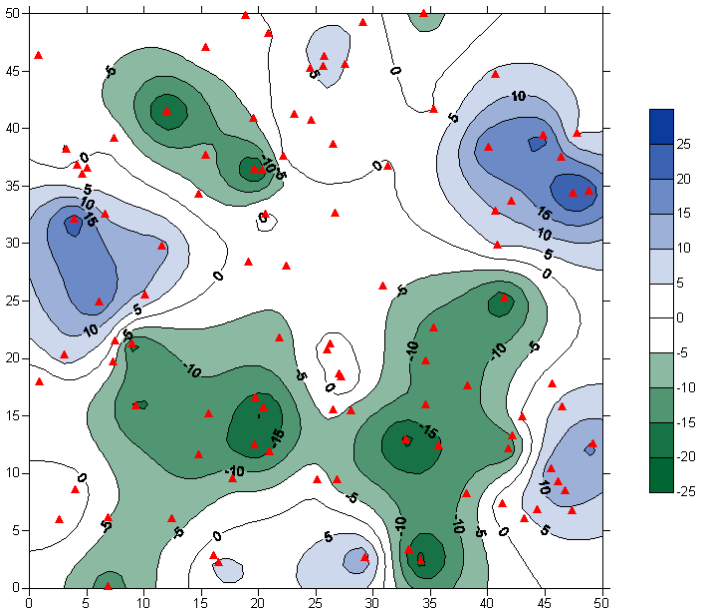


圖 C-2　產生 100 個點雨量的空間位置及真實點降雨序率分量場

合成圖 C-1 的點降雨量定率分量和圖 C-2 的點降雨量序率分量，得到 OSE 的真實點降雨量，其空間分佈示意如圖 C-3。

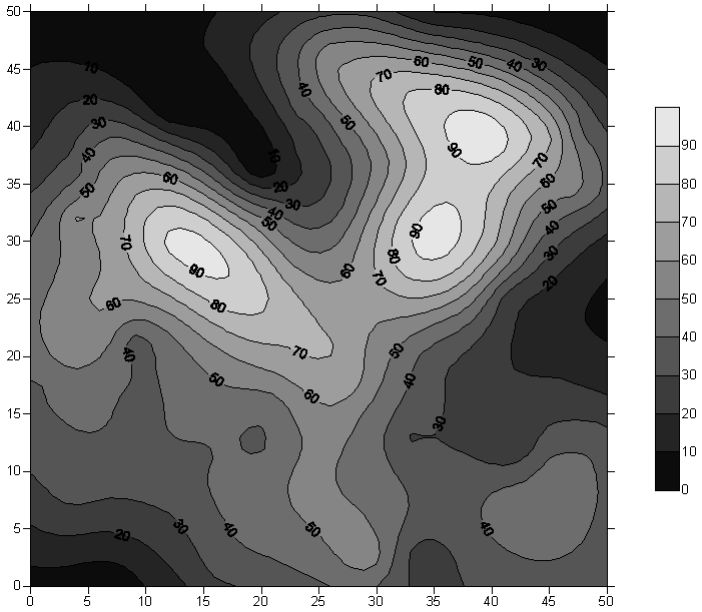


圖 C-3　模擬產生的真實降雨量場 (單位：*mm/hr*)

由 OSE 的真實點降雨量，計算網格平均真實降雨量P_0的方式如下：

$$P_0 = \frac{1}{\Delta x \Delta y}\int_{y_0}^{y_0+\Delta y}\int_{x_0}^{x_0+\Delta x}\left[T(x,y)+z(x,y)\right]dxdy \qquad \text{(C-25)}$$

最後，參考台灣本島雨量站分佈約為每 100 平方公里 1 站的密度，從產生真實點雨量場序率分量的 100 個點位置中，隨機選取 25 組位置座標，做為觀測點降雨量的雨量站位置。

C.2.3.2 雷達觀測雨量場

包含誤差的網格化雷達觀測如(C-3)式所定義，是網格真實降雨量和某種設計誤差場兩者合成的結果。五種誤差場設計，分別為：(1)白噪音加法性誤差(WN)；(2)含偏估的空間相關加法性誤差(AE)；(3)空間相關乘法性誤差(ME)；(4)空間趨勢誤差(TE)；以及(5)同時包含 AE、ME 和 TE 的綜合性誤差(AMTE)。

1. 產生空間不相關的白噪音加法性誤差ε (WN)的方式為：

　○　利用標準常態分佈亂數產生器，產生一組彼此不相關、長度 2500

個的隨機變數向量 $\mathbf{v}$。

○ WN 誤差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}=\sigma_\varepsilon\cdot\mathbf{v}$、$\boldsymbol{\varphi}=\underline{\mathbf{1}}$；其中，$\sigma_\varepsilon=5\ mm/hr$。

2. 產生包含偏估值的空間相關加法性誤差 ε (AE)，或空間相關乘法性誤差係數 ϕ (ME)的方式：

○ 使用每個網格中心點座標，由 AE 或 ME 誤差的半變異圖，計算 2500×2500 個網格中心點之間的協變異矩陣 $\mathbf{B}$。AE 和 ME 誤差的協變異圖型式均為(C-24)式的指數型，AE 誤差的參數為：$\sigma_\varepsilon^2=25\ (mm/hr)^2$、$C_0=0\ (mm/hr)^2$、$L_\varepsilon=10\ km$；ME 誤差的參數為：$\sigma_\phi^2=0.01\ (mm/hr)^2$、$C_0=0\ (mm/hr)^2$、$L_\phi=10\ km$。

○ 利用 Cholesky 分解法，計算 $\mathbf{B}$ 矩陣的左下三角矩陣 $\mathbf{L}$。

○ 將 $\mathbf{L}$ 後乘以標準常態分佈、彼此不相關的隨機變數向量 $\mathbf{v}$，再加上期望值向量，得到空間相關誤差值場。對於 AE，$\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{L}_\varepsilon\mathbf{v}+E[\boldsymbol{\varepsilon}]$、$\boldsymbol{\varphi}=\underline{\mathbf{1}}$，其中，$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{\varepsilon}]=\underline{\mathbf{5}}\ (mm/hr)$；對於 ME，$\boldsymbol{\varphi}=\mathbf{L}_\phi\mathbf{v}+E[\boldsymbol{\varphi}]$、$\boldsymbol{\varepsilon}=\underline{\mathbf{0}}$，其中，$E[\boldsymbol{\varphi}]=\underline{\mathbf{1}}$。

3. 產生極座標線性空間趨勢誤差 ε (TE)的方式：

○ 選擇圖 C-3 左下角(0,0)位置、極座標原點，作為虛擬的雷達位置。

○ 計算所有 2500 個網格中心點的極座標半徑向量 $\mathbf{r}$，令各網格的 TE 誤差值向量為 $\boldsymbol{\varepsilon}=a_1\cdot\mathbf{r}$、$\boldsymbol{\varphi}=\underline{\mathbf{1}}$，其中，$a_1=1\ (mm/hr)/km$。

4. 同時包含 AE、ME 和 TE 的綜合性誤差(AMTE)的方式：

○ 合成 AE 和 TE 兩種加法性誤差向量為 $\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{L}_\varepsilon\mathbf{v}+E[\boldsymbol{\varepsilon}]+a_1\cdot\mathbf{r}$，各參數和 AE 與 TE 誤差的相同。

○ ME 的空間相關乘法性誤差係數向量 $\boldsymbol{\varphi}=\mathbf{L}_\phi\mathbf{v}+E[\boldsymbol{\varphi}]$ 和參數均與 ME 誤差相同。

最後，將以上各種設計誤差的 $\boldsymbol{\varphi}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 向量，代入雷達誤差表示式(C-3)，合成某種特定誤差設計的雷達降雨觀測值向量，$\mathbf{R}=\boldsymbol{\varphi}\cdot\mathbf{P}+\boldsymbol{\varepsilon}$。

過去研究使用聯合克利金法估計空間降雨分佈時，不論是使用實際降雨觀測資料，或是模擬降雨資料，皆是利用雷達、雨量站降雨資料，直接擬合半變異圖模式。本研究的目的是探討兩類聯合克利金法避免受到雷達觀測降雨資料中不同類型誤差影響的能力。為避免半變異圖估計誤差，乃使用所有100個點雨量真實值和2500個網格真實降雨量，分別計算γ_{ij}^{GG}、γ_{ij}^{PP}和γ_{ij}^{GP}。若雷達觀測降雨不包含乘法性誤差，則使用產生加法性誤差、趨勢誤差的統計結構參數，和γ_{ij}^{PP}、γ_{ij}^{GP}，合成γ_{ij}^{PR}、γ_{ij}^{RR}和γ_{ij}^{GR}。若雷達觀測降雨包含乘法性誤差，則使用2500筆雷達資料、2500筆網格真實降雨量和100筆雨量站降雨資料，直接擬合各種半變異圖模式；在此過程中，假設$\gamma_{ij}^{PP}=\gamma_{ij}^{PG}=\gamma_{ij}^{GG}$、$\gamma_{ij}^{PR}=\gamma_{ij}^{GR}$。詳細作法請見附錄C2。

C.3 案例分析

本章將利用2.3節產生的網格或真實雨量場、雨量站點降雨值、和包含各種設計誤差的雷達觀測降雨值場，檢驗四種不同聯合克利金法去除雷達觀測誤差、正確估計網格面積降雨的能力。由推導四種聯合克利金法不偏估條件的過程可知，若雷達觀測誤差不包含極座標r的空間趨勢誤差時，使用UCK法或UCKT法估計的結果，理論上會大致相同；因此在檢討WN、AE、ME三種誤差時，只顯示OCK法、MOCK法和UCK法的整合估計結果。唯有在雷達觀測包含空間趨勢誤差，例如TE和AMTE兩種案例時，才納入評估UCKT法估計的結果。

為方便定量比較各聯合克利金法的估計結果，計算每個方法估計的網格降雨量和真實降雨量差值的均方根值(Root Mean Square Error, RMSE)。計算差值均方根使用(C-26)式，各種聯合克利金法、雷達觀測誤差型態組合估計實驗的RMSE值列於表C-2。同時也計算各誤差設計方案合成的雷達網格降雨誤差均方根，作為聯合克利金法估計值改進效果的參考。

$$RMSE=\sqrt{\frac{1}{N_{total}}\sum_{i=1}^{N_{total}}\left(\hat{P}_i-P_i\right)^2} \qquad \text{(C-26)}$$

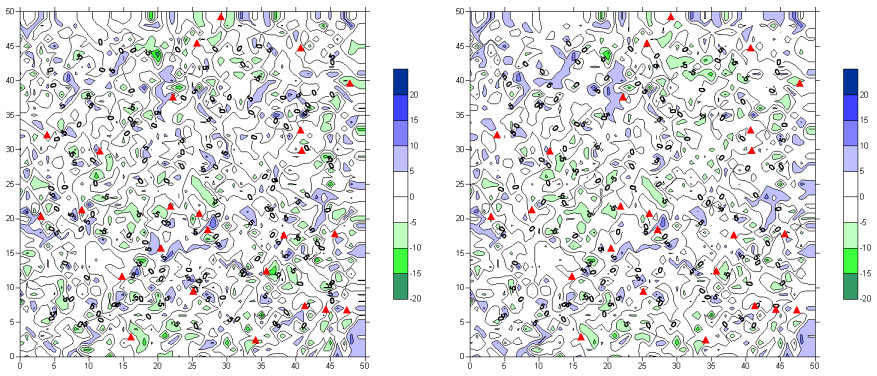
其中，N_{total}為網格點數量，$\hat{P}_i$為網格估計降雨量，P_i為網格真實降雨量。

表 C-2　不同雷達觀測誤差與不同聯合克利金法估計組合的 RMSE 值 (mm/hr)

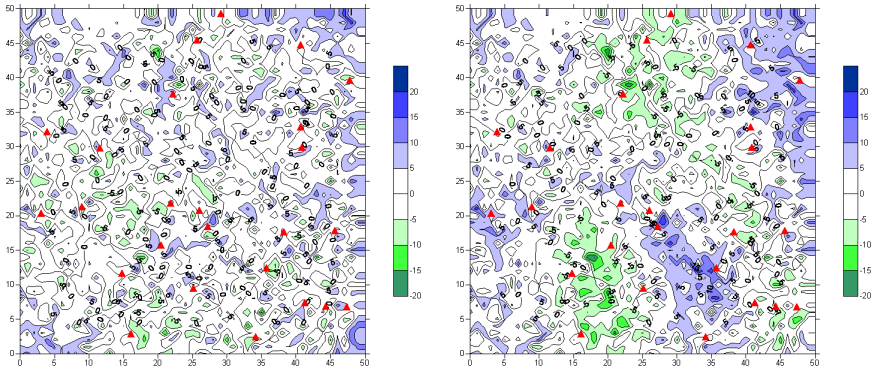
雷達誤差類別	聯合克利金整合估計方法				
	雷達觀測	OCK	MOCK	UCK	UCKT
WN	5.025	4.698	5.088	5.833	5.845
AE	7.327	7.008	4.345	4.198	4.169
ME	10.527	8.114	8.034	8.776	8.801
TE	40.212	17.540	0.814	6.439	1.357
AMTE	51.150	18.927	10.155	12.440	11.425

C.3.1 白噪音加法性誤差(WN)案例

圖 C-4(a)為雷達降雨觀測中所包含的白噪音加法性誤差(WN)，圖 C-4(b)、4(c)和 4(d)分別為 OCK 法、MOCK 法及 UCK 法利用包含 WN 誤差的雷達觀測，整合估計降雨量場和真實雨量場差異（估計誤差）的分佈圖。比較圖 C-4 中四個誤差分佈圖，可看出 OCK 法和 MOCK 法等兩種普通聯合克利金法整合估計的誤差，和雷達觀測誤差分佈型態相當類似；圖 C-4(d) UCK 法估計誤差分布，則和原始雷達降雨觀測誤差的分布型態不同，造成此項差異的原因，與通用聯合克利金法運用雷達觀測資料方式和普通聯合克利金法不同有關。



(a)　　(b)



(c) (d)

圖 C-4　雷達誤差型態為 WN，(a)雷達觀測誤差分佈圖，(b)、(c)、(d)分別為 OCK 法、MOCK 法以及 UCK 法估計得到的誤差分佈圖，單位皆為 *mm/hr*。圖中三角形點為 25 個雨量站的位置。

圖 C-5 為每個網格雷達降雨觀測值權重係數 λ_{R0} 的等值線圖，顯示：(1)除了鄰近雨量站的地方，雷達降雨觀測的權重係數都接近 1；由 OCK 法的不偏估式 $\lambda_{R0}+\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}=1$，可知各雨量站觀測值的權重係數都接近 0。究其原因，是雷達觀測和估計網格降雨的相關係數極高，所有測站點雨量和估計網格降雨的相關係數相對都很低；(2)若在估計網格內或其鄰近網格包含雨量站 k，則其權重係數會 $\lambda_{R0}+\lambda_{Gk}\approx 1$，所有其他雨量站觀測值的權重係數皆趨近於 0。比較表 C-2 中的四種估計法和雷達觀測的 RMSE 值，各方法的理論，以及 OCK 法的 λ_{R0} 分布，本研究得到以下看法：

1. OCK 法整合估計的 RMSE 值比雷達觀測誤差值略低。由圖 C-4(b)和圖 C-5，在雨量站附近因為權重無誤差的雨量站觀測，乃降低降雨估計中雷達觀測誤差的影響；全域面積平均的誤差 RMSE 乃略低於雷達觀測誤差的 RMSE。

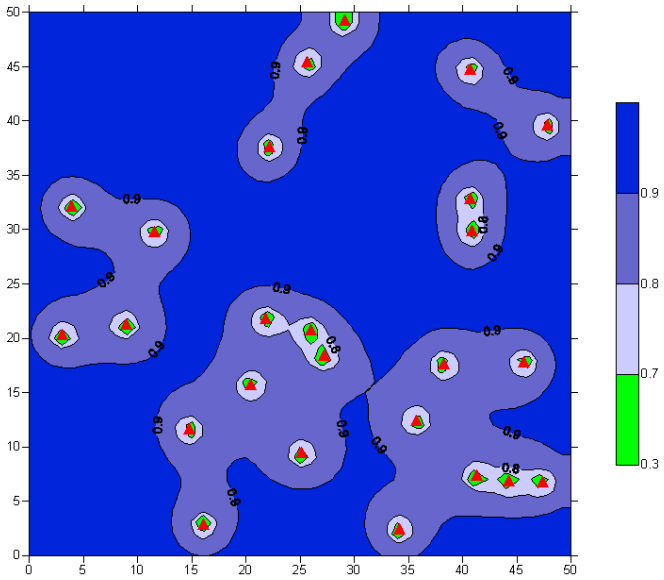


圖 C-5　OCK 法估計網格雷達觀測值權重係數λ_{R0}數值的空間分佈圖

2. MOCK 法整合估計的誤差 RMSE 比 OCK 法略高，而與雷達觀測誤差的 RMSE 數值大致相同。推測其原因，雖然 MOCK 法最小估計誤差變異數條件，權重雨量站和雷達觀測的二階統計結構和 OCK 法大致相同；但是 MOCK 法比 OCK 法的(C-7a)式，增加了(C-13b)與(C-13c)兩個對 WN 誤差型態並無改善效益的一階不偏估條件限制式。最小估計誤差變異數條件增加任何限制式，通常會使得估計誤差變異數偏離最小值；MOCK 法的二個額外限制式，乃略為增加 MOCK 法估計誤差的 RMSE 值。

3. UCK 法和 UCKT 整合估計的 RMSE 值都比 OCK 法、MOCK 法的大，也比雷達觀測誤差的 RMSE 值還高。UCK 法和 UCKT 法的雷達觀測是以一階不偏估條件限制式的方式，影響雨量站降雨觀測值的權重係數，和 OCK 法、MOCK 法不同；由圖 C-4(d)可以看出，因為兩種類型聯合克利金法一、二階統計結構的差異，UCK 法在距離雨量站較遠處，存在某種輕微的空間趨勢誤差，使得其 RMSE 值增加。其原因說明，請見 ME 誤差案例說明第 3 點。

4. WN 誤差案例綜合結論：若雷達觀測誤差型態為白噪音加法性誤差，無論使用 OCK 法、MOCK 法或 UCK 法，最多都只能在雨量站附近，利用權重方式略為降低雷達觀測誤差的影響。距離雨量站較遠的網格，則

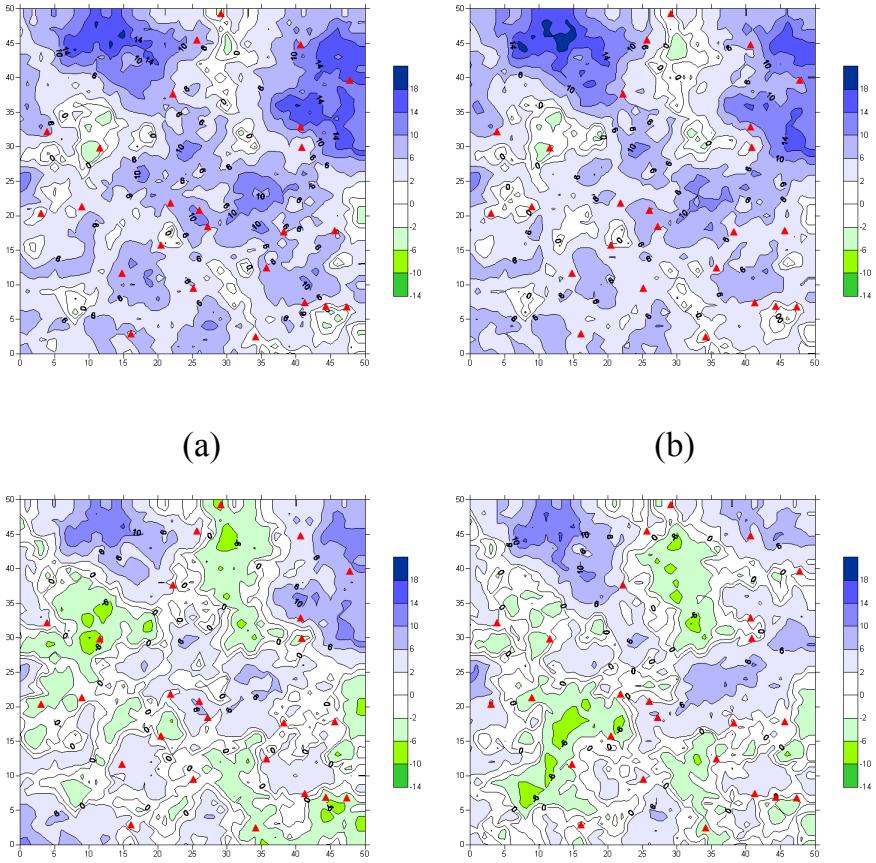
都傾向使用雷達觀測值，所以估計誤差和雷達原始觀測誤差數值接近。MOCK 法和 UCK 法都比 OCK 法多增加對於 WN 誤差無改進效益的一階限制式，會增加估計誤差變異數，因此估計誤差 RMSE 值都比 OCK 法高。

C.3.2 空間相關加法性誤差(AE)案例

圖 C-6(a)為雷達降雨觀測中所包含的空間相關加法性誤差(AE)，因為設計的 AE 誤差包含$E[\varepsilon]=5mm/hr$的高偏估，所以雷達觀測誤差多為正值。圖 C-6(b)、6(c)和 6(d)分別為 OCK 法、MOCK 法及 UCK 法利用包含 AE 誤差的雷達觀測，整合估計的降雨量場和真實雨量場差異（估計誤差）分佈圖。因為誤差數值區間和 WN 的圖 C-4 不同，圖 C-6 的色階也和圖 C-4 不同，但各子圖的色階相同；後續類似的圖，原則上亦採用相同方式。

比較圖 C-6 中的四種誤差分佈圖，可看出圖 C-6(b)的 OCK 法整合估計誤差和雷達觀測誤差分佈型態類似，高偏估值也仍然居多，無法避免受到雷達觀測包含 AE 誤差的影響，除了欠缺合適的不偏估條件的原因外；OCK 法的偏估期望值，約等於圖 C-5 的雷達觀測權重係數，和雷達觀測誤差的乘積。OCK 法主要是由鄰近點和網格觀測的空間協變統計關係，決定點雨量觀測和雷達觀測的權重係數，此兩類觀測的主要權重係數值，都介於 0 和 1 之間，1 減去單一雷達觀測權重係數，即等於估計網格鄰近雨量站觀測權重係數的和。改寫 OCK 法的式估計為：

$$\begin{aligned}\hat{P}_0 &= \sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}G_i + \lambda_{R0}R_0 \\ &= \sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}G_i + \lambda_{R0}R_0 + P_0\left[1-\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}-\lambda_{R0}\right] \\ &= P_0+\sum_{i=1}^{N_G}\lambda_{Gi}\left(G_i-P_0\right)+\lambda_{R0}\left(R_0-P_0\right)\end{aligned} \qquad \text{(C-27)}$$



(a) (b)

(c) (d)

圖 C-6　雷達誤差型態為 AE，其餘說明與圖 C-4 相同。

(C-27)式透過增加數值等於 0 的不偏估式和網格真實平均值 P_0 的乘積，將 OCK 法權重 G_i 和 R_0 的方程式，轉換為估計誤差值 $\hat{P}_0 - P_0$，等於各雨量站觀測差值 $G_i - P_0$ 和雷達觀測差值 $R_0 - P_0$ 權重平均的方程式。若對(C-27)式取期望值，因為雨量站不偏估（$\gamma_{GP} \approx \gamma_{PP}$，詳見附錄 C2），所以 OCK 法的偏估期望值，約等於雷達觀測權重係數和雷達觀測誤差的乘積。即圖 C-6(b)約等於圖 C-6(a)和圖 C-5(AE 案例的 λ_{R0} 分布圖和圖 C-5 中 WN 案例的 λ_{R0} 分布圖不同，但差異很小）每個對應網格數值的乘積。圖 C-6(c) MOCK 法和 6(d) UCK 法的估計誤差，顯示雷達觀測包含的高偏估值，在此二估計場已不存在；證實此二方法可以透過不偏估公式，減輕雷達觀測資料誤差對於整合估計降雨的影響。比對 MOCK 法和 OCK 法的估計誤差分布型態，可發現 MOCK 法調整全域雷達偏估值的結果，和 OCK 法誤差分佈型態仍然非常類似。表 C-3 為雷達包含 AE 誤差的幾種誤差值線性相關係數表，得以輔助說明以上觀察。

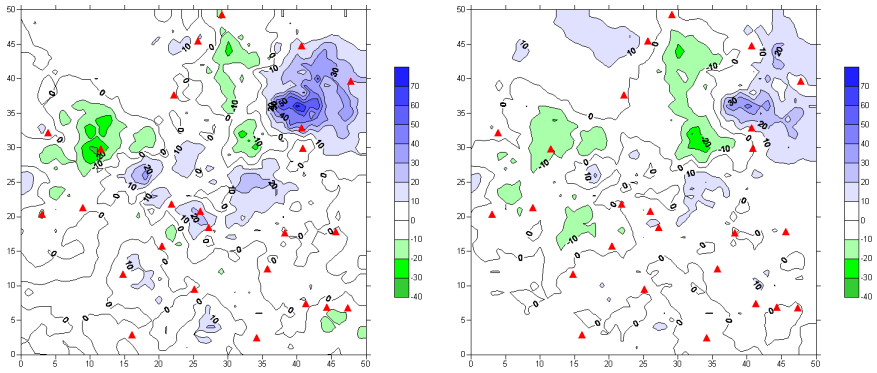
表 C-3　AE 雷達觀測誤差與不同聯合克利金法估計誤差的線性相關係數

誤差 A	誤差 B	ρ_{AB}
ε_R	ε_{OCK}	0.951
$\lambda_{R0}^{WN} \cdot \varepsilon_R$	ε_{OCK}	0.962
ε_{OCK}	ε_{MOCK}	0.958
ε_{OCK}	ε_{UCK}	0.849

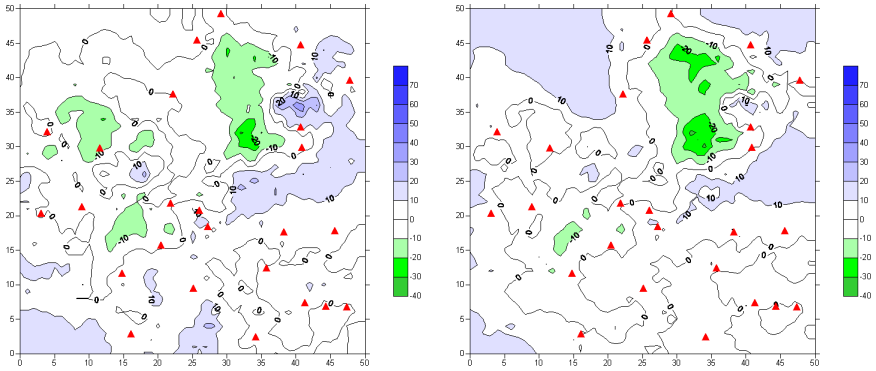
表 C-2 的誤差 RMSE 值顯示，雷達觀測原始誤差變異數約為 7.33 (mm/hr，其餘單位亦相同)，OCK 法整合雨量站觀測的估計，比直接利用雷達觀測估計降雨的誤差小，RMSE 值為 7.01。MOCK 法、UCK 法和 UCKT 法去除雷達觀測資料中的偏估趨勢後，RMSE 值都降到 4.0~4.5 之間。UCK 法和 UCKT 法的 RMSE 又比 MOCK 法的略小。MOCK 法、UCK 法和 UCKT 法都仍然會受到雷達觀測加法性誤差在空間中相關性的影響。

C.3.3 空間相關乘法性誤差(ME)案例

圖 C-7 各子圖的編排方式和呈現的內容，均與圖 C-4 和圖 C-6 相同；不同的地方，是本案例的雷達觀測降雨包含的是空間相關乘法性誤差(ME)。乘法性係數誤差(ME)的特性，是當網格真實降雨量愈大，經乘法係數放大或縮小，造成雷達觀測和真實降雨的差異也愈大。比較圖 C-7 各子圖的誤差特徵分布，和 OCK 法、MOCK 法、UCK 法整合估計的理論，本文分析得到以下看法：



(a)　　(b)



(c) (d)

圖 C-7 雷達觀測誤差型態為 ME，其餘說明與圖 C-4 相同。

1. 圖 C-7(b)的 OCK 法估計誤差的空間分佈，與圖 C-7(a)雷達觀測誤差的分布型態類似，但誤差程度在絕大多數區域都有減輕。

2. 與 AE 案例中相同，MOCK 法誤差和 OCK 法誤差線性相關程度高。本案例顯示圖 C-7(b)中 OCK 法估計誤差的極端值，包括約在(40, 37)位置雷達高估誤差最高處，以及在(10, 29)位置雷達低估誤差最深處，MOCK 法對應的估計誤差，如圖 C-7(c)，在程度上都有減輕。顯示 MOCK 法除了如 AE 案例中，能去除 OCK 法所不能去除的偏估外；當全域偏估不是主要問題、而是空間相關的局部區域偏估時，MOCK 法能降低乘法性誤差值，縮小誤差的絕對值。其結果使得表 C-2 中，MOCK 法誤差的 RMSE 值比 OCK 法的略為降低。

3. UCK 法的兩個不偏估條件，是建立在(C-17a)和(C-17b)兩式，真實降雨量和雷達觀測值兩者符合線性迴歸關係的假設之上。因此，當雷達觀測值（而非誤差值）愈極端，則估計值同樣愈極端；這點和 OCK 法、MOCK 法權重雨量站和雷達觀測，等同於權重兩種觀測誤差的統計概念不相同。在 WN、AE 和 ME 案例都可看到，UCK 法的誤差分布型態和雷達誤差、OCK 法、MOCK 法不相同，表 C-3 的相關係數亦輔助說明。因為如此，所以 UCK 法估計誤差與圖 C-3 類似，而與 7(a)的分布型態較不相同。

4. 如圖C-7(c)，UCK法低估圖C-3 中東北角的最大降雨區，高估了在降雨場東部中央、東北角、西北角和西南角等四處無雨量邊界區的降雨。造

成此誤差型態的可能性有二，一是UCK法不能有效「外插」沒有雨量站包圍區域的降雨量（此點將在TE案例中詳述）；另一是表示(C-16a)、(C-16b)兩不偏估式，去除的截距和斜率值不正確，導致系統性偏估。雖然通用克利金法的不偏估式，理論上可以去除任意的截距值和斜率值，但是因為本研究的UCK法和一般通用克利金法使用空間座標為指標、去除隨機域的空間趨勢不同[5]；UCK法承Schuurmans等人(2007) [C4]使用的指標，是彼此間具有空間相關性的雷達資料，$\boldsymbol{cov}\left(R_i, R_j\right) \neq 0$。如附錄C2的圖C2-2，ME誤差型式的半變異圖為球形模式，影響半徑$\alpha = 20km$，並未遠小於雨量場範圍的$50km$；乘法誤差係數的空間相關性，也會進入到雷達觀測的半變異圖中。透過聯立求解的隱性方式運作，低估了雷達觀測資料間的變異數、空間相關係數、以及(C-17a)、(C-17b)式中的斜率等，因此在圖C-7(d)中，出現高估最小降雨、低估最大降雨的問題。

5. 在上述降雨量數值趨近於 0 的四個邊界區，經乘法係數調整後的雷達觀測降雨量誤差值很小，和空間中其他誤差值相比，可予忽略。在這四區內，因為沒有鄰近的雨量站，所以 OCK 法的推估，主要是相信雷達觀測降雨量。基於相信雷達觀測，和雷達觀測誤差可予忽略，因此在此四個無雨量站邊界區域的降雨量估計，是不偏估、且估計值相當正確的。

6. 本研究選擇網格真實降雨強度大於 20mm/hr 的所有網格資料，以雷達降雨觀測值除以真實降雨量作為橫軸，以估計降雨量和真實降雨量的比值作為縱軸，繪圖 C-8。由圖 C-8 可看出斜率由高而低依序是 OCK 法、MOCK 法和 UCK 法；斜率愈低表示方法避免受到雷達觀測誤差影響的能力強，0 截距、0 斜率表示不論雷達觀測誤差是大或小，整合估計的結果都不偏估。從斜率角度來看，UCK 法最佳。但比較表 C-2 中 ME 案例的 RMSE 值，發現 MOCK 法的 8.034 mm/hr 最小，其次是 OCK 法的 8.114mm/hr，UCK 法的 8.776mm/hr 最高；其原因除了可以比較圖 C-7(b)、7(c)、7(d)外，由圖 C-8 亦可看出，UCK 法的估計比值最為分散。此結果顯示 UCK 法使用雷達作為指標具有較不偏估的優勢，但是未能

[5] 空間座標自變數之間彼此相互獨立。

考慮雷達觀測之間，及其和測站降雨觀測之間的空間關係；當雷達觀測包含較大誤差變異數時，估計誤差變異數可能超過 OCK 法和 MOCK 法。

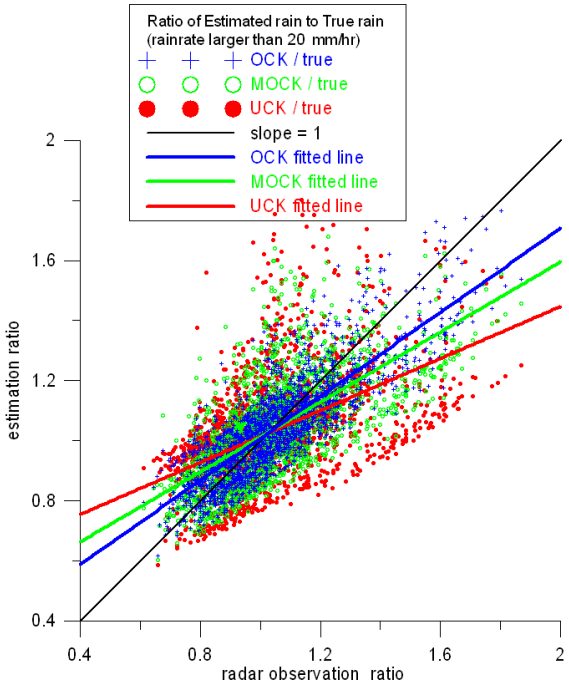


圖 C-8　ME 雷達誤差結構於真實降雨大於 20 mm/hr 時，不同估計方法的估計降雨與真實降雨比值分佈圖，最上層點為 OCK 法，最下層點為 UCK 法。

C.3.4 空間趨勢誤差(TE)案例

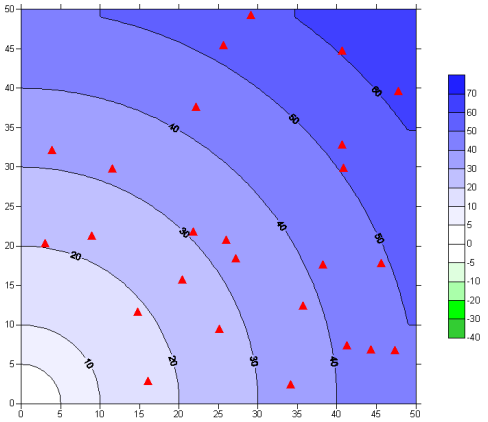
圖 C-9 為 TE 型態的雷達觀測誤差，以及利用 OCK 法、MOCK 法、UCK 法及 UCKT 法等四種整合估計方法得到的誤差分佈圖。圖 C-9(a)顯示雷達觀測誤差是以(0,0)為原點，隨極座標 r 向外遞增的誤差趨勢。

1. 圖 C-9(b)和圖 C-9(d)顯示在雨量站附近，OCK 法、UCK 法都可以大幅降低估計誤差，離雨量站較遠處誤差較大，但兩者的原因不同。如附錄 C2 的推導，TE 案例因為空間趨勢進到雷達觀測資料的半變異圖中，導致 OCK 法相對比較相信雨量站的觀測，因此產生上述誤差分佈型態。

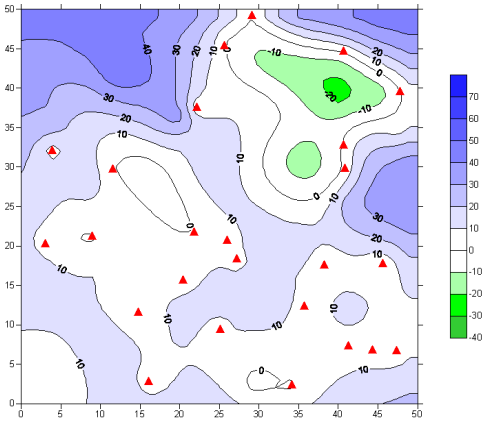
2. 在此案例中，TE 誤差為一種加法性、空間規律的誤差。圖 C-9(d)

的誤差分佈顯示，在雨量站包圍的「內插」範圍內，同時雨量站間距離小於影響半徑α的網格，UCK 法可以有效去除規律的空間內插，並未出現如圖 C-7(b)低估最大降雨、高估最小降雨的問題。表 C-示若雷達觀測資料未受到乘法性誤差污染，影響到(C-17a)、(C-17b)式中線性迴歸係數的斜率，則只會在沒有雨量站包圍，或和最近雨量站距離超過影響半徑α的「外插」區域，會有較大的偏估問題。

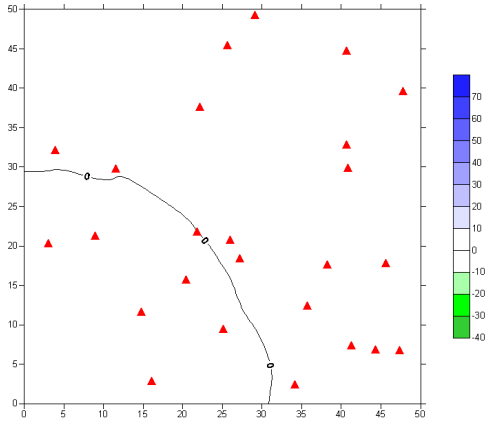
3. 如圖 C-9(c)和 C-9(e)，MOCK 法和 UCKT 法，都可以正確去除自變數極座標r的空間趨勢，估計誤差都接近 0。



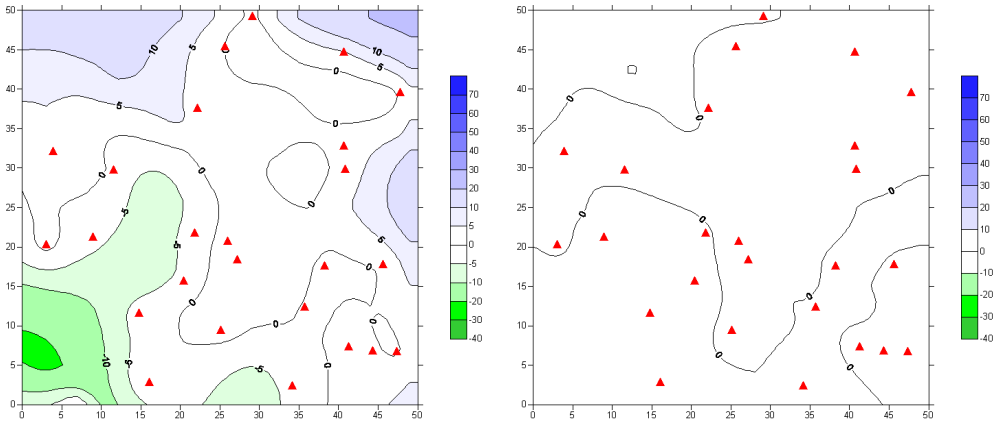
(a)



(b)



(c)



(d) (e)

圖 C-9　雷達觀測誤差型態為 TE，(a)雷達觀測誤差分佈圖，(b)、(c)、(d)、(e)分別為 OCK 法、MOCK 法、UCK 法、UCKT 法估計得到的誤差分佈圖，單位皆為 *mm/hr*。圖中三角形點為 25 個雨量站的位置。

4. 圖 C-10 是選擇真實降雨量數值介於 30 至 35 *mm/hr* 的所有估計網格，以各網格和雷達距離為橫軸，各方法估計誤差值為縱軸的散佈圖。由圖可看出，MOCK 法的誤差最趨近於零，且與極座標距離 r 無關；其次是 UCKT 法。此圖呈現的誤差變異數，與表 C-2 中四種方法的誤差 RMSE 相同，MOCK 法 0.814 *mm/hr*，其次 UCKT 法 1.357 *mm/hr*，UCK 法 6.439 *mm/hr*，OCK 法 17.54 *mm/hr* 相當一致。比較 MOCK 法和 UCK 法的不偏估式，推測圖 C-10 中 UCKT 法偏離 MOCK 法水平線的原因，還是與 TE 法案例的第 2 點看法相同，應是因為在非雨量站包圍的「外插」偏估，或雷達觀測指標本身的空間相關性所造成。

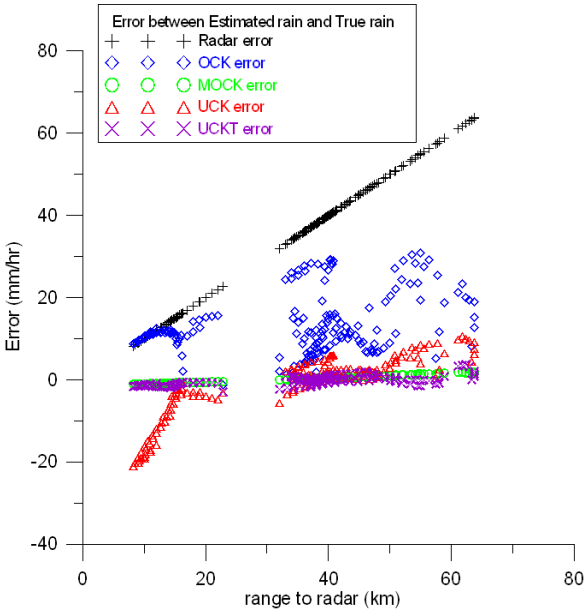


圖 C-10 TE 雷達誤差結構於固定真實雨量區間 (30 至 35mm/hr)，不同估計方法的估計降雨與真實降雨誤差分佈圖

C.3.5 綜合性誤差(AMTE)案例

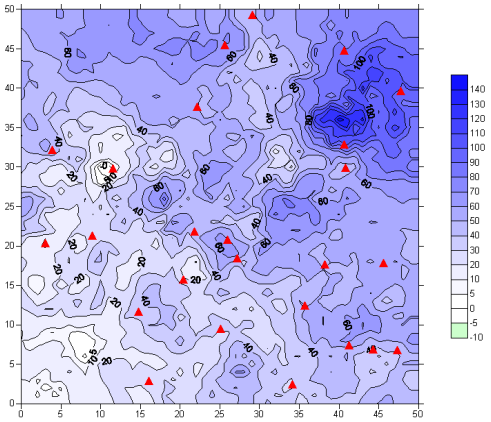
同時包含 AE、ME 和 TE 三種誤差的 AMTE 的估計誤差分佈如圖 C-11。圖 C-11(a)為 AMTE 雷達觀測與真實降雨的誤差分佈圖，圖中可看出雷達觀測在分析範圍右上方有降雨嚴重高估的情形；圖 C-11(b)、(c)、(d)、(e)分別表示 OCK、MOCK、UCK 及 UCKT 法的估計誤差分佈圖。

1. 由圖 C-11(b)可看出，因為趨勢誤差數值主控，所以 OCK 法的估計誤差和圖 C-9(b)的誤差分布型態一致。誤差的 RMSE 值也顯示相同的結果，和在前述幾種案例中的推論一致。

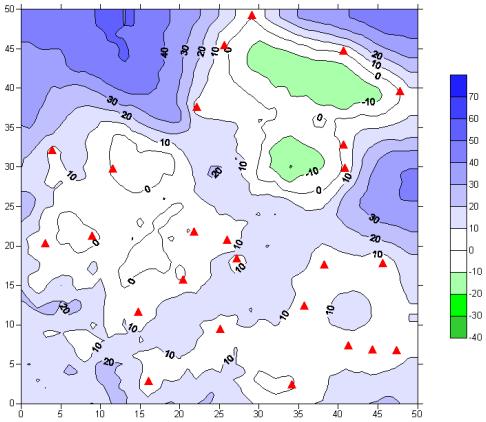
2. 圖 C-11(c)顯示，MOCK 法可以有效去除加法性偏估和空間趨勢誤差，因為權重雷達和雨量站觀測的原理，所以會低估最大降雨、高估最小降雨。估計誤差變異數的 RMSE，如表 C-2，在四種方法中為最小值，10.155 *mm/hr*；次小是 UCKT 法的 11.425 *mm/hr*，UCK 法的 12.440 *mm/hr*，OCK 法的值 18.927 *mm/hr* 最大。

3. 圖 C-11(d)和 11(e)顯示 UCK 和 UCKT 法的估計誤差形態類似，都低估最大降雨，偏估無雨量站包圍的「外插」區域降雨；UCKT 法

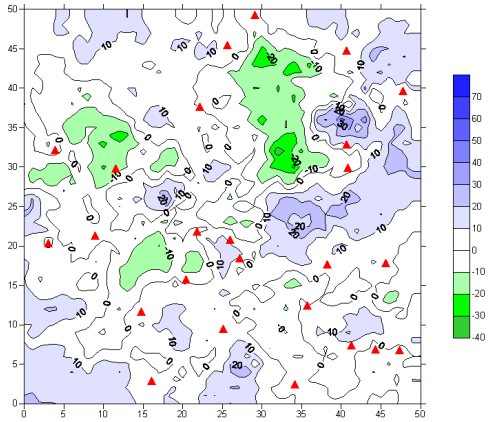
因為去除空間趨勢的效果較佳，因此估計誤差變異數的 RMSE 值比 UCK 法的略低。



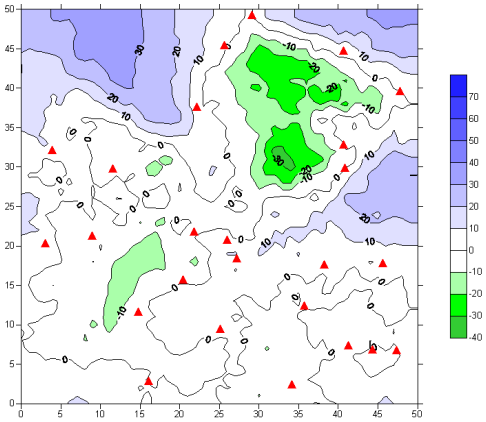
(a)



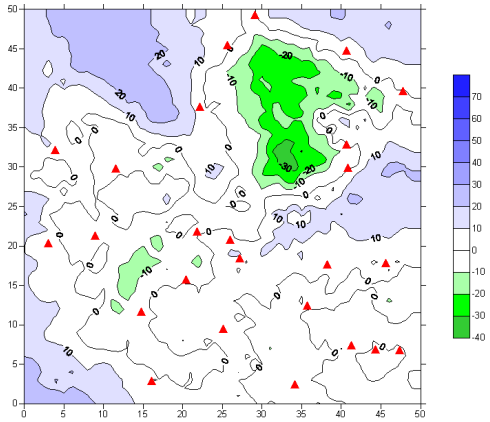
(b)



(c)



(d)



(e)

圖 C-11 雷達誤差型態為 AMTE，其餘說明與圖 C-8 相同。

4. 圖 C-12 和圖 C-8 類似，取網格真實降雨強度大於 20 mm/hr 的所有網格降雨量，以雷達降雨觀測值除以真實降雨量作為橫軸，以估計降雨量和真實降雨量的比值作為縱軸。圖 C-12 顯示，斜率由高而低依序是 OCK 法、UCK 法；最低是 MOCK 法和 UCKT 法，後兩者接近；四種方法都無法完全去除空間趨勢。表示當雷達觀測資料混雜有多種型態誤差時，便無法如 TE 案例中幾乎可以完全去除空間趨勢的理想狀態。

5. 圖 C-13 和圖 C-10 類似，選擇真實降雨量數值介於 30 至 35 mm/hr 的所有估計網格，以各網格和雷達距離為橫軸，各方法估計誤差值為縱軸的散佈圖。圖 C-13 顯示各種方法的誤差分佈，可看出誤差分佈型態不似圖 C-10 只有空間趨勢誤差的單純。除了 OCK 法的散佈明顯較廣外，其他三種方法的分布大致接近。

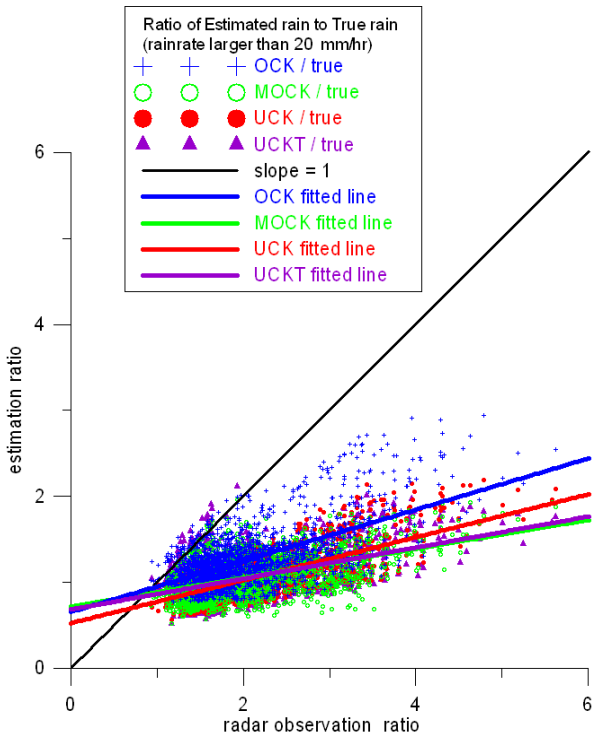


圖 C-12 AMTE 雷達誤差結構於真實降雨大於 20 mm/hr 時，不同估計方法的估計降雨與真實降雨比值分佈圖

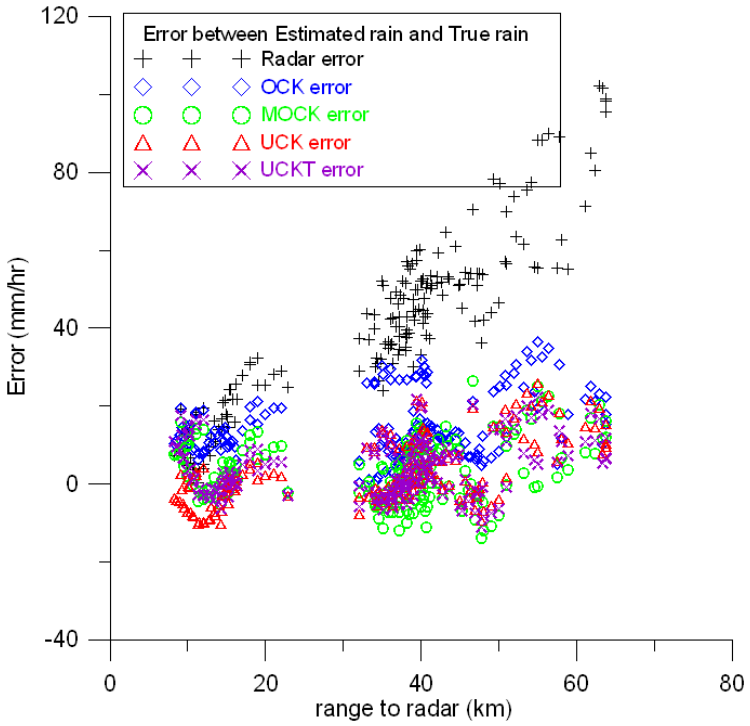


圖 C-13 AMTE 雷達誤差結構於固定真實雨量區間 (30 至 35mm/hr)，不同估計方法的估計降雨與真實降雨誤差分佈圖

C.4 結論

本研究利用 OSE 的作法，假設雨量站觀測不含誤差，在不同雷達誤差設計型態下，使用四種不同的雷達與雨量站整合策略估計，評估各方法避免受到雷達觀測誤差影響，正確估計空間降雨分佈的能力。

OCK 法由於僅使用一筆雷達觀測，配合地面雨量站觀測整合估計降雨時，不能避免加法性偏估、趨勢誤差。若雷達觀測誤差型態為常數乘法係數性誤差，則 OCK 法理論上可以除此向雷達誤差。鄰近雨量站的估計值主要相信雨量站觀測；估計網格距離雨量站較遠時，則相信估計網格的雷達觀測值。

MOCK 法可以有效去除加法性偏估值和空間趨勢誤差，整合估計也可以減低乘法性誤差的影響。相對於 UCK 法和 UCKT 法，MOCK 法較能正確表現雨量站觀測、雷達觀測各自之間，和相互的空間關係；在本論文的設計案例中，估計誤差的 RMSE 值經常是各方法中最低者。

UCK 法和 UCKT 法類似，兩個方法的不偏估條件，都是建立在共網格雷達降雨和真實降雨量（或雨量站觀測值）兩者符合線性迴歸關係的假設之上；與 OCK 法、MOCK 法權重雨量站、雷達觀測的概念不相同。UCK 法和 UCKT 法可以避免受到雷達觀測值中加法性偏估值的影響；若雷達觀測包含乘法性誤差，則會傾向低估無雨量站位置的最大降雨、高估無雨量站位置的最小降雨；同時傾向偏估無雨量站包圍的降雨場邊緣「外插」區域降雨。UCK 法和 UCKT 法不需要估計雷達觀測之間的半變異圖，以及雷達觀測和雨量站之間的半變異圖，對於包含各種誤差型態的雷達資料而言，是一項很大的優勢。

C.5 參考文獻

1. Wilson, J. W., and E. A. Brandes, 1979: Radar measurement of rainfall: A summary. Bull. Amer. Meteor. Soc., 60, 1048–1058.

2. Krajewski, W. F., 1987: Cokriging radar-rainfall and rain gage data. J. Geophys. Res., 92 (D8), 9571–9580.

3. Creutin, J. D., G. Delrieu, and T. Lebel, 1988: Rain measurements by rain gauge–radar combination: A geostatistical approach. J. Atmos. Oceanic Technol., 5, 102–115.

4. Schuurmans, J. M., M. F. P. Bierkens, E. J. Pebesma, and R. Uijlenhoet, 2007: Automatic Prediction of High-Resolution Daily Rainfall Fields for Multiple Extents: The Potential of Operational Radar. J. hydrometeor., 8, 1204-1224.

5. Seo, D. J., W. F. Krajewski, A. Azimi-zonooz, and D. S. Bowles, 1990a: Stochastic interpolation of rainfall data from rain gauges and radar using cokriging. 2. Results. Water Resour. Res., 26, 915–924.

6. Seo, D. J., W. F. Krajewski, and D. S. Bowles, 1990b: Stochastic interpolation of rainfall data from rain gauges and radar using cokriging. 1. Design of experiments. Water Resour. Res., 26, 469–477.

7. Steiger, B. von, R. Webster, R. Schulin, & R. Lehmann, 1996: Mapping heavy metals in polluted soil by disjunctive kriging. Environmental Pollution, Vol. 94, No. 2, pp. 205-215.

附錄C1　由點雨量協變異函數推導網格雨量協變異函數

本研究假設雨量站之點雨量觀測即為該點之真實雨量值，並令其為具有定常性以及等向性的空間隨機變數，如本文(C-24)式，選擇指數型協變異圖擬合點雨量的協變異函數，如(C1-1)式所示，各項符號和本文相同。

$$\boldsymbol{cov}_{GG}(d_{ij}) = \delta(d_{ij}) \cdot C_0 + \left[\sigma_G^2 - C_0\right] \boldsymbol{exp}\left(-d_{ij}/L\right) \qquad \text{(C1-1)}$$

由本文(2)式計算網格面積平均真實降雨量的定義，任意點雨量G_i和網格真實降雨P_j之間協變異圖$\boldsymbol{cov}_{GP}(d_{ij})$的計算方式如下：

$$\boldsymbol{cov}_{GP}(d_{ij}) = \frac{1}{A}\int_{A_j} \boldsymbol{cov}_{GG}(d_{mi})dA_m = \frac{\sigma_G^2 - C_0}{A}\int_{A_j} \boldsymbol{exp}\left(-\frac{d_{mi}}{L}\right)dA_m \qquad \text{(C1-2)}$$

其中，d_{ij}為點雨量位置(x_i, y_i)到網格j中心點的距離，A_j為網格面積，d_{im}為點雨量位置到dA_m之間的距離，示意如圖 C1-1。

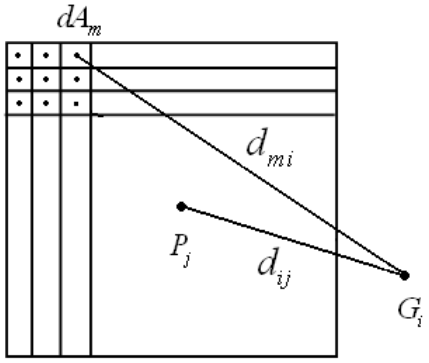


圖 C1-1 網格內各點與雨量站之間距離關係圖

同理，任兩個網格的真實降雨量P_i和P_j之間的協變異圖，$\boldsymbol{cov}_{PP}(d_{ij})$，為此二網格中所有點雨量雙重積分的結果，表示如(C1-3)式；其中，d_{nm}為P_i中微小面積dA_n與P_j中微小面積dA_m之間的距離。

$$\boldsymbol{cov}_{PP}(d_{ij}) = \frac{1}{A^2}\int_{A_j}\int_{A_i} \boldsymbol{cov}_{GG}(d_{mn})dA_m dA_n = \frac{\sigma_G^2 - C_0}{A^2}\int_{A_j}\int_{A_i} \boldsymbol{exp}\left(-\frac{d_{mn}}{L}\right)dA_m dA_n$$

(C1-3)

因為雨量網格為正方形，本研究利用數值方法檢驗$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$非等向性偏

離平均值的程度。如圖 C1-2，某點雨量G_i與網格降雨P_j中心點的方位角為θ_{ij}，距離為d_{ij}。假設$\Delta x=\Delta y$，點雨量正規化的積分距離為$L/\Delta x=5$，選擇固定的正規化距離$d_{ij}/\Delta x$，方位角θ_{ij}由 0 度變化至 180 度，分別計算$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}/\Delta x,\theta_{ij}\right)$的值；再計算 0 至 180 度不同方位角的平均值$\overline{\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}/\Delta x\right)}$；最後，計算各方位角偏離平均值的百分比：

$$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d,\theta\right)\ \boldsymbol{error\%}=\left[\frac{\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d,\theta\right)}{\overline{\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d\right)}}-1\right]\times 100\% \qquad \text{(C1-4)}$$

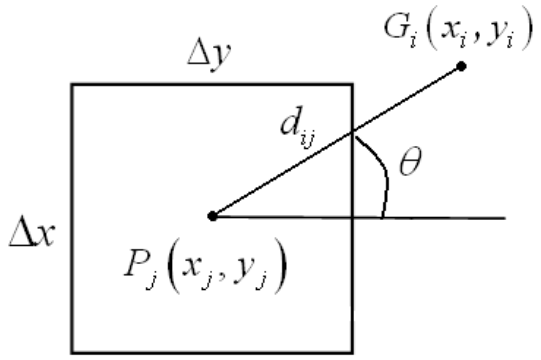
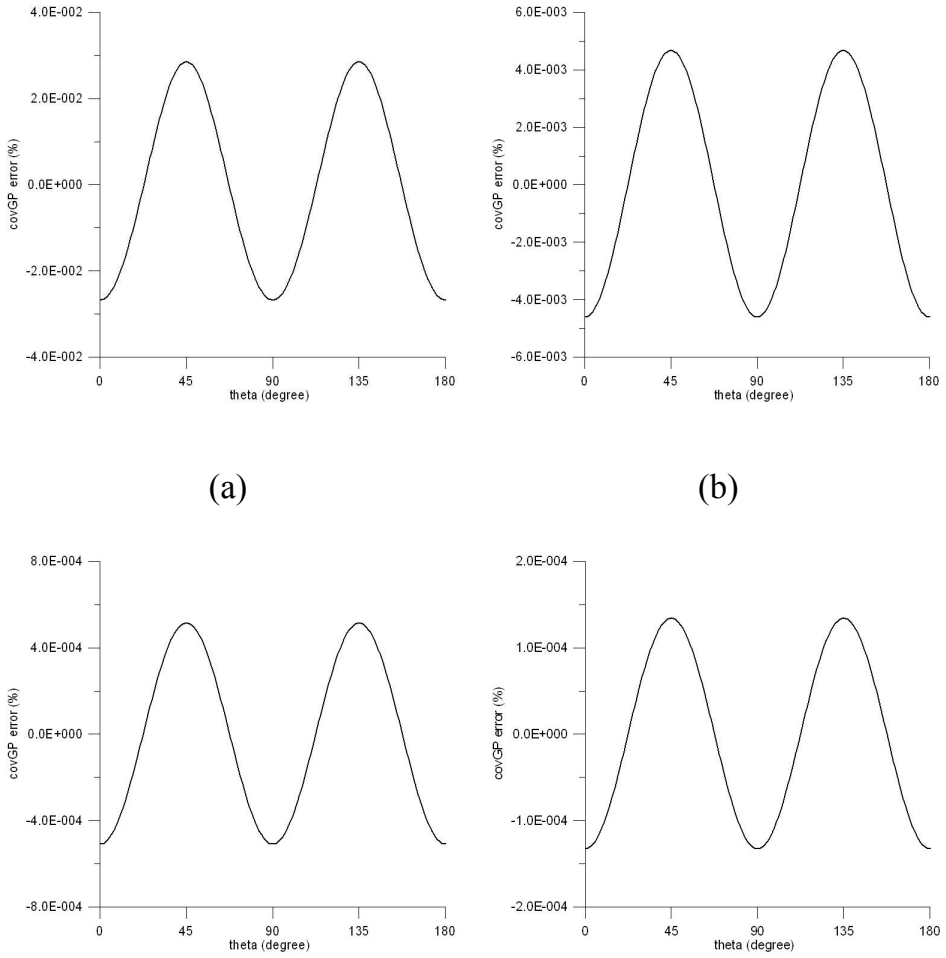


圖 C1-2 點雨量和網格降雨量之間距離d_{ij}和方位角θ的示意圖

以方位角為橫軸，$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(\theta\right)$ $\boldsymbol{error\%}$為縱軸，繪各角度$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(\theta\right)$偏離平均值的百分比如圖 C1-3。圖 C1-3 的(a)、(b)、(c)、(d)分別是$d_{ij}/\Delta x=1$、2、5 和 10 的非等向差異百分比隨角度的變化關係。由圖 C1-3 的四個圖中可發現，對於相同距離$d_{ij}/\Delta x$值，協變異數在 45 度及 135 度時比平均值高最多，在 0 度、90 度以及 180 度時比平均值低最多；隨著距離增加，偏離平均值的百分比值減小，圖 C1-3(a)顯示$d_{ij}/\Delta x=1$ 時，最大偏差百分比約為$\pm 0.03\%$，$d_{ij}/\Delta x=10$ 時，最大偏差百分比不到$\pm 0.00015\%$。由以上結果發現，雖然$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}/\Delta x\right)$值會隨著$G_i$與$P_j$的方位角改變，但偏離平均值的百分比值很低，將$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}/\Delta x\right)$視為等向性的誤差不大。同理，網格降雨和量網格降雨量之間協變異圖$\boldsymbol{cov}_{PP}\left(d_{ij}/\Delta x\right)$值因為非等向性偏離平均值的特性亦相同。



(a) (b)

(c) (d)

圖 C1-3 (a)、(b)、(c)、(d)分別為 $d_{ij}/\Delta x$ 值為 1、2、5、10 時，點雨量和網格降雨量協變異圖在不同方位角時，偏離協變異圖平均值的百分比值

其次，檢討 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$ 和 $\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$ 差異隨距離 d_{ij} 的變化。兩個主要長度參數，分別是正規化距離 $d_{ij}/\Delta x$ 和正規化積分距離 $L/\Delta x$。圖 C1-4(a)至 A4(d)的正規化積分距離 $L/\Delta x$ 數值分別為 1、2、5 和 10；四個圖的方位角皆為 $\theta = 0^{\circ}$，橫軸為正規化距離 $d_{ij}/\Delta x$，縱軸為 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$ 與 $\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$ 差異 $\boldsymbol{cov}_{GP}/\boldsymbol{cov}_{GG} - 1$ 的百分比值。由圖 C1-4 可看出：(1)雨量站和網格中心點距離 $d_{ij}/\Delta x$ 愈小，以 $\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$ 代表 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$ 的誤差百分比絕對值愈大；(2)積分距離 $L/\Delta x$ 愈小，則 $d_{ij}/\Delta x \to 0$ 時以 $\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$ 代表 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$ 的誤差百分比值愈大；(3)當積分距離 $L/\Delta x$ 大於或等於 5 時，以 $\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$ 代表 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$，在

$d_{ij}/\Delta x \to 0$ 時的誤差百分比絕對值已經小於1/1000，在 $d_{ij}/\Delta x > 5$ 時的誤差值可以忽略。

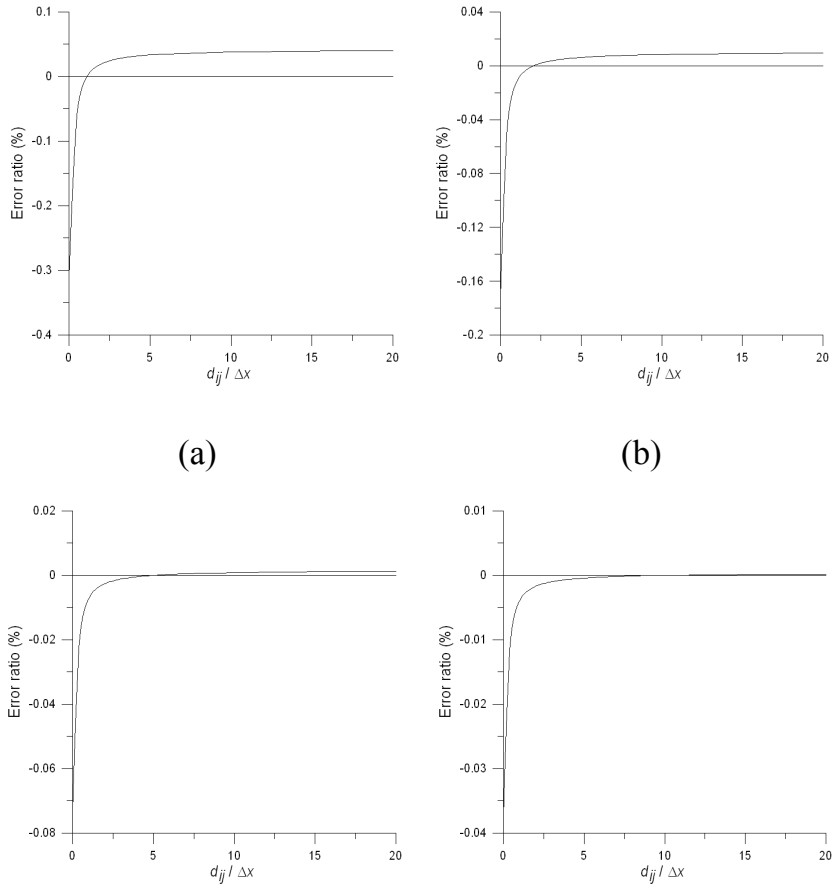


圖 C1-4 圖(a)、(b)、(c)、(d)分別是正規化積分距離等於 1、2、5 和 10 時，點－網格協變異圖及點－點協變異圖差異百分比，和正規化距離的關係圖

整理以上 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}/\Delta x\right)$ 方位角非等向性偏離平均值差異，以及在不同積分距離下 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}/\Delta x\right)$ 偏離 $\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}/\Delta x\right)$ 差異兩項檢討的部分數據如下：

1. 方位角非等向性偏離平均值 $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d,\theta\right)\Big/\overline{\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d\right)}-1$ 百分比：

- $L/\Delta x = 5$，$d_{ij}/\Delta x = 1$，$\left|\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d,\theta\right)\Big/\overline{\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d\right)}-1\right| \le 0.03\%$；
- $L/\Delta x = 5$，$d_{ij}/\Delta x = 2$，$\left|\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d,\theta\right)\Big/\overline{\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d\right)}-1\right| \le 0.005\%$；
- $L/\Delta x = 5$，$d_{ij}/\Delta x$ 愈大，則非等向偏離平均值的程度愈低。

2. $\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$與$\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$差異$\boldsymbol{cov}_{GP}/\boldsymbol{cov}_{GG}-1$的百分比值：

- $d_{ij}/\Delta x \geq 2$，$L/\Delta x = 2$，$\left|\boldsymbol{cov}_{GP}/\boldsymbol{cov}_{GG}-1\right| \leq 0.01\%$；
- $d_{ij}/\Delta x \geq 2$，$L/\Delta x = 5$，$\left|\boldsymbol{cov}_{GP}/\boldsymbol{cov}_{GG}-1\right| \leq 0.005\%$；
- $d_{ij}/\Delta x \geq 2$，$L/\Delta x$愈大，則$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$偏離$\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$的程度愈低。

根據以上檢驗結果，當正規化積分距離$L/\Delta x \geq 5$、$d_{ij}/\Delta x \geq 2$時，不論點雨量和網格降雨量的方位角θ為何，以$\boldsymbol{cov}_{GG}\left(d_{ij}\right)$替代$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij}\right)$產生的誤差不會超過0.01%，且誤差隨距離$d_{ij}/\Delta x$增加而遞減。若$L/\Delta x \geq 5$，$d_{ij}/\Delta x < 2$，則誤差比率有可能超過1/10,000，本研究便直接採用數值方法計算$\boldsymbol{cov}_{GP}\left(d_{ij},\theta_{ij}\right)$的數值，避免較大的誤差影響聯合克利金法估計的正確性。

附錄C2　半變異圖推導

本研究的真實點雨量場$G(x,y)$，不只是如(C1-1)式表現序率分量$z(x,y)$的理論式，還再加上定率分量$T(x,y)$，必須利用真實雨量資料擬合半變異圖。使用 2.3 節產生$z(x,y)$的 100 個原始點雨量資料G_i，和 2500 個網格平均真實降雨資料P_j，計算γ_{GG}、γ_{GP}、γ_{PP}的試驗半變異圖資料，繪圖 C2-1。由圖 C2-1 可看出三個試驗半變異圖類似；附錄 C1 也証實，當積分距離較長或是網格與雨量站距離較遠時，假設$\gamma_{GG}=\gamma_{GP}=\gamma_{PP}$的誤差可以忽略，只需擬合單一半變異圖$\gamma_{PP}$。本研究選擇(C1-1)式的球形半變異圖模式，擬合圖 C2-1 中的試驗半變異圖資料，擬合得到的參數為：$\sigma_P^2=1100\ mm^2/hr^2$、$\alpha=18\ km$、$C_0=0\ mm^2/hr^2$。

$$\gamma_{GG}(d)=\begin{cases} C_0[1-\delta(d)]+(\sigma_G^2-C_0)\left[\frac{3}{2}\frac{d}{\alpha}-\frac{1}{2}\left(\frac{d}{\alpha}\right)^3\right] & \text{if } d\le\alpha \\ \sigma_G^2 & \text{if } d>\alpha \end{cases} \qquad \text{(C2-1)}$$

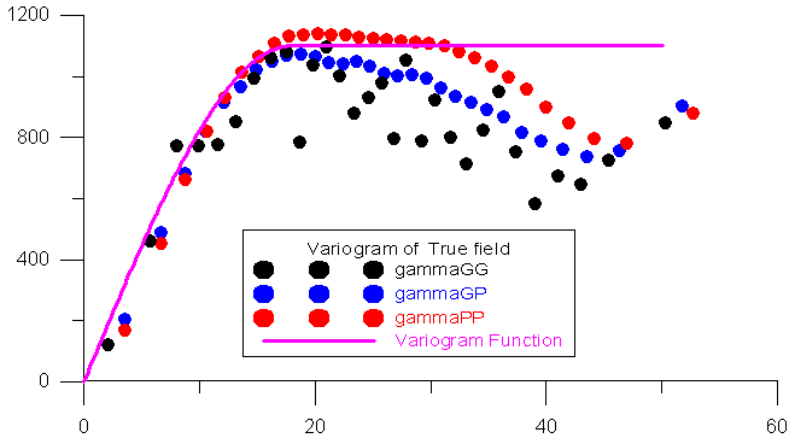


圖 C2-1　真實點雨量、網格真實降雨量試驗半變異圖與擬合之球型半變異圖函數

本文中，(C-3)式定義包含觀測誤差的雷達降雨的通式為$R_j=\phi_j P_j+\varepsilon_j$。除了乘法性係數誤差(ME)和綜合性誤差(AMTE)外，本研究利用以上擬合γ_{PP}的結果，以及合成雷達觀測誤差的不同加法性誤差理論參數值，直接推求在 WN、AE 和 TE 等誤差條件下，雷達觀測降雨量和網格真實降雨量(或點雨量)之間的半變異圖$\gamma_{PR}(\approx\gamma_{GR})$和$\gamma_{RR}$。

1. 白噪音加法性誤差(WN)：

誤差參數值：ϕ_j=1，$E\left[\varepsilon_j\right]=0$，$\gamma_{\varepsilon\varepsilon}\left(d_{ij}\right)=\left[1-\delta\left(d_{ij}\right)\right]\sigma_\varepsilon^2\ mm^2/hr^2$，$\sigma_\varepsilon^2=25\ mm^2/hr^2$。

$$\gamma_{PR}^{WN}\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}E\left[R_i-P_j\right]^2=\frac{1}{2}E\left[P_i+\varepsilon_i-P_j\right]^2=\frac{1}{2}E\left[\left(P_i-P_j\right)+\varepsilon_i\right]^2 \quad \text{(C2-2)}$$
$$=\gamma_{PP}\left(d_{ij}\right)+0.5\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_{RR}^{WN}\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}E\left[R_i-R_j\right]^2=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\left[\left(P_i-P_j\right)-\left(\varepsilon_i-\varepsilon_j\right)\right]^2 \quad \text{(C2-3)}$$
$$=\gamma_{PP}\left(d_{ij}\right)+\delta(i-j)\cdot\sigma_\varepsilon^2$$

2. 空間相關加法性誤差(AE)：

誤差參數值：ϕ_j=1、$E\left[\varepsilon\right]=m_\varepsilon=5\ mm/hr$、$\sigma_\varepsilon^2=25\ mm^2/hr^2$、$L_\varepsilon=10km$、$\gamma_{\varepsilon\varepsilon}\left(d_{ij}\right)=\sigma_\varepsilon^2\left[1-\boldsymbol{exp}\left(-d_{ij}/L_\varepsilon\right)\right]\ mm^2/hr^2$。

$$\gamma_{PR}^{AE}\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}E\left[P_i-R_j\right]^2=\frac{1}{2}E\left[\left(P_i-P_j\right)-\left(\varepsilon_j-m_\varepsilon\right)-m_\varepsilon\right]^2 \quad \text{(C2-4)}$$
$$=\gamma_{PP}\left(d_{ij}\right)+\frac{1}{2}\left[\sigma_\varepsilon^2+m_\varepsilon^2\right]$$

$$\gamma_{RR}^{AE}\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}E\left[R_i-R_j\right]^2=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\left[\left(P_i-P_j\right)+\left(\varepsilon_i-\varepsilon_j\right)\right]^2 \quad \text{(C2-5)}$$
$$=\gamma_{PP}\left(d_{ij}\right)+\gamma_{\varepsilon\varepsilon}\left(d_{ij}\right)$$

3. 空間趨勢誤差(TE)：

誤差參數值：ϕ_j=1、$\varepsilon_j=a_1 r_j\ mm/hr$、$a_1=1\ (mm/hr)/km$。

$$\gamma_{PR}^{TE}\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\left[P_i-R_j\right]^2=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\left[\left(P_i-P_j\right)-a_1 r_j\right]^2 \quad \text{(C2-6)}$$
$$=\gamma_{PP}\left(d_{ij}\right)+0.5a_1^2 r_j^2$$

$$\gamma_{RR}^{TE}\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}E\left[R_i-R_j\right]^2=\frac{1}{2}E\left[\left(P_i-P_j\right)+a_1\left(r_i-r_j\right)\right]^2 \quad \text{(C2-7)}$$
$$=\gamma_{PP}\left(d_{ij}\right)+0.5a_1^2\left(r_i-r_j\right)^2$$

4. 空間相關乘法性誤差(ME)：

包含空間相關乘法性誤差(ME)的雷達觀測資料，乘法係數ϕ_j和降雨量

P_j 的乘積是一個分布不同的新隨機變數 $Q_j = \phi_j P_j$，必須直接利用 Q_j 資料擬合半變異圖。首先，利用 2500 個網格真實降雨量 P_j，和 2500 個共網格、只包含 ME 誤差的雷達觀測值 $R_j = Q_j$，計算金塊效應參數 C_0，得到 $C_0 = 110\ mm^2/hr^2$。其次，再利用相同的 2500 個 P_j 值和 2500 個 Q_j 值，計算實驗半變異圖，擬合 $\gamma_{QQ}(d_{ij})$（即 $\gamma_{RR}^{ME}(d_{ij})$）；擬合 $\gamma_{PQ}(d_{ij})$（即 $\gamma_{PR}^{ME}(d_{ij})$）半變異圖時，是在金塊效應數值已知的條件下作最佳化。$\gamma_{QQ}(d_{ij})$ 和 $\gamma_{PQ}(d_{ij})$ 的半變異圖和擬合結果如圖 C2-2。

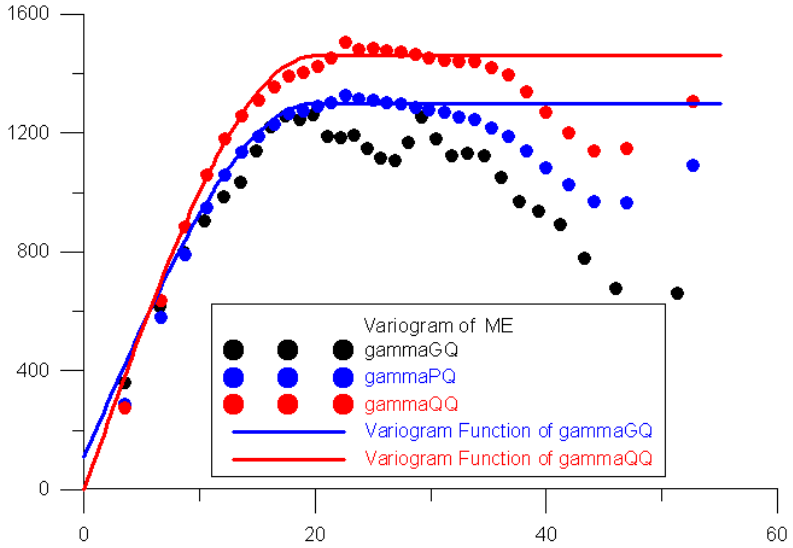


圖 C2-2 ME 誤差型式雷達降雨觀測、網格真實降雨量之試驗半變異圖與擬合的球型半變異圖函數

擬合得到的半變異圖參數分別為：

a. $\gamma_{PR}^{ME}(d_{ij}) = \gamma_{PQ}(d_{ij})$：$\sigma^2 = 1300\ mm^2/hr^2$、$\alpha = 20\ km$、$C_0 = 110\ mm^2/hr^2$

b. $\gamma_{RR}^{ME}(d_{ij}) = \gamma_{QQ}(d)$：$\sigma^2 = 1460\ mm^2/hr^2$、$\alpha = 20\ km$

綜合性誤差(AMTE)：

誤差參數值：$E[\phi_j]$=1、$\sigma_\phi^2 = 0.01$、$E[\varepsilon] = m_\varepsilon = 5\ (mm/hr)$、$\sigma_\varepsilon^2 = 25\ (mm/hr)^2$、$L_\varepsilon = 10km$、$\gamma_{\varepsilon\varepsilon}(d_{ij}) = \sigma_\varepsilon^2\left[1 - \boldsymbol{exp}\left(-d_{ij}/L_\varepsilon\right)\right]\ mm^2/hr^2$、$a_1 = 1\ (mm/hr)/km$。

計算包含 AMTE 誤差雷達降雨觀測和網格真實降雨量之間的半變異圖，是利用包含 ME 誤差雷達觀測資料和網格真實降雨量擬合得到的半變異圖 $\gamma_{PR}^{ME}(d_{ij})$ 和 $\gamma_{RR}^{ME}\left(d_{ij}\right)$，再推導加上 AE 和 TE 兩部份誤差對於半變異圖的貢獻量而得。

$$\begin{aligned}\gamma_{PR}^{AMTE}\left(d_{ij}\right) &= \frac{1}{2}E\left[P_i - R_j\right]^2 = \frac{1}{2}E\left[\left(P_i - Q_j\right) - \left(\varepsilon_i - m_\varepsilon\right) - m_\varepsilon + a_1 r_i\right]^2 \\ &= \gamma_{PR}^{ME}\left(d_{ij}\right) + 0.5\left[\sigma_\varepsilon^2 + m_\varepsilon^2 + a_1^2 r_i^2\right]\end{aligned} \quad \text{(C2-8)}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{RR}^{AMTE}\left(d_{ij}\right) &= \frac{1}{2}E\left[R_i - R_j\right]^2 = \frac{1}{2}E\left[\left(Q_i - Q_j\right) + \left(\varepsilon_i - \varepsilon_j\right) + a_1\left(r_i - r_j\right)\right]^2 \\ &= \gamma_{RR}^{ME}\left(d_{ij}\right) + \gamma_{\varepsilon\varepsilon}\left(d_{ij}\right) + 0.5a_1^2\left(r_i - r_j\right)^2\end{aligned} \quad \text{(C2-9)}$$

附錄D　最佳內插法和克利金法的比較

本單元分析最佳內插法，即 OI 法，與簡單克利金法的異同。簡單克利金和 OI 法的估計式皆為：

$$\hat{Z}(\mathbf{u}_0) = m + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left[z(\mathbf{u}_i) - m \right] \tag{D-1}$$

其中，$\mathbf{u}_i$ 為位置向量(x_i, y_i, h_i)；$\hat{Z}(\mathbf{u}_0)$ 為估計值；$z(\mathbf{u}_i)$ 為觀測值；m 是定常性隨機場任意位置隨機變數的期望值；λ_i 是權重係數。

利用估計誤差變異數最小化原理，導出簡單克利金法矩陣方程式：

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & \sigma^2 & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \\ \vdots \\ c_{0n} \end{bmatrix} \tag{D-2}$$

Gandin 的 OI 法，是於協變異矩陣的主對角線上加上σ^2，因此其矩陣方程式的型式為：

$$\begin{bmatrix} 2\sigma^2 & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & 2\sigma^2 & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & 2\sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \\ \vdots \\ c_{0n} \end{bmatrix} \tag{D-3}$$

將(D-3)式的每個方程式係數都除以 2，得到：

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & \frac{1}{2}c_{12} & \cdots & \frac{1}{2}c_{1n} \\ \frac{1}{2}c_{21} & \sigma^2 & \cdots & \frac{1}{2}c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{2}c_{n1} & \frac{1}{2}c_{n2} & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c_{01} \\ \frac{1}{2}c_{02} \\ \vdots \\ \frac{1}{2}c_{0n} \end{bmatrix} \tag{D-4}$$

比較(D-4)式與(D-2)式，可以發現 OI 法相當於是將所有不同測站的協變異數值均減半的簡單克利金法。若由資料計算得到的的半變異圖為：

$$\gamma(d_{ij})=\sigma^2-\boldsymbol{cov}(d_{ij}) \tag{D-5}$$

則採用 OI 法處理時，相當於改採用下式的半變異圖：

$$\gamma(d_{ij})=\sigma^2-\frac{1}{2}\boldsymbol{cov}(d_{ij}) \tag{D-6}$$

若採用指數型半變異圖模式，則(D-6)式可以改寫為：

$$\gamma\left(d_{ij}\right)=\frac{1}{2}\sigma^2+\left(\sigma^2-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\left[1-\boldsymbol{exp}\left(-d_{ij}/L\right)\right] \tag{D-7}$$

包含金塊效應的指數型半變異圖模式如下：

$$\gamma\left(d_{ij}\right)=C_0+\left(\sigma^2-C_0\right)\left[1-\boldsymbol{exp}\left(-d_{ij}/L\right)\right] \tag{D-8}$$

比較(D-7)式和(D-8)式，可以發現 OI 法的協變異矩陣和協變異向量，和採用金塊效應為$0.5\sigma^2$的簡單克利金法的完全相同。圖 D-1 顯示不含金塊效應的指數型半變異圖函數（藍色線），和與 OI 法等價的 50%金塊效應指數型半變異圖函數（紅色線）。OI 法的主要影響，是犧牲掉一半的空間資訊，估計值場將較不含金塊效應的克利金法平滑。

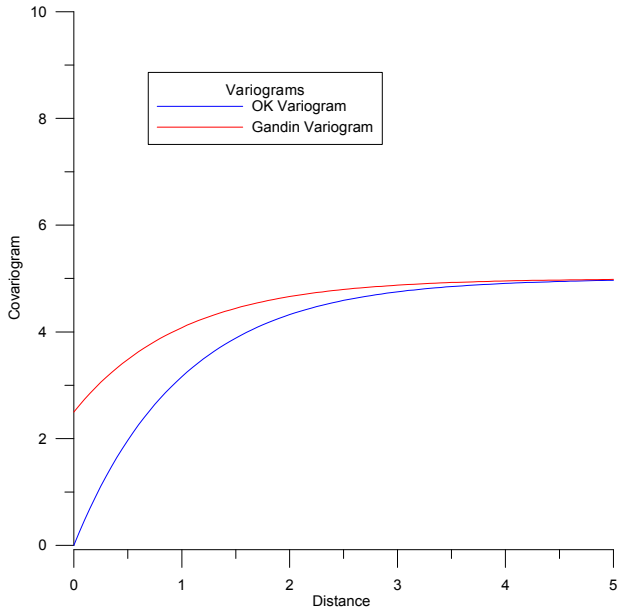


圖 D- 1　$\sigma^2=5$、$L=1$，金塊效應分別為 0 和$\sigma^2/2$的指數型半變異數圖

附錄E　克利金計畫工作會議備忘錄

第 01 次工作會議

會議時間：2009/06/03　　AM10:00～12:30
會議地點：中央氣象局預報中心 4 樓行政室
與會人員：
【氣 象 局】李育棋副主任、陳雲蘭技正、李清勝博士、蔡孝忠博士
【台灣大學】李天浩教授、吳明進教授、鄭安孺博士、劉浙仁先生、鄭怡芬小姐、林佑蓉小姐
會議紀錄：鄭怡芬小姐

會議目的：

確認「使用克利金法進行高解析度網格點氣象分析之應用研究」計畫案之工作方法、資料與技術文件需求、交付項目、下次工作會議進度、期中報告以前進度、計畫(期末報告)目標，並討論雙方工作配合方式。

備忘事項：

1. 計畫工作主要目標：一、比較克利金法和其他空間分析方法的統計特性，二、在氣象局落實克利金法的應用與技術轉移，三、提出高空解析度 Gridded Model Output Statistics (GMOS)作法的構想。

2. 關於工作目標一：

   ○ 本計畫兩個可能工作方向：(一)以周博士的 LST（Land Surface Temperature）分析為架構，比較克利金法和其他空間內插分析法的統計特性差異；(二)不以周博士的 LST 分析為架構，計畫團隊自行設計驗證案例(例如使用 2009 年 4 月氣象測站溫度觀測資料)，比較克利金法和其他空間內插分析法的統計特性差異。

   ○ 周思運博士的 LST 分析方法，使用探空資料的溫度垂直剖面關係，將所有溫度觀測資料轉換為位溫，進行平面空間內插後為網格位溫，再以相同剖面關係將網格轉換為每個網格高程的 LST。李教授

表示，這樣的分析過程，因為：(1)在一大氣壓的等壓面進行空間內插，這部份可以用來比較沒有趨勢解釋能力的算式(algorithm)；(2)有溫度隨高程改變的趨勢，同時是觀測到的溫度趨勢而不是簡單函數趨勢，這部份可以檢驗如通用克利金法這類具有趨勢解釋能力的算式；(3)利用統計方法設計的 OSE，不如周博士的 LST 分析法容易了解，且很難設計出檢驗效果如真實數據的試驗。

○ 工作方法若以周博士之模式為基礎，需小幅修改周博士模式，包含輸入資料格式、輸出資料格式，原則上以不影響原模式主要計算架構，降低時間人力成本為主。李教授將提供本計畫基於模式驗證，需請周博士作模式調整和輸出資料需求說明文件，以利李副主任向周博士說明。

○ 請委託單位協助，找氣象局曾經做過 Barnes 和 Cressman 空間分析法的同仁，提供既有文件和台灣適用的參數等，或是同意計畫工作團隊訪談。計畫工作團隊也需請吳教授或李教授事先講解其基本作法。

3. 關於工作目標三：

○ 請陳技正提供美國 GMOS 作法的更新論文。

○ 請委託單位協助，找氣象局目前在做 MOS 和 GMOS 的同仁，提供既有文件和台灣適用的參數等，或是同意計畫工作團隊訪談。計畫工作團隊也需請吳教授或李教授事先講解其基本作法。

4. 期中報告時間最晚為 7/31，書面資料不重份量，適當呈現工作方法與進度即可；氣象局將提範例格式，供台大團隊參考。

5. 委託單位另有計畫案同時執行，亦使用 Observing System Experiment (OSE)方法與實驗，李教授應允屆時可以協助諮詢。遇到的主要問題是要如何訂定校驗標準。李教授表示將提供短期會完成的聯合克利金法論文，作為參考。

6. 原則上每個月召開兩次工作會議，時間約為月初與月中。確切時間按每次開會決議工作進度考量而訂定。請台大水工所王家玲小姐協助本案行

政工作，包括協調會議時間、準備會議文件資料等行政事項。

7. 下次工作會議召開時間為6月19日(五)，希望邀請周思運博士與會討論。

第 02 次工作會議

會議時間：2009/06/19　AM10:30～12:00
會議地點：中央氣象局預報中心 4 樓行政室
與會人員：
【氣象局】李育棋副主任、陳雲蘭技正、李清勝博士、蔡孝忠博士、謝旻耕先生
【台灣大學】李天浩教授、吳明進教授、鄭安孺博士、劉浙仁先生、林佑蓉小姐
會議紀錄：劉浙仁先生

會議目的：

簡報計畫執行進度及預擬下階段工作方向，並檢討案內可能面臨之問題與所需之協助。

計畫執行成果：

1. 已完成周思運博士 LST（Land Surface Temperature）分析方法重新實作部份，惟其中細部設定處仍要以周博士之設定為標準，以臻較佳之模擬結果。此部分修訂將於下次工作會議中報告。

2. 所欲求取之溫度場中僅有高程量測資料，現為估計格點上之溫度值，可經由高度－壓力－溫度之轉換或直接由高度－溫度之關係求得，使用前者進行估算時，會面臨 Poisson 方程式無法合理詮釋真實大氣中溫度隨高度變化之情形；使用後者時，將會面臨探空資料無法反應區域性差異以及地表實際溫度值而產生偏差。案內應用「通用克利金法」進行空間內插解析，引入各測站觀測資料及高度趨勢函式即可估計溫度場，如此，可以避免應用 Poisson 方程式以及探空資料所會遇到之問題，所建立之溫度場直接反應地面觀測值及溫度隨高度變化之趨勢。

下階段工作目標：

以周思運博士 LST 分析方法為架構，更替其中客觀分析部份，比較克利金法和其他空間分析方法（Cressman、Barnes）的統計特性。於估計不同

內插方法之誤差方面，茲先排除某一測站觀測資料，利用其他測站觀測值計算該站之溫度估計值，再將估計值與觀測值作比較，以求得內插方法對該站之誤差大小。

協助事項：

○ 為與周思運博士 LST 分析方法成果校驗，需以相同彩色尺標繪製地表溫度場。

○ 模擬周思運博士 LST 分析方法時，為求較佳之結果，需相同解析度之台灣地形格網資料。

第 03 次工作會議

會議時間：2009/07/10　AM10:00～12:30
會議地點：中央氣象局預報中心 4 樓行政室
與會人員：
【氣象局】李育棋副主任、陳雲蘭技正、李清勝博士、蔡孝忠博士
【台灣大學】李天浩教授、吳明進教授、鄭安孺博士、劉浙仁先生、林佑蓉小姐
會議紀錄：林佑蓉小姐

會議目的：

簡報計畫執行進度及預擬下階段工作方向，並檢討案內可能面臨之問題與所需之協助。

計畫執行成果：

1. 已完成以周思運博士 LST 分析方法為架構，更替其中客觀分析部份，比較克利金法和其他空間分析方法（Cressman、Barnes）的統計特性。於估計不同內插方法之誤差方面，茲先排除某一測站觀測資料，利用其他測站觀測值計算該站之溫度估計值，再將估計值與觀測值作比較，以求得內插方法對該站之誤差大小。

2. 利用遮蔽測站試驗概念，計算 203 個測站地表溫度估計值與觀測值差異的 *RMSE*；發現使用乾絕熱遞減率轉換公式時，4 種水平內插方的 *RMSE* 值均約 2 度；使用本研究導出的通用克利金法，通用克利金法的估計值與觀測值的趨勢特性相同，*RMSE* 值降為 1.6 度，證實通用克利金法的優勢。

下階段工作目標：

○ 撰寫期中報告。

○ 進行長期資料估算溫度場。

○ 將 Fortran 程式由 Windows 系統轉為 linux 系統上執行測試。

協助事項：

經查測站資料，其中有兩站經緯度相同，其測站資訊如下：

number	code	lon	lat	height	level	group	code2	chinese name	address
150	C0T9A	121.5317	23.8117	511	A	2	290	月 眉 山	花蓮縣壽豐鄉
156	C0T9E	121.5317	23.8117	281	A	2	320	大 坑	花蓮縣富里鄉

備忘事項：

○ 期中報告繳交日期為 7 月 14 日，並請至國科會網站填寫計畫其中摘要報告。

○ 期中簡報為 7 月 24 日。

第 04 次工作會議

會議時間：2009/09/25　AM10:00～12:30
會議地點：中央氣象局預報中心 4 樓行政室
與會人員：
【氣象局】李育棋副主任、陳雲蘭技正、李清勝博士、蔡孝忠博士
【台灣大學】李天浩教授、吳明進教授、鄭安孺博士、劉浙仁先生、林佑蓉小姐
會議紀錄：林佑蓉小姐

會議目的：

簡報計畫執行進度及預擬下階段工作方向，並檢討案內可能面臨之問題與所需之協助。

計畫執行成果：

已按照合約取得測站長期觀測資料，使用高度趨勢函數的通用克利金法(Universal Kriging)完成地表溫度場內插：呈現應用克利金方法於一年中之地表溫度場客觀分析成果。

提出克利金方法於高解析度網格點統計降尺度預報模式的可應用性或方法論供氣象局參考。

下階段工作目標：

1. 逕行選擇時間段進行不同天氣型態之五種不同方法(Inverse Distance, Barnes, Cressman, Ordinary Kriging and Universal Kriging)分析比較。比對降雨（測站內插）與溫度空間圖形分布的關聯性，了解降雨對於溫度變化的影響；由於雨量站密度比地面溫度站密度高，檢討以及不同內插方法對於高解析度降雨分布反映能力的差異。

   ○ 8 月 1 日~8 月 15 日，包含莫拉克颱風—評估海面氣壓空間梯度對於溫度空間梯度的影響，分析降雨分布對於溫度分布的影響。

○ 6 月 1 日~6 月 15 日的梅雨期—6 月 4～5 日和 6 月 11～14 日的局部降雨對於溫度分布的影響。

2. 本計畫將於期末報告中介紹不含空間趨勢的普通聯合克利金法（Ordinary Co-Kriging，OCK）以及處理變數對稱分佈，含空間趨勢的通用聯合克利金法（Universal Co-Kriging，UCK），並據此研擬 GMOS 之方法論。

協助事項：

模擬周思運博士 LST 分析方法時，為求較佳之結果，需相同解析度之台灣地形格網資料，需另請氣象局提供確切的地形格網資料(之前提供的資料有問題)。

備忘事項：

進行程式技術移轉事項，10 月底前須交付可於 linux 平台上運作之 fortran 程式原始碼，並於 11 月初後召開三次克利金計畫技術轉移會議。

第 05 次工作會議

會議時間：2009/11/20　AM10:00～12;30
會議地點：中央氣象局預報中心 4 樓行政室
與會人員：
【氣象局】李育棋副主任、張保亮課長、陳雲蘭技正
【台灣大學】李天浩教授、吳明進教授、鄭安孺博士、劉浙仁先生、林佑蓉小姐
會議紀錄：林佑蓉小姐

會議目的：

簡報計畫執行進度及擬定期末報告繳交重點，檢討案內面臨之問題與研究過程觸發之想法，提出克利金於高解析度網格點真實值與統計降尺度預報模式分析之可應用性。

討論事項：

1. 地形檔案由解析度 200*400 置換為解析度 200*360(網格為 0.01 度)之展示，確定地形檔案無誤。

2. 為能了解通用克利金法中之趨勢係數是否有週期變化行為，進行以下分析：利用移動平均法進行高度趨勢係數 β_h，緯度趨勢係數 β_y 的趨勢分析，選擇平均的時間跨度長，須能去除各種氣象因素的影響。得知「直接線性迴歸」與「同時尋找半變異圖參數和趨勢係數」緯度趨勢係數時間序列變動相似。

3. 提出克利金法於高解析度網格點統計降尺度預報模式(Gridded MOS)之可應用性或方法論供氣象局參考。

4. 提出克利金方法於高解析度網格點統計降尺度預報模式(Ground Truth)的可應用性或方法論供氣象局參考。

下階段工作目標：

1. 綜合計畫執行期間成果繳交期末報告，並準備期末審查簡報。

2. 預定於 12 月初進行程式碼與技術文件移轉，並召開克利金計畫技術轉移會議，安排約三週課程進行討論。

備忘事項：

1. 期末報告繳交期限為 12 月 5 日為週六非工作日，請提前至 12 月 4 日繳交。
2. 建議提交氣象局的資料或文件，若需經過壓縮應存成格式*.zip，勿使用格式*.rar。
3. 技術文件格式自訂，惟應盡量清楚。