

交通部中央氣象局委託研究計畫成果報告

侵台颱風風雨統計預報方法之研究

計畫類別：國內

計畫編號：MOTC-CWB-94-2M-02

執行期間： 94 年 1 月 1 日至 94 年 12 月 31 日

計畫主持人： 樊采虹

執行單位：國立中央大學

中華民國 94 年 12 月

摘要

造成颱風的原因很多，影響其降雨的因素也很複雜，導致颱風資料充滿隨機性，統計學識解釋隨機性的一種工具。本計劃欲利用統計方法就中央氣象局已收集近數十年的資料進行颱風雨量之資料分析，我們將繼已建立之適當迴歸模型，考慮以氣象專家之相關意見建立先驗分布，利用貝氏分析進行降雨量之預測模型。同時亦以類似方法發展風速預測之適當模型。考慮的模型除一般線性迴歸外，尚探討分析類別性資料之羅吉斯迴歸模型與區別分析，以利氣象局日後針對雨量分級制度和風級數之預報。

第一章 緒論

1.1 研究動機

近年來，民眾聞颱風色變，從 1996 年賀伯颱風、1997 年溫妮颱風、1998 年瑞伯颱風及 2000 年象神颱風，均帶來豐沛的雨量 and 強勁的風速。颱風所夾帶的豪雨，經常造成土壤流失、人員傷亡、甚至經濟上的重大損失。而其所帶來的風力，除了造成傷亡外，更攸關民眾日常作息，如行政院頒布「天然災害停止辦公及上課作業辦法」規定，各機關學校在颱風四小時內可能經過地區，其平均風力達 6 級時，高級中學(含)以下先行停課，7 級以上各機關學校應停止辦公上課。因此，如何提升降雨量與風速的預報，減少災害損失，為刻不容緩的課題。

關於颱風降雨量預報，葉等(1999)曾提及國外現今研究相當少，並沒有成熟方法可供應用。但是在台灣地區，自 1963 年葛樂禮颱風降下 1500 公厘豪雨後，相繼有許多學者發展有效的方法，提供對降雨量的預報。目前中央氣象局降雨預報作業主要是參考吳與謝(1990)的整理，依路徑分類之累積降雨量分佈(魏等 1971)，及王等(1986)所發展的區域平均法與比值法，作為預報參考依據。王等(1986)提出以每 0.5 經緯度為單位，計算颱風中心位於某一位置時，台灣地區某一地之平均降雨量，作為颱風降雨預測，此預測方法稱為平均法。他們也進一步嘗試用比值法以降雨量與颱風中心最大風速之比值的平均來作為降雨量預報。而葉等(1999)另提出差

異持續法，即假設降雨量與平均值之差異維持不變，利用其差異持續性作為降雨預測。葉等(2000) 利用迴歸模型來描述降雨量和相關颱風因子間的關係。為了使資料具有常態分佈與獨立性，將降雨量資料做轉換(transformation)並依其所在位置劃分成 1x1 經緯度之網格使其滿足常態分佈和獨立性的假設。預報範圍在北緯 22 至 25 度，東經 120 至 125 度內。在此區域內其預報結果較上述所提方法為佳。在此預報範圍之外，未降雨的情形很多，即降雨量為零的資料相當多，因此利用迴歸分析並不恰當。

針對於台灣地區颱風風速的預報，過去有一些專題研究，蔡等(1981)曾分析各類颱風在台灣地區風速之分佈情形，而後依其特性，將侵台颱風路徑分為五類，得到此五類颱風最大平均風速與最大陣風風速在各地之分佈。而此種分佈圖被引用於中央氣象局(1997)颱風預報作業中，做為颱風風速預報基本參考資訊。而葉等(2000)將類似雨量預報之平均法、差異持續法及比值法等應用到颱風風速的預報上。

本計畫主要目的之一是希望將降雨量預報範圍擴大，因此須找出方法來處理很多資料為零的問題。本計畫同時將應用迴歸分析來進行風速預報。由於前面所述有關停課停止上班之規定，如何準確的區分風速達六級、七級以上之颱風預報相形之下也是一很重要的問題。關於這方面，我們考慮分別就區別分析和羅吉斯迴歸模型來對風力級數進行預測和校驗，希望能提高對風速的預報。本計畫引用中央氣象局在台北測站自 1961 至 1994

年間所觀測颱風降雨量、風速及相關天氣資訊。原始資料涵蓋北緯 17 度至 30 度，東經 117 度至 127 度。我們以 1×1 經緯度為單位進行分析。在時雨量及累積雨量之預報將資料範圍定在北緯 20 至 28 度和東經 120 至 125 度；並討論三、六及十二小時後累積雨量之預報。而關於風速之預測，則考慮範圍北緯 22 度至 25 度，東經 120 度至 125 度之資料，就六、十二及二十四小時後之風速做預報。

1.2 研究方法

中央氣象局以往以平均法與比值法做為客觀颱風降水預測的主要依據。對於風速的預報，同樣也是應用平均的概念。降雨量預測方面，葉等(2000)顯示迴歸法優於平均法，不過在範圍上略有限制，主要是當颱風距離測站較遠時，所觀測到之實際雨量為零的個案相當多，所以預測雨量往往高估了實際雨量，故此時以迴歸模型來描述並不恰當。究其緣由，當雨量等於零時表示未降雨，而若此類資料佔很大的比例，表示“未降雨”這一事件發生的機率大於零，故當颱風離測站很遠時，其降雨量之機率分佈不是連續型分佈，與一般迴歸分析的假設悖離，本計畫直接考慮降雨量為一離散和連續之混合模型(mixture model)，將過去颱風之實際降雨量融入模型中，直接對新颱風進行雨量預測。

在風速預報上，本計畫將沿用迴歸法進行分析，並與平均法比較。此外，我們並將風速轉換成蒲福風級(Beaufort scale)，進行風級的預測。

此時由於反應變數是類別資料(categorical data)，我們考慮以區別分析(discriminant analysis)和羅吉斯迴歸模型來預測風級數。區別分析主要是利用過去已觀測到之颱風資訊和風級數，建立區別函數，一旦觀測到新的颱風資訊時，利用區別函數即可預測出風級數。另一方面，我們也可以用歷史颱風資料建立羅吉斯迴歸模型，當觀測到新資料時，可以預測出各風級數的機率，對應較高機率的風級數即為預測風級數。

我們在第二章中以迴歸模型、羅吉斯迴歸模型與區別分析做風速預測。第三章則以混合模型做降雨量預測。第四章為結論與未來研究方向。

第二章 風速分析

本章將利用迴歸分析、區別分析和羅吉斯迴歸模型對風速進行預測，選擇區域範圍為東經 120 至 125 度，和北緯 22 至 25 度，以台北測站自 1961 至 1994 年所觀測到 145 個颱風風速及相關資料進行分析，我們所預測風速為六小時、十二小時與二十四小時。

2.1 迴歸分析

迴歸模型中解釋變數包含下列各項：

X_1 ：為颱風當時中心最大風速，單位為公尺/秒。

X_2 ：為颱風與測站的距離。設測站所在的位置經度為 x_s ，緯度為

y_s ，記為 (x_s, y_s) ，而颱風所在位置之經緯度記為 (x, y) ，則測

站與颱風的近似距離定為 $X_2 = \sqrt{[(x - x_s) \times \cos 20^\circ]^2 + (y - y_s)^2}$ 。

X_3 ：為颱風移動的方向角度。設颱風在當時所在經緯度位置為

(x_1, y_1) ，而其在 Δt 前時所在位置之經緯度記為 (x_0, y_0) ，則颱風移動

(x_1, y_1) 之近似方向弧度定為 $X_3' = \tan^{-1}\left(\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right) + \frac{\pi}{4}$ ，並將 X_3' 限制在 0 至

2π ，其中加 $\frac{\pi}{4}$ 主要使不連續處在颱風移向為西南時，而移動的近似

方向角度則為 $X_3 = \frac{360}{2\pi} \times X_3'$ 。

X_4 ：為颱風移動的速度。設颱風在當時所在經緯度位置為 (x_1, y_1) ，

而其在 Δt 前時所在位置之經緯度 (x_0, y_0) ，則颱風移動的近似

速度定為 $X_4 = \sqrt{[(x_1 - x_0) \times \cos 20^\circ]^2 + (y_1 - y_0)^2} / \Delta t$

X_5 ：為台北測站當時所觀測的風速，單位為公尺/秒。

X_6 ：為台北測站當時所觀測的地面氣壓，單位為hpa。

X_7 ：為日序的轉換。若當時之日序為 X_7' ，則採與Neumann(1992)相同轉換

$$\text{公式 } X_7 = \sin[(X_7' - 41) \times \frac{\pi}{364.75}]。$$

X_8 ：為台北測站當時之降水量。

而反應變數為 $Y_{\Delta t}$ ，表 Δt 小時後之風速，我們僅考慮 $\Delta t=6、12$ 和 24 的情況。

由於考慮颱風的獨立性，故我們將在表2.1內各網格區域分別建立迴歸模式，如欲預測之颱風目前位於I網格區域，而我們欲預測 Δt 小時後此颱風之風速，則先將所有落於此網格之歷史颱風資料取出，記為 $(X_1, Y_{\Delta t}), \dots, (X_{n_I}, Y_{n_I \Delta t})$ ，也就是記錄資料中共有 n_I 個颱風降水個案發生於I網格，其中 X_i 表第i個歷史颱風所有解釋變數資料， $Y_{i \Delta t}$ 為該歷史颱風 Δt 小時後之風速紀錄。根據這些颱風風速個案資料，配適迴歸模型

$$Y_{i \Delta t} = \tilde{X}_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n_I, \quad (2.1)$$

其中， \tilde{X}_i 為迴歸係數向量， ϵ_i 為i.i.d. $N(0, \sigma^2)$ 之隨機誤差。

表 2.1: 資料範圍以經緯度 1 度分 15 區域網格之代號

	120-121 °E	121-122 °E	122-123 °E	123-124 °E	124-125 °E
24-25 °N	3	6	9	12	15
23-24 °N	2	5	8	11	14
22-23 °N	1	4	7	10	13

我們依據歷史資料，在每一網格中以逐步迴歸方法(stepwise regression, Draper and Smith (1998))選取具顯著影響的解釋變數，其結果列於表 2.2。由表 2.2 中我們可看出，在預測六小時與十二小時風速時，中心風速與測站當時風速是具有顯著影響的解釋變數。對於預測二十四小時風速時，在各網格中並沒有發現共同具有顯著影響的解釋變數，可能是預測時間過長所造成。十二小時內的 R^2 均大於 0.7，意味著模型對於風速具有蠻高的解釋能力。最後我們還應檢測模型的基本假設是否成立，也就是誤差項是否服從 i. i. d. $N(0, \sigma^2)$ 的假設。以網格 1 為例，由圖 2.1 可以看出，殘差值和觀測值並沒有明顯的趨勢，而且殘差值的常態機率圖看出殘差幾乎落在一直線上，顯示應符合模型基本假設。至此，我們確認模型應是合理的，因此一旦有新颱風進入區域網格，我們即可利用已建立好的模型進行預測，每次預測時將其中一筆資料當作是新颱風，其餘的樣本當作是歷史颱風。我們分別計算六、十二與二十四小時風速之真實風速與預測風速的均方誤差(mean square error)及相關係數(correlation coefficient)，結果列於表 2.3，其對應之曲線圖則示於 2.2。

表 2.2: 風速預測迴歸模型中，各區域網格顯著因子及 R²

網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
六小時	顯著影響之變數	X3 X5	X5 X8	X4 X5	X3 X5	X3 X5	X1 X2 X3 X7 X8	X1 X3 X4 X5 X6	X1 X5 X6	X1 X5 X7	X1 X2 X3 X4 X5 X7	X4 X5	X1 X3 X5 X7	X3 X4 X5 X7 X8	X1 X5	X1 X2 X5 X7 X8
	R ²	0.92	0.93	0.78	0.91	0.85	0.75	0.94	0.86	0.89	0.92	0.84	0.89	0.86	0.80	0.83
網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
十二小時	顯著影響之變數	X3 X5	X6 X5 X8	X2	X3 X5	X2 X8	X1 X2 X4	X1 X3 X4 X5 X6	X1 X3 X7	X1 X5	X1 X5	X1 X3 X6 X5	X1 X2 X3 X5 X6 X7	X3 X4 X5 X6 X7 X8	X1 X2 X3 X4 X5	X1 X2 X3 X5 X8
	R ²	0.84	0.84	0.71	0.80	0.73	0.66	0.89	0.82	0.76	0.83	0.92	0.86	0.87	0.85	0.85
網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二十四小時	顯著影響之變數	X2	X2 X6	X7	X1	X1 X3 X4	X4 X7 X8	X7	X6 X7	X7	X2 X3 X4 X5 X7	X1 X2 X4 X6 X7 X8	X1 X3 X4	X3 X5	X1 X4 X6 X7 X8	X1 X4 X8
	R ²	0.74	0.90	0.71	0.62	0.84	0.80	0.75	0.69	0.57	0.80	0.90	0.75	0.92	0.90	0.76

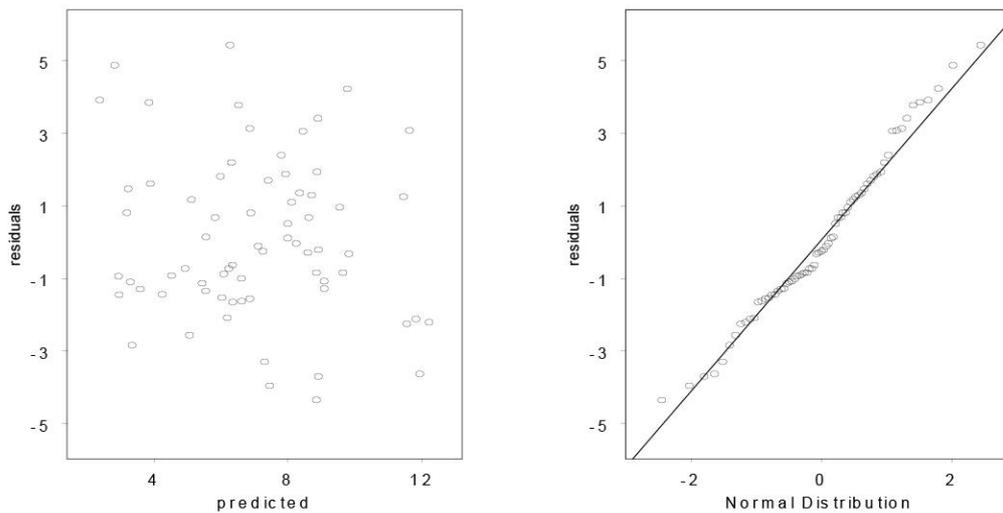


圖 2.1: 殘差值與預測值之散佈圖及殘差值常態機率圖

表 2.3: 平均法與迴歸法預報風速之均方誤差及相關係數表

時段		六小時	十二小時	二十四小時
方法		風速	風速	風速
平均法	均方誤差	18.23	15.20	6.18
	相關係數	0.28	0.39	0.46
迴歸法	均方誤差	7.25	7.86	4.28
	相關係數	0.80	0.75	0.68

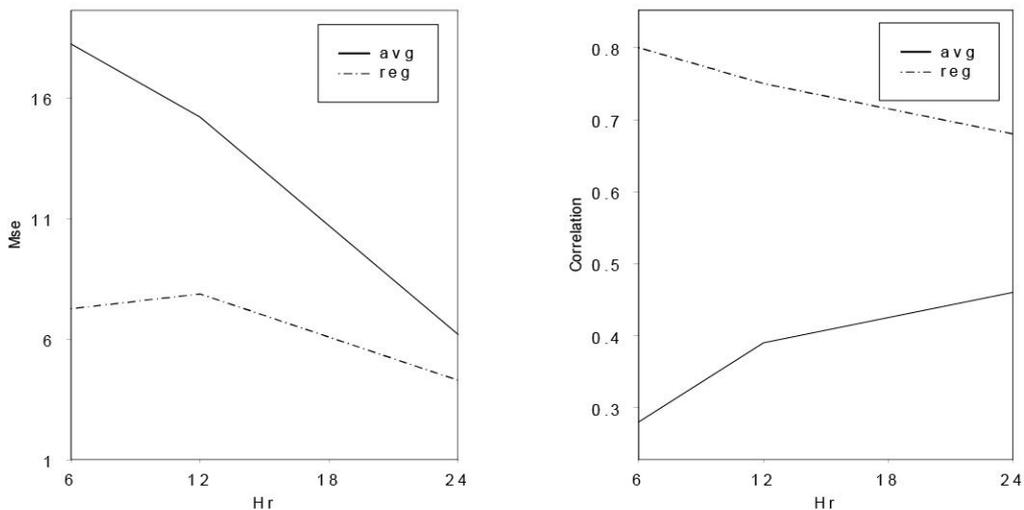


圖 2.2: 平均法與迴歸法預報風速之均方誤差及相關係數圖

由表 2.3 發現，迴歸法在各時段，特別是在十二小時內的預測，其均方誤差皆比平均法小。由於對個別資料的預測能力無法從均方誤差看出，所以我們利用相關係數來評估。整體而言，與平均法相較，迴歸法大大提高了相關係數，也就是迴歸法預測能力較佳。不過值得注意的是，平均法隨著預報時間越長，相關係數有遞增的現象，而迴歸法正好相反，我們推測時間間隔 Δt 愈長， Δt 時後之風速受當時資料的影響也相形減弱了。至於

各時段真實風速與預測風速的散佈圖見附錄一。

2.2 區別分析

2.2.1 模型及方法

區別分析是在全體資料點歸屬群體已知的前提下，找出最能將各群體資料點區別清楚的函數，此一函數稱區別函數。依區別函數，可對新的資料點進行其歸屬群體的分類(classification)或歸類(allocation)，所以區別函數也被用來做為分類準則。本計畫利用Fisher區別規則(典型區別分析)分析資料，因此本節只將該區別規則做一簡單說明。

已知有 g 個群體， \tilde{X}_{ij} 為 k 變數(k -variate)資料，表示第 i 個群體的第 j 個觀測值向量，其中 $i=1, \dots, g$ ， $j=1, \dots, n_i$ ， n_i 為第 i 個群體之樣本數。當群體本身的變異數矩陣 Σ 與群體間的共變異數矩陣 B_0 未知時，可分別以樣本組內交互相乘矩陣 W 估計 Σ ，樣本組間交互相乘矩陣 B 估計 B_0 ，即

$$B = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{X}_i - \tilde{X})(\tilde{X}_j - \tilde{X})^T,$$

$$W = \sum_{i=1}^g (n_i - 1)S_i = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \tilde{X}_i)(X_{ij} - \tilde{X}_i)^T,$$

其中 $\tilde{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$ ，為第 i 組群體之平均數向量， \tilde{X} 為樣本平均數向

量。B 和 W 分別代表樣本中的組間和組內之變異。若組間變異大，而

組內變異小，則各組之變異很容易被鑑別，故區別能力較強，因此 Fisher 區別規則即在找一向量 b ，將原資料做線性轉換 $\tilde{Y} = b^T \tilde{X}$ ，使得 \tilde{Y} 之組間變異

$$B_Y = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{Y}_i - \bar{\tilde{Y}})(\tilde{Y}_i - \bar{\tilde{Y}})^T = b^T \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{X}_i - \bar{\tilde{X}})(\tilde{X}_i - \bar{\tilde{X}})^T b = b^T B b,$$

和其組內變異

$$W_Y = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{Y}_{ij} - \bar{\tilde{Y}}_i)(\tilde{Y}_{ij} - \bar{\tilde{Y}}_i)^T = b^T \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{X}_{ij} - \bar{\tilde{X}}_i)(\tilde{X}_{ij} - \bar{\tilde{X}}_i)^T b = b^T W b,$$

的比值達到最大。亦即在線性區別問題中，要找 b 使得

$$F = \frac{b^T B b}{b^T W b}$$

最大。而使得 F 最大的向量 b 實為矩陣 $W^{-1}B$ 之最大特徵值 (eigenvalue) 所對應的特徵向量 (eigenvector) (見陳(2000))。

若 $\lambda_1, \dots, \lambda_r > 0$ 為 $W^{-1}B$ 之 r 個大於 0 的特徵值， b_1, \dots, b_r 為其相對應的特徵向量，則 $b = b_i$ 為使

$$F = \frac{b^T B b}{b^T W b}$$

達第 i 大之向量， $i=1, \dots, r$ 。而 $Y_i = b_i^T X$ 即為典型區別函數，其區別力當然以 Y_1 最強， Y_2 次之，... 等等。故 $b_1^T X$ 亦稱為第一個典型區別函數，其餘類推，共有 r 個典型區別函數，其中 $r = \min(p, g-1)$ 。詳細討論見陳(2000)。

每一組資料固然可以決定 r 個區別函數，但 r 愈大，對應區別函數 Y_i 之區別能力愈低，因此我們其實並不見得需要使用 r 個區別函數，相反的，我們只需用具”顯著性”(significance) 之 Y_i 即可。

2.2.2 風級數預報

行政院頒布「天然災害停止辦公及上課作業辦法」規定，各機關學校在颱風四小時內可能經過地區，其平均風力達 6 級時，高級中學和以下先行停課，7 級以上各機關學校應停止辦公上課。故我們對颱風風速為 6 和 7 級特別有興趣，本節即將預測颱風伴隨之風速是否達到放假的情形。

由於測站所觀測到風速是屬連續型資料，我們得先透過風速與風級數之關係式為

$$V=0.836 \times B^{1.5},$$

其中 B 為蒲福風級數， V 為風速(公尺/秒)，將風速轉成級數。由於平均風力達 6 級停止上課，達 7 級停止上班，所以本計畫將分成二種情況討論：

情形 1：將所有資料之風速分為兩類，即平均風力低於六級($Y=0$)者，平均風力大於六級($Y=1$)者。

情形 2：將所有資料之風速分為三類，即平均風力低於六級($Y=0$)者，平均風力六級($Y=1$)者，平均風力大於七級($Y=2$)者。

我們仍然利用上節所提到的 8 個颱風因子做為建構區別函數的依據。

區別分析如同迴歸分析，希望能先評估選取有解釋或區別能力高的變

數進入模式內，本計畫利用逐步排除法選出具顯著性的變數。六小時及十二小時顯著變數列於表 2.4 及表 2.5。六小時各網格之區別函數見附錄二。當颱風進入網格，我們將利用表 2.4 及表 2.5 所列變數做為校驗的依據。由於二十四小時風速幾乎都小於 6 級，所以應用區別分析並不合適，因此我們不對二十四小時風速做校驗。

表 2.4: 風速預測區別分析中，各區域網格顯著因子(情形 1)

網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
六小時	顯著變數	X1			X1			X1	X1	X2	X1	X1	X4	X2	X1			
		X2	X2		X5	X2		X4	X4	X3	X4	X4	X5	X3	X2	X2	X2	
		X4	X8	X8	X6		X1	X5	X5	X5	X5	X5	X6	X4	X3	X3	X5	
		X5			X8				X7	X6	X8	X6	X5	X6	X5	X5	X8	
		X6							X6	X8	X8	X8	X8	X8	X8	X6		
網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
十二小時	顯著變數										X1		X1	X1	X1			
					X5		X1	X1		X1	X2	X1	X2	X2	X2	X2	X1	
					X6		X4	X2	X1	X2	X4	X4	X3	X3	X3	X3	X2	
					X8		X4	X4	X1	X5	X5	X5	X5	X4	X4	X4	X4	X5
							X5	X5		X6	X6	X6	X5	X5	X5	X5	X5	X8
											X8	X8	X6	X6	X7	X6		

表 2.5: 風速預測區別分析中，各區域網格顯著因子(情形 2)

網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
六小時	顯著變數	X1			X1			X1	X1	X2	X1	X1	X4	X2	X1		
		X2	X2		X5	X2		X4	X1	X2	X2	X4	X5	X3	X2	X2	X2
		X4	X4	X5	X6		X1	X5	X5	X5	X3	X4	X6	X4	X3	X3	X5
		X5	X8	X8	X8				X7	X6	X5	X4	X5	X6	X5	X5	X8
		X6									X5	X5	X8	X8	X8	X6	
網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
十二小時	顯著變數										X1		X1	X1		X1	
					X5		X1	X1		X1	X2	X1	X2	X2	X1	X2	
					X6		X4	X2	X1	X2	X4	X4	X3	X3	X3	X2	X3
					X8		X5	X5	X1	X5	X5	X5	X5	X5	X4	X2	X4
							X6	X6		X6	X6	X6	X6	X5	X5	X5	X5
											X8	X8	X6	X6	X7	X5	X8

由表 2.4 和表 2.5 中我們發現，颱風中心風速及測站風速同樣是相當重要的因素。而表 2.4 與表 2.5 中斜線部分表示該區域內資料只能分為一類，所以預測風級數為低於六級。變數確定後，我們再利用 2.2.1 節所介紹的方法進行分析。在本計畫中，錯誤分類是採用交互驗證分類 (cross-validation)，即每次保留一筆資料，以其他資料建立區別規則將此資料做為驗證其分類是否正確。結果見表 2.6 及表 2.7。

表 2.6: 區別分析六小時錯誤分類表

情形 1		預測級數			個數
		0	1	個數	
真實 級數	0	1226	142	1368	
	1	22	184	206	
	個數	1248	326	1574	

情形 2		預測級數			個數
		0	1	2	
真實 級數	0	1164	160	44	1368
	1	13	66	20	99
	2	4	19	84	107
	個數	1181	245	148	1574

表 2.7: 區別分析十二小時錯誤分類表

情形 1		預測級數			個數
		0	1	個數	
真實 級數	0	1230	144	1374	
	1	21	126	147	
	個數	1251	270	1521	

情形 2		預測級數			個數
		0	1	2	
真實 級數	0	1200	135	39	1374
	1	11	47	12	70
	2	2	20	55	77
	個數	1213	202	106	1521

由表 2.6 及表 2.7 我們發現，整體正確判斷達到 85% 以上。而對於預測六小時風級數，分成兩類時預測風速達 6 級以上之正確率更達 89%。分

成三類時，判斷 6 級風和 7 級風以上之正確率亦分別達 67%和 78%。預測十二小時風級數時，分成兩類時風速大於 6 級的正確預測率達 86%，正確判斷 6 級風和 7 級風以上者分別有 67%和 71%。由此顯示，利用區別分析判斷級數大的風速有很高的正確率，意味著對於颱風來襲時是否停止上班上課的決策極具參考價值。

2.3 羅吉斯迴歸模型

2.3.1 模型與方法

當反應變數 Y 是二元變數(binary variable)時， Y 值只可能是 0 或 1 兩種情況。傳統線性迴歸模型為

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \epsilon_i \quad i=1, \dots, n$$

$$= E(Y_i | \tilde{X}_i) + \epsilon_i$$

其中 $\tilde{X}_i = (1, X_{i1}, \dots, X_{ik})$ 為 k -維解釋變數向量， ϵ_i 為獨立之隨機誤差且 ϵ_i 具 $N(0, \sigma^2)$ 分佈。若 Y_i 為二元反應變數，則此時 Y_i 不具迴歸模型中常態分佈的假設，且殘差項 ϵ_i 亦有此問題。令 $p_i = P(Y_i = 1 | \tilde{X}_i) = E(Y_i | \tilde{X}_i) = P(Y_i = 1 | \tilde{X}_i)$ 代表反應變數出現 1 的機率，故 $0 \leq E(Y_i | \tilde{X}_i) = P(Y_i = 1 | \tilde{X}_i) \leq 1$ 。此與傳統迴歸模型中 $-\infty < E(Y_i | \tilde{X}_i) < \infty$ 之假設有差異。

由於 $0 \leq E(Y_i | \tilde{X}_i) \leq 1$ ，其和 \tilde{X}_i 之間並非成直線關係，而是類似分佈函數的形狀，所以很多分佈函數可被考慮用來描述它們之間的關係。

$$\log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \tilde{X}_i$$

Berkson(1944)採用 logit 連結函數(link function)，即利用的轉換，使得 $E(Y_i | \tilde{X}_i)$ 落在 $(-\infty, \infty)$ 之間。即令經轉換後的模型稱為羅吉斯迴歸模型。此時 $P(\tilde{X}_i)$ 可表示為

$$p_i = P(\tilde{X}_i) = \frac{\exp(\sum_{j=0}^k X_{ij})}{1 + \exp(\sum_{j=0}^k X_{ij})},$$

稱為羅吉斯函數。以往迴歸分析中，常用來估計參數的方法是最小平方法，但是當反應變數是二元變數時，誤差項的變異會隨著解釋變數的變動而有所不同，所以最小平方法並不適用。在羅吉斯迴歸模型中參數估計最常使用的方法是最大概似法(maximum likelihood method)。之最大概似估計量無解析解(analytic solution)，通常可以牛頓疊代法(Newton-Raphson iterative method)或統計軟體求得近似解， $\hat{\beta}$ ，即為最大概似估計值。和傳統迴歸模型一樣，解釋變數的選擇對模型的適合性有很大的影響，有別於傳統迴歸模型中以 F 統計量做為選擇的標準，在羅吉斯迴歸模型，是以概似比(log-likelihood ratio)統計量為選擇的依據，在一些條件下，此統計量可以近似卡方(chi-square)分配。變數選擇方法中以逐步選擇法(stepwise)最普遍。詳細介紹參閱 Agresti(1990)。

多元羅吉斯迴歸模型是將二元羅吉斯迴歸模型做一推廣，差別在於反應變數 Y 不是只有兩種可能。假設反應變數 Y 具有 g 種類別

(category)，令 $\{p_1, \dots, p_g\}$ 為其對應的機率，且滿足 $\sum_{i=1}^g p_i = 1$ 。假設

$\tilde{X}_i = (1, X_{i1}, \dots, X_{ik})$ ， $i=1, \dots, n$ ，為解釋變數向量。定義 p_{is} 為給定 \tilde{X}_i 之下，出現第 s 種可能結果的條件機率， $s=1, \dots, g$ ，且

$$p_{si} = \frac{\exp(\beta_s^T \tilde{X}_i)}{\sum_{t=1}^g \exp(\beta_t^T \tilde{X}_i)}$$

其中 β_s^T 為 $k+1$ 維之參數向量， $s=1, \dots, g$ 。根據此定義，可建立多分元羅吉斯迴歸模型(polychotomous logistic regression model)，即

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{p_{si}}{p_{gi}}\right) &= \log\left\{\frac{\exp(\beta_s^T \tilde{X}_i)}{\sum_{t=1}^g \exp(\beta_t^T \tilde{X}_i)} \div \frac{\exp(\beta_g^T \tilde{X}_i)}{\sum_{t=1}^g \exp(\beta_t^T \tilde{X}_i)}\right\} \\ &= \log\left\{\frac{\exp(\beta_s^T \tilde{X}_i)}{\exp(\beta_g^T \tilde{X}_i)}\right\} \\ &= \beta_s^T \tilde{X}_i - \beta_g^T \tilde{X}_i, \quad i=1, \dots, n, \end{aligned}$$

其中 $s=1, \dots, g-1$ ， g 為參考類別(reference category)， β_s 和 β_g 為其所對應之參數。此模型包含 $g-1$ 個羅吉方程式(logit equations)。而參數之估計量無解析解(analytic solution)，數值計算與二元羅吉斯迴歸模型一樣，皆可以牛頓疊代法(Newton-Raphson iterative method)或統計軟體求得近似解。參閱 Agresti(1990)。

2.3.2 風級數預報

首先在每一個網格上，依據所有歷史颱風資料選取顯著影響的解釋變

數。其結果分別列於表 2.8 及表 2.9。對於六小時後預報，測站當時的風速是相當重要的變數，可能是當颱風靠近網格時，距離測站較近，因此測站當時的風速足以反應在短時間內的預報。十二小時後的預報，則颱風中心風速是顯著的變數，原因可能在於颱風本身的強度會影響氣候狀況，所以颱風的狀態對預報長時段是相當重要的因素。

表 2.8: 風速預測羅吉斯模型中，各區域網格顯著因子(情形 1)

網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
六小時	顯著變數	X5	X8	X5	X1 X5 X6	X2 X5	X5	X2 X4 X5	X1 X5 X6	X1 X2 X3 X6	X1 X5	X5	X5 X6	X4	X5 X7	X2 X8
網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
十二小時	顯著變數				X6		X1 X4	X1 X2 X5	X1	X5	X1 X2 X4 X5	X1 X5	X2 X3 X6 X7	X4	X1 X5	X4 X6

表 2.9: 風速預測羅吉斯模型中，各區域網格顯著因子(情形 2)

網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
六小時	顯著變數	X5	X2 X8	X5	X1 X5	X2 X5	X5	X1 X4 X5	X1 X4 X5 X6	X2 X3 X5 X7 X8	X1 X5	X5	X1 X5 X6	X1 X4 X8	X3 X5 X7	X2 X8
網格區域		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
十二小時	顯著變數				X6		X1 X4	X1 X2 X4 X5	X1	X5	X1 X2 X4 X5	X1 X5	X2 X3 X6 X7	X4 X6	X1 X3 X6 X7	X1 X2 X3 X4

網格內變數確定後，再進行參數估計。當反應變數是二元資料時，可以估算出 $P(Y=0|X)$ ，即風速低於 6 級的機率； $P(Y=1|X)$ ，即風速高於 6 級

的機率。所以當 $P(Y=0|X)$ 大於 $P(Y=1|X)$ 時，我們判定風速低於 6 級；反之，當 $P(Y=0|X)$ 小於等於 $P(Y=1|X)$ 時，我們判定風速高於 6 級。對於風速分為三類的情況，同樣取機率最高的為預測級數。同樣的，在表 2.10 與表 2.11 列出歸類表。並且計算在各類別下正確判斷的比率。

表 2.10: 羅吉斯模型六小時錯誤分類表

情形 1		預測級數			個數
		0	1	個數	
真實 級數	0	1339	29	1368	
	1	70	136	206	
個數		1409	165	1574	

情形 2		預測級數			個數
		0	1	2	
真實 級數	0	1340	27	1	1368
	1	55	41	3	99
	2	17	63	27	107
個數		1412	131	31	1574

表 2.11: 羅吉斯模型十二小時錯誤分類表

情形 1		預測級數			個數
		0	1	個數	
真實 級數	0	1347	27	1374	
	1	70	77	147	
個數		1417	104	1521	

情形 2		預測級數			個數
		0	1	2	
真實 級數	0	1358	16	0	1374
	1	44	26	0	70
	2	23	32	22	77
個數		1425	74	22	1521

由表 2.10 及表 2.11 我們發現，整體正確判斷可達 90%。對於預測六小時風級數，分成兩類時風速大於 6 級的正確預測率為 66%。分成三類時，正確判斷 6 級風和 7 級風以上之百分比分別為 41%和 25%。預測十二小時風級數時，分成兩類風速大於 6 級的正確率為 52%，正確判斷 6 級風或 7 級

風以上則有 37%和 29%。所以雖然整體正確判斷率很高，但是對於級數大的風速，判別能力並不佳。而整體判斷率很高，主要原因是對風速低於 6 級之辨別能力較強，其所佔的比重也較高，因此只看整體判斷率是不夠的。

從數據顯示，迴歸模型、羅吉斯迴歸模型對於風速大於 6 級的參考能力遠比區別分析來得差。所以對於較大風速，應該採用區別分析，因此或可考慮先以迴歸或羅吉斯模型判斷是否風速大於六級，若是，再以區別分析分辨是否大於六級。

第三章 雨量分析

本章將以混合模型對台北雨量進行分析與校驗，我們首先介紹混何模型及其運算法。

3.1 混合模型(Mixture Model)

假設獨立隨機變數 R_i ， $i=1, \dots, n$ ，在 $R_i=0$ 之機率值為 $1-p_i > 0$ ，而當 $R_i \neq 0$ 時，其具常態迴歸模型，即

$$R_i = \begin{cases} Z_i & \text{with probability } p_i \\ 0 & \text{with probability } 1-p_i, \end{cases} \quad (3.1)$$

其中 $Z_i > 0$ 為截斷的常態 $N(\tilde{X}_i^T, \sigma^2)$ 隨機變數， $i=1, \dots, n$ ， \tilde{X}_i 為第 i 個觀測值之解釋變數向量值， β 是未知的迴歸係數向量，且 σ^2 亦未知。亦即 R_i 為常態迴歸模型和在零點具質量(point mass)之混合分佈， $R_i=0$ 之機率為 $1-p_i$ ；而 R_i 和 Z_i 具同分佈之機率為 p_i 。

若已有獨立觀測值 (R_i, \tilde{X}_i) ， $i=1, \dots, n$ ，我們有興趣的除了 p_i 之估計外，尚包含當未來資料解釋變數之觀測值為 X_i^0 時，對其反應變數 R^* 值之預測。由(3.1)知，給定 \tilde{X}_i 及 β 、 σ^2 和 p_i 時，

$$\begin{aligned} E(R_i) &= E(R_i | R_i \neq 0)P(R_i \neq 0) + E(R_i | R_i = 0)P(R_i = 0) \\ &= E(Z_i)p_i + 0 \times (1-p_i) \\ &= \left\{ X_i^0 + \frac{\exp\left[-\frac{(X_i^0)^2}{2\sigma^2}\right]}{\sqrt{2} [1 - \Phi\left(-\frac{X_i^0}{\sigma}\right)]} \right\} p_i. \end{aligned} \quad (3.2)$$

因此， R^* 可將 $X_i^0 = X_i^0$ 代入(3.2)之右式來估計。然而 β 和 σ 為未知參數，其貝氏估計值可由(3.2)式對 (β, σ^2) 之後驗分布積分而得，即

$$\hat{R}^* = \int \frac{\tilde{X}^{0T} + \frac{\exp[-\frac{(\tilde{X}^{0T})^2}{2\sigma^2}]}{\sqrt{2} [1-\Phi(-\frac{\tilde{X}^{0T}}{\sigma})]}}{\tilde{X}^{0T}} \} p^*(\beta, \sigma^2) \pi(\beta, \sigma^2 | \tilde{R}, \tilde{X}, \tilde{Y}) d\beta d\sigma^2, \quad (3.3)$$

來估計，其中 $p^*(\beta, \sigma^2) = \Phi(\tilde{X}^{0T} / \sigma)$ 。至於 (β, σ^2) 之後驗分布可以 Gibbs 抽樣方法(Geman 和 Geman (1984), Casella 和 George(1992))得其近似樣本，方法如下：引進二元變數 Y_i (Albert 和 Chib(1993))， $i=1, \dots, n$ ，令 $Y_i=1$ 若 $R_i \neq 0$ ，而 $Y_i=0$ 若 $R_i=0$ ，故 $p_i=P(Y_i=1)$ 。同樣地考慮 probit 模型，

也就是 $p_i = \Phi(\frac{\tilde{X}_i^T}{\sigma})$ 。但在給定資料中，若 $R_i=0$ ，則引進隱藏變數 $Z_i^0 < 0$ ，但 $Z_i^0 \sim N(\tilde{X}_i^T, \sigma^2)$ 。不失一般性，假設觀測資料中 $R_1 = \dots = R_r = 0$ ， $r < n$ ，而 $R_j = Z_j$

> 0 ， $j=r+1, \dots, n$ 。令 $\pi(\beta, \sigma^2)$ 為 β 和 σ^2 之聯合先驗分佈，則 β, σ^2 和 $\tilde{Z}^0 = (Z_1^0, \dots, Z_r^0)$ 之聯合後驗分佈為

$$\pi(\beta, \sigma^2 | \tilde{Z}^0, \tilde{R}, \tilde{X}, \tilde{Y}) \propto \pi(\beta, \sigma^2)$$

$$\times \prod_{i=1}^r \varphi(Z_i^0; \tilde{X}_i^T, \sigma^2) \prod_{i=r+1}^n \varphi(Z_i; \tilde{X}_i^T, \sigma^2)。 \quad (3.4)$$

考慮無資訊先驗分佈 $\pi(\beta, \sigma^2) \propto \sigma^{-2}$ ，則給定 \tilde{R} 、 σ^2 和 Z_i^0 之下 β 的條件後驗分佈為

$$\beta | \tilde{Y}, \tilde{X}, \tilde{R}, \tilde{Z}^0, \sigma^2 \sim N(\hat{\beta}_z, (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \sigma^2)。 \quad (3.5)$$

其中 $\hat{\beta}_z = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{Z}$ ，這裡 $\tilde{Z} = (Z_1^0, \dots, Z_r^0, Z_{r+1}, \dots, Z_n)$ 。同樣地從(3.5)可知給定 \tilde{Y} 、 \tilde{X} 、 \tilde{R} 、 σ^2 和 β 之下， Z_i^0 的條件後驗分佈為

$$Z_i^0 | \tilde{Y}, \tilde{X}, \tilde{R}, \sigma^2, \beta \sim N(\tilde{X}_i^T, \sigma^2)，但 Z_i^0 \le 0。 \quad (3.6)$$

又給定 \tilde{Y} 、 \tilde{X} 、 \tilde{R} 、 \tilde{Z} 和 β 之下， σ^2 的條件後驗分佈為

$$\sigma^2 | \tilde{Y}, \tilde{X}, \tilde{R}, \tilde{Z}, \beta \sim \text{Inverse Gamma} \left(\frac{n}{2}, [(\tilde{Z} - \tilde{X} \beta)^\top (\tilde{Z} - \tilde{X} \beta)]^{-1} \right). \quad (3.7)$$

在給定 β 、 σ^2 和 \tilde{Z}^0 之起始值下，經(3.5)、(3.6)和(3.7)反覆疊代抽樣，即可得 (β, σ^2) 之一組近似後驗樣本， (β_k, σ_k^2) ， $k=1, \dots, N$ ，則(3.3)是由(3.2)式之近似後驗平均值

$$\hat{R}_B^* = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \max \left\{ \tilde{X}_k^* + \frac{k \times \exp\left[-\frac{(\tilde{X}_k^*)^2}{2 \frac{2}{k}}\right]}{\sqrt{2} \left[1 - \Phi\left(-\frac{\tilde{X}_k^*}{k}\right)\right]} p_{k,0}^*, 0 \right\}, \quad (3.8)$$

來估計，其中 $p_{k,0}^* = \Phi\left(\frac{\tilde{X}_k^*}{k}\right)$ 。此 \hat{R}_B^* 即可視為 $E(R^*)$ 之貝氏估計。

3.2 降雨量估計

考慮區域範圍為東經 120 至 125 度，和北緯 20 至 28 度，以台北測站自 1961 至 1994 年所觀測到 145 個颱風時雨量和累積雨量及相關資料進行分析，我們所預測時雨量為一、三、六與十二小時，累積雨量則預測三、六與十二小時。選擇區域範圍內，畫分成 1×1 之經緯度網格，共有 30 個網格。而當颱風進入東經 120 至 125 度，和北緯 22 至 25 度時，我們以迴歸法預測雨量，颱風在此範圍之外，則用混合模型預測雨量。表 3.1 將這些網格以代號區分。

表 3.1 : 資料範圍以經緯度 1 度分 30 區域網格之代號

	120-121 °E	121-122 °E	122-123 °E	123-124 °E	124-125 °E
27-28 °N			20	25	30
26-27 °N			19	24	29
25-26 °N			18	23	28
24-25 °N	3	6	9	12	15
23-24 °N	2	5	8	11	14
22-23 °N	1	4	7	10	13
21-22 °N			17	22	27
20-21 °N			16	21	26

由於東經 120 至 125 度，和北緯 22 至 25 度間，雨量為零的個案數較少，所以可以利用 2.1 節之迴歸模型。故本節考慮的預報範圍為標示於表 3.1 中自 16 至 30 之網格，共 15 個。將以混合模型進行一、三、六和十二小時時雨量與三、六和十二小時累積雨量的預報。

令 $\tilde{X} = (X_1, \dots, X_8)$ ，即颱風之中心風速、測站距離、移動方向、移動速度、測站風速、地面壓力、日序與測站雨量等解釋變數。若考慮降雨量 R 為 3.1 節中具常態迴歸模型和在零點具質量(point mass)之混合分佈，即當 $R=0$ ，表未降雨，其機率為 $1-p$ ；而當降雨時， $R=Z=\sqrt{Y_{\Delta t}}$ 為實際觀測到之根號雨量值，其機率為 $1-p$ 。將資料 $(\tilde{X}_i, Y_{i\Delta t})$ ， i, \dots, n_I ，參照 3.1 節所述，考慮無資訊先驗分佈， $\pi(\beta, \sigma^2) \propto \frac{1}{2}$ ，進行貝氏分析，利用 (β, σ^2)

之後驗近似樣本，代入(3.8)式中，得 $E(R^*)$ 之近似後驗分佈，再以其近似後驗平均值做為 $E(R^*)$ 之估計量。則降雨量估計為 \hat{R}_B^{*2} (即(3.8)式之平方)。

表 3.2 為使用平均法、迴歸法和混合法預測時雨量與真實雨量之均方誤差和相關係數。在均方誤差方面，混合法在各時段下皆小於迴歸法和平均法；而混合法除在一小時外，其各時段的均方誤差都比其他方法較低，因此就均方誤差而言混合法是較佳的。在相關係數方面，混合法在各時段下皆高於迴歸法和平均法；而在六小時內混合法又高於其他方法。因此，混合法預測能力優於迴歸模型，原因在於較能準確預測雨量等於零的個案。時雨量與真實時雨量預測之散佈圖見附錄三。

表 3.2: 時雨量預報之均方誤差及相關係數

方法 \ 時段		一小時	三小時	六小時	十二小時
		雨量	雨量	雨量	雨量
平均法	均方誤差	17.6	17.2	17.5	11.7
	相關係數	0.42	0.43	0.37	0.23
迴歸法	均方誤差	14.3	15.4	13.2	10.4
	相關係數	0.58	0.54	0.61	0.47
混合法	均方誤差	13.3	13.1	12.2	9.8
	相關係數	0.69	0.60	0.63	0.51

表 3.3 分別為平均法、迴歸法和混合法之預測累積雨量與真實累積雨量之均方誤差和相關係數及其對各時段之曲線圖。在均方誤差方面，混合法在各時段下皆小於迴歸法和平均法；而混合法在各時段的均方誤差都比

其他方法較低，因此就均方誤差而言混合法是較佳的。在相關係數方面，混合法在各時段都高於其他方法。因此，混合模型在累積雨量預測能力優於其他四種方法，原因在於混合模型較能準確預測累積雨量等於零的個案。但相對地累積雨量為零的個案不如時雨量中多，故迴歸法也能得到不錯的結果。

表 3.3: 累積雨量預報之均方誤差及相關係數

方法 \ 時段		三小時 累積雨量	六小時 累積雨量	十二小時 累積雨量
平均法	均方誤差	125	272	696
	相關係數	0.32	0.57	0.59
迴歸法	均方誤差	79	161	392
	相關係數	0.64	0.78	0.81
羅吉斯法	均方誤差	73	157	387
	相關係數	0.66	0.80	0.82
貝氏法	均方誤差	77	158	389
	相關係數	0.65	0.80	0.82
混合法	均方誤差	66	112	335
	相關係數	0.70	0.82	0.83

第四章 結論

降雨量與風速預報是天氣預報作業中重要的工作項目之一，而伴隨颱風之豪雨與強風更在許多地方造成嚴重災害，如何增進對其預報準確度，是相當重要的課題。本計畫主要嘗試以迴歸分析、區別分析與羅吉斯迴歸模型以預測台北颱風 24 小時以內之風速及其相對之級速；並應用迴歸模型、混合模型預測颱風離台灣較遠時台北颱風 12 小時以內之時雨量與累積降水。

根據第二章與第三章分析結果，在風速方面，迴歸法對風速預報相關係數達 0.7 以上；區別分析對風速達六級以上之預報正確率達 85%；羅吉斯法對風速達六級以上之預報正確率達 50%以上。在雨量方面，在颱風離台灣較遠時，混合模型在各時段的預報上都優於其他方法。不過，不論何種方法預測結果皆較無法掌握短時間內豪大雨的預測，且往往有低估的現象。不過本計畫所使用的混合模型的確對於雨量為零的個案能較準確的預測。

影響颱風雨量與風速的因素很多，中央氣象局以往所採用的平均法在雨量與風速預測方面有其基本參考價值，但是相當多天氣狀況未考量在平均法中，而迴歸模型、羅吉斯模型和混合模型對雨量與風速預測有明顯的改善。不過，突然間的狂風暴雨仍不易預測準確，是各種方法所面臨到的問題，如何有效處理這類資料，值得深入研究。透過歷史資料及專家意見，

放入適當的先驗分佈，或考慮時間數列模型等，都值得進一步研究。

參考文獻

1. Agresti, A. (1990) *Categorical Data Analysis*, : Wiley, New York.
2. Casella, G., and George, E. I. (1992) “An Introduction to Gibbs Sampling,” *Amer. Statist*, 46, 167-174.
3. Draper, N. R., and Smith, H. (1998) *Applied Regression Analysis*, John Wiley & Sons, Canada.
4. Geman, S., and Geman, D. (1984) “Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images,” *IEEE Trans. Pattern Anal, Mach. Intell*, 6, 721-740.
5. Albert, J. H., and Chib, S. (1993) “Bayesian Analysis of Binary and Polychotomous Response Data,” *Journal of the American Statistical Association*, 88, 669-679.
6. 王時鼎、顏清連、陳泰然與謝信良(1986)：台灣颱風降雨特性及預報研究(三)。國家科學委員會防災科技研究報告 74-51，152pp。
7. 葉天降、吳石吉與謝信良(1999)：簡單統計方法於台灣地區颱風降水預測之研究(一)預測方法與台北颱風降水之預測校驗。大氣科學，27，395-412。
8. 葉天降、吳石吉與謝信良(2000)：台灣地區颱風風速之簡單統計預

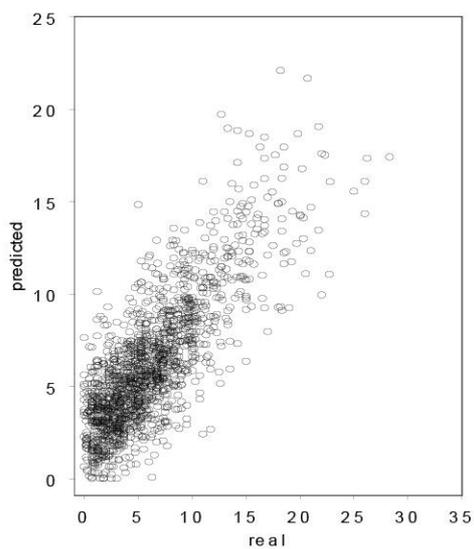
測。(大氣科學)

9. 葉天降、樊采虹與李昀寰(2000)：台灣地區颱風降水之迴歸預(一)台

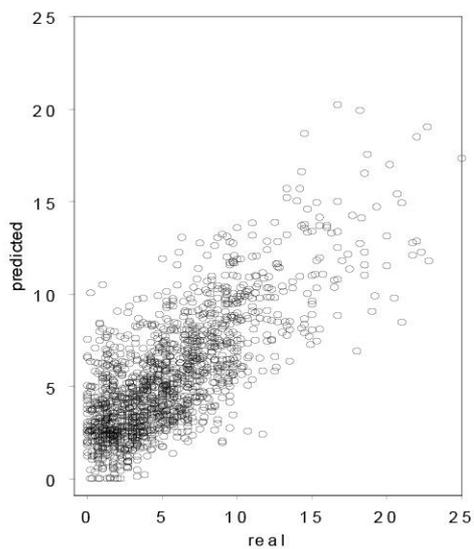
北颱風降水線性迴歸預測模式。(大氣科學)

10. 陳順宇(2000)：多變量分析。華泰書局。

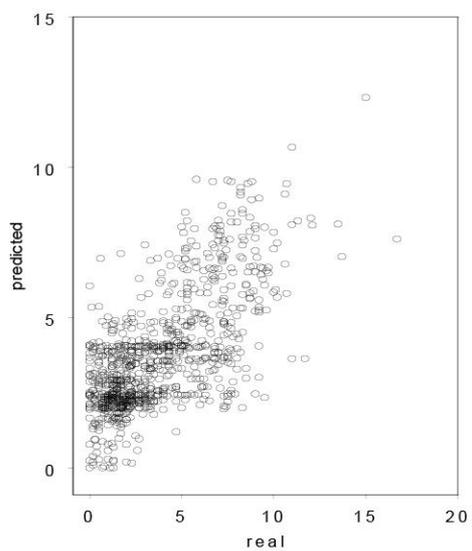
附錄一：迴歸模型對延時為(a)6、(b) 12 與(c)24 小時風速預測值相對於觀測值之散布圖。



(a)



(b)



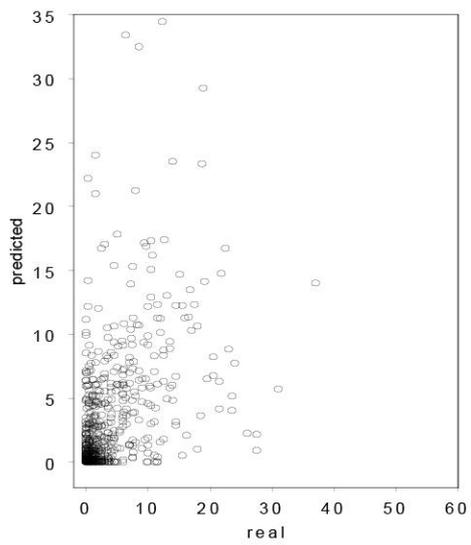
(c)

附錄二： 六小時各網格之區別函數

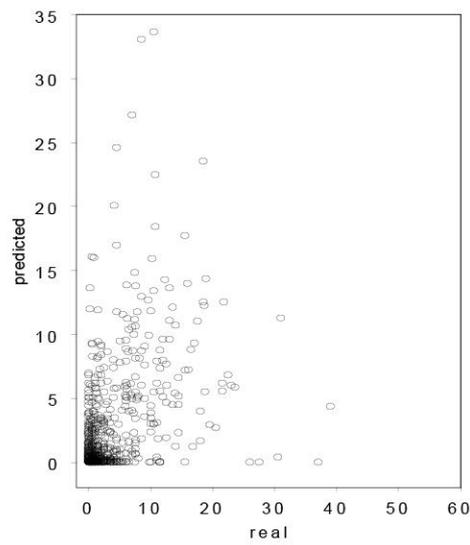
區域	區別函數
1	$-45771-0.9X1-115.6X2+523.7X4+63.3X5+91.9X6$
2	$-43.9+43.2X2+1.5X8$
3	$-1.1-0.2X8$
4	$-24754+1.8X1+22.2X5+49.2X6+0.7X8$
5	$-14.3+17.6X2$
6	$-6.2+0.2X1-0.2X6$
7	$-45.5+0.1X1+32.02X4+1.1X5+85.5X7$
8	$-14606+2.15X1-687.4X4+37.29X5+29.1X6$
9	$-24.1+23.8X2+0.2X3+0.54X5+0.14X8$
10	$-37147+0.1X1-4002X4+67.1X5+74.5X6+10.1X8$
11	$-26284+2.1X1-602.5X4+56.7X5+52.4X6$
12	$-17357+1713X4+26.71X5+34.28X6+1.05X8$
13	$-176.7+63.8X2+0.3X3+209.9X4+5.4X5+2.5X8$
14	$-49209+1.5X1+55.6X2-6.2X3+66.3X5+42.5X6$
15	$-68.1+46.7X2-0.1X5+0.13X8$

附錄三：混合模型對延時為(a)1、(b)3、(c)6 與(d)12 小時時雨量預測值相

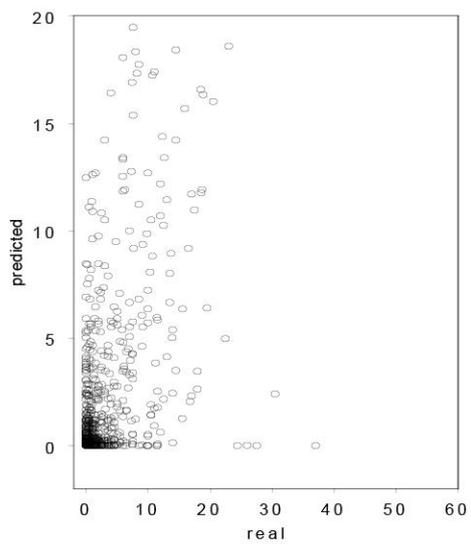
對於觀測值之散布圖(大區域)。



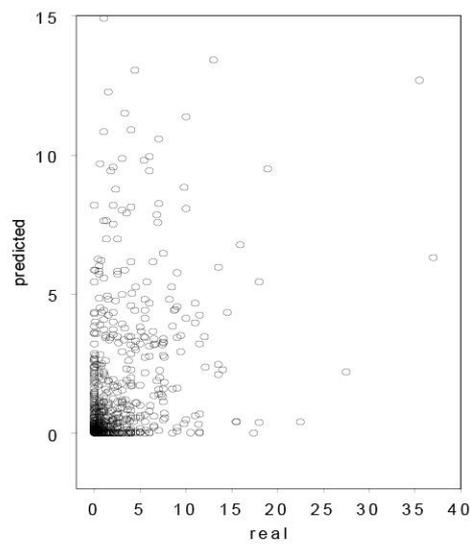
(a)



(b)



(c)



(d)