

台灣南北氣候差異之研究

李永安 邵耀亭 張隆男

李汴軍 張領孝

國立中央大學大氣物理研究所

中央氣象局

摘要

利用相空間重組方法和點樣維度法，我們分析了台灣地區六個測站〔台北、台中、台南、恆春、台東、花蓮〕的觀測時間序列資料。我們發現利用點樣維度法來估算天氣吸引子的維度所得的結果比較準確和可靠。而從計算誤差的變化來看，我們至少需要60年以上的資料長度才能比較可靠的估算天氣吸引子的維度。如果只利用單一變數來重組天氣系統，那麼壓力資料比溫度資料要來得可靠。因為六個測站的資料都得到非常接近的吸引子維度，因此雖然各測站顯現的氣候有所差異，但從動力系統的觀點而言，整個台灣地區是屬於同一動力系統。

關鍵詞：相空間重組方法，動力系統，吸引子，點樣維度。

一、引言：

傳統的波譜分析，一直是我們分析時間序列資料的重要方法。基本上，對於有週期性行爲的時間序列而言，波譜分析是一個非常有效的方法，可以提供我們很多資訊。然而對於沒有週期性行爲的混沌時間序列(chaotic time series)，波譜分析所能提供的訊息就非常的有限，甚至無法分辨時間序列是由隨機系統或決定性動力系統所造成的。近年來在非線性動力系統的研究領域裡，發展了一套相空間重組的方法(phase space reconstruction method; Taken, 1981)來處理與分析時間序列資料。相空間重組方法，簡單的說，就是利用時間序列資料和時間延遲坐標(time-lag coordinates)來重組動力系統在相空間的演化軌跡。由此我們就可以引用動力系統的理論從重組的演化軌跡中來探討與分析這個時間序列的一些特徵。由於這套方法是從動力系統的

觀點來分析時間序列，並不依賴週期函數來分解時間序列，因此它提供了我們一個分析處理混沌時間序列的有效方法。

從氣象應用的角度來看，由於觀測資料大多屬於混沌時間序列，波譜分析能提供的訊息並不多，因此利用相空間重組方法來分析資料就顯得非常的具有吸引力。事實上，從八十年代初期開始就陸續有學者利用這個方法來分析與氣象有關的資料。例如 Nicolis and Nicolis (1984, 1985), Fraedrich (1986, 1987, 1989, 1990), Essex et al. (1987), Hense (1987), Tsonis and Elsner (1988), Keppenne and Nicolis (1989)等學者就利用相空間重組方法和相關的地質或氣象資料(如深海岩層資料、測站資料、ENSO指數資料、和氣旋路徑坐標資料等)來研究氣候、短期天氣、氣旋、中尺度天氣和ENSO等系統的吸引子維度和可預報度的極限。他們分析的結果顯示，中尺度以上的系

統都具有低維度的吸引子，而可預報度的極限則從氣候的三萬年、天氣的三星期，到熱帶氣旋的一天左右。李永安(1990)也利用相空間重組方法來分析台灣地區台北和恆春測站80年的地面氣壓和溫度資料。分析的結果顯示：(1)、台灣地區的天氣系統也具有低維度的吸引子；(2)、資料長度不足時會低估吸引子的維度；(3)、時間延遲參數的選擇會影響相關維度演算法對於吸引子維度的估算。另一方面，他也發現，從臺北的資料估算的吸引子維度要比從恆春的資料估算的要高，而從溫度資料估算的也比由氣壓資料估算的要高。這些現象，是否意味著台灣地區的天氣系統具有強烈的不均勻性以至於不同的地理位置的資料會造成吸引子維度估計的差異，或者只是估計吸引子維度所用方法的誤差而已，是值得我們深入探討的。

Holfuss and Mayer-Kress (1986) 指出由 Grassberger and Procaccia (1983 a, b) 所發明的吸引子的相關維度演算法不僅無法提供吸引子在相空間上不均勻性的訊息，更重要的是，這方法會扭曲相關函數與距離之間的尺度範圍 (scaling range) 因而造成在計算吸引子維度時產生誤差。相對的，點樣維度 (pointwise dimension) 演算法雖然在計算上比較耗時，可是它能避免上述相關維度演算法的缺點，因此他們建議在估計吸引子維度時應採用這個方法。

基於上述的結論，本文研究的主要目的有二：一是利用點樣維度法來探討吸引子維度在相空間的不均勻性和資料有限所產生的計算誤差；二是利用點樣維度法和台灣各地的資料來探討台灣各地氣候的差異。本文共分四節：第一節是引言，第二節是研究方法，第三節是分析結果，第四節為討論。

二、研究方法：

在這節中我們將簡介本文將使用的兩個研究方法：(A)、相空間重組方法，(B)、點樣維度演算法。相空間重組方法可以讓我們從實際的資料中重組動力系統在相空間的演化路徑。而點樣維度演算法則可以讓我們從重組的演化軌跡中求得動力系統的吸引子維度。

(A)、相空間重組方法

如果一個動力系統可以用 n 個一階常微分方程式來描述，

$$x_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad j = 1, \dots, n. \quad (1)$$

那麼系統的演化路徑在由 x_1, x_2, \dots, x_n 所組成的 n 維相空間中就可以用位置向量，

$$x(t) = \{ x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t) \}, \quad (2)$$

來表示。從數學上來看，由於(1)式的 n 個變數方程組可以經由微分、代入消去的方法簡化成其中一個變數的 n 階常微分方程式，例如

$$x_1^{(n)}(t) = F \{ x_1(t), x_1'(t), \dots, x_1^{(n-1)}(t) \}, \quad (3)$$

因此系統的演化路徑也可由 $x_1, x_1', \dots, x_1^{(n-1)}$ 所組成的 n 維相空間的位置向量，

$$x_1(t) = \{ x_1(t), x_1'(t), \dots, x_1^{(n-1)}(t) \}, \quad (4)$$

來決定。Ruelle (1981)，從差分 (finite difference) 是微分 (differentiation) 的近似的觀點，進一步指出實際上 $x_1(t), x_1'(t), \dots, x_1^{(n-1)}(t)$ 可以用時間延遲變數 $x_1(t), x_1(t+\tau), \dots, x_1(t+(n-1)\tau)$ 來代替，在此 τ 是時間延遲常數 (time lag)。因此系統的演化過程也可以

用延遲相空間的位置向量

$$x_1(t) = \{ x_1(t), x_1(t+\tau), \dots, x_1(t+(n-1)\tau) \}, \quad (5)$$

來描述。因為(1)式和(3)式代表同樣的系統，基本上從相空間 x_1, x_2, \dots, x_n 轉換到相空間 $x_1(t), x_1'(t), \dots, x_1^{(n-1)}(t)$ 再轉換到延遲相空間 $x_1(t), x_1(t+\tau), \dots, x_1(t+(n-1)\tau)$ 並不會失去任何有關系統演化的訊息，因此我們可以由單一變數的時間序列來重組動力系統在相空間的演化路徑。對一個離散(discrete)的觀測時間序列， $x(t)$ ，而言，時間延遲變數 $x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(n-1)\tau)$ 遠比 $x, x', \dots, x^{(n-1)}$ 容易得到，所以(5)式在應用上是比較實際而方便的。不過有一點是需要特別注意的，因為 $x, x', \dots, x^{(n-1)}$ 坐標是線性獨立的，因此利用時間延遲坐標重組相空間時，在時間延遲常數 τ 的選擇上，也必需儘量使得 $x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(n-1)\tau)$ 愈線性獨立愈好。否則系統在相空間的結構很容易在坐標轉換過程中被扭曲了。

(B)、點樣維度演算法

從過去的研究中我們知道，吸引子的維度與耗散動力系統的演化行為有非常密切的關係。大體而言，當動力系統的演化是週期性或準週期性的行為時，吸引子的維度是整數。可是當動力系統的演化是沒有週期的混沌(chaotic)行為時，不僅微小的初始誤差會被放大，造成預報能力的消失，而且會使得吸引子在相空間的結構在某些方向有不連續的現象。這時吸引子的維度是非整數的，也就是所謂的碎度(fractal dimension)。所以在探討實際的動力系統的特徵時，如何從實驗資料中獲得吸引子維度的估計，一直是人們很有興趣的問題。

在眾多的碎度計算方法中，由於相關維度演算法(Grassberger and Procaccia, 1983 a,b)具有簡單

明瞭易於計算的優點，因此最被廣為應用於吸引子維度的估計。然而 Holzfuss and Mayer-Kiess (1986) 也指出，此演算法在計算過程中會扭曲相關函數與距離的尺度關係，因此在計算吸引子維度時會產生誤差。另一方面，相關維度演算法只求得出吸引子在相空間的平均相關維度，因此也無法提供我們關於資料有限所產生的計算誤差範圍和吸引子在相空間的不均勻性。

Farmer et al. (1983) 提出點樣維度的觀念。它是這樣定義的：如果 N 是相空間中所有點的總數，而 $N_i(r)$ 是落在以 x_i 為中心 r 為半徑的相空間體積內的資料數，那麼點樣維度， D_i ，就是從 $N_i(r)$ 與 r 具有的尺度關係所得的維度，

$$D_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{1}{N} N_i(r)}{\ln r}. \quad (6)$$

因此吸引子的維度，我們可以取相空間中所有點樣維度的平均，

$$D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i \quad (7)$$

來代表。在實際應用時， $N_i(r)$ 可以用

$$N_i(r) = \sum_{j=1}^N \Theta(r - |x_i - x_j|), \quad (8)$$

來估計。 $\Theta(u)$ 是 Heaviside 函數，有 $u > 0, \Theta(u) = 1$ 和 $u < 0, \Theta(u) = 0$ 的特性。 $|x_i - x_j|$ 是相空間中兩點之間的距離。由於點樣維度法必需計算每一參考點的維度，相對於相關維度法而言，是比較費時費力的。然而也因為必需求得每一參考點的維度，尺度範圍不會在平均的過程中被改變，因此在計算吸引子維度時比較不會產生誤差。另一方面，由 D 的標準偏差(standard deviation)我們也可得知吸引子在相空間的不均勻性與資料

數有限所造成的計算誤差範圍。

在實際計算吸引子維度時，有兩點必需特別注意的：(1)、由於我們並不知道天氣系統的維度，因此必需在不同的重組相空間中求得維度 D 。當 D 隨相空間維度增加達到飽和時，這個飽和維度才是系統的吸引子維度；(2)、由於利用(8)式求 $N_1(\tau)$ 時，至少要計算 N^2 個兩點間的距離，十分費時。我們可以在求 D 時只隨機取一些參考點來做平均以節省計算所需的時間。我們曾試過每10, 20, 40, 100天取一個參考點來做平均，所得的結果都非常的相似。因此在本文中，維度 D 都是用每40天取一個參考點來做平均所得的結果。

三、結果分析：

這一節中我們利用點樣維度法來分析實際的觀測資料。所用的資料是中央氣象局所提供的台北、台中、台南、恆春、台東、花蓮等六個地面測站的每日平均氣壓和溫度。資料長度均為八十年(1910-1989)。

圖一 是利用恆春的壓力資料，在延遲時間 $\tau = 1, 3, 6, 10, 15$ 時，求得的 D 隨重組相空間維度 N 變化的情形。每個子圖的右邊是在不同的 N 時， D 和它的標準偏差的值。首先，我們看到的是標準偏差隨著重組相空間維度的增加而增加。這主要是因為時間序列的資料數是固定的，並不會隨著重組相空間維度的增加而增加。當維度增加時，重組相空間中資料點的密度會相對的減少，增加了 $N_1(\tau)$ 的不均勻性，以至於 D 的標準偏差也跟著增加。另一方面，我們也發現 $\tau = 1$ 時， D 的標準偏差值最小。這是因為 $\tau = 1$ 時，延遲座標之間的相關性很強，使得系統在重組相空間的路徑集中在坐標的對角軸上。 $N_1(\tau)$ 的不均勻性不會像其他的 τ 值時那麼大，因

此 D 的偏差值也就相對的較小。也因為延遲座標的相關性強，使得 D 在 $\tau = 1$ 時比其他 τ 值都要低。

圖二 a, b 是分別由恆春的壓力與溫度資料，在 $\tau = 1, 3, 6, 10, 15$ 時，得到的 D 值隨相空間維度 N 變化的圖。我們可以很明顯的看出，除了 $\tau = 1$ 時 D 值沒有飽和外其餘的 τ 值時 D 值均達到飽和，而且飽和值非常接近。這結果與由相關維度法得到的(李, 1990; 圖二)比較，有明顯的差異。第一：當 $\tau = 1$ 時，相關維度法在 N 大時，所得之 D 值大於其他 τ 值所得的；而點樣維度法在 $\tau = 1$ 時所得的 D 值則一直低於其他 τ 值所得的。由於 $\tau = 1$ 時，延遲座標的相關性很強，重組的系統演化路徑會聚集在一起，理論上應該是會造成 D 值的低估。因此我們認為由點化維度法得到的結果比由相關維度法得到的要合理。第二：在不同的 τ 值，由點化維度法所得的飽和 D 值都非常接近，而由相關維度法得到的則有明顯的差異。這顯示利用點化維度法所計算的吸引子維度，對於 τ 值的選擇並不像相關維度法那麼敏感。相對而言，點樣維度法減低了估計吸引子維度時的不確定性。

圖三到圖七，除了分別是由台北、台中、台南、台東和花蓮測站資料所得的外，其餘都和圖二相同。其結果也和恆春資料所得的非常的類似。雖然各測站所處的地理位置不同，所顯現的氣候特徵也有所差異，然而從時間序列資料所得的吸引子維度和標準偏差都非常的接近。因此，從動力系統的觀點而言，整個台灣地區是在同一個天氣動力系統的控制之下。另外值得注意的是，在所有的結果中，從壓力資料所得到的吸引子維度都比由溫度資料所得到的要高一些。這可能是因為系統中的某些變數彼此間並沒有交互作用，因此無法從多變數的(1)式完全簡化成單一變數的(3)式，以至於利用某些特定單一變數的時間序列資料並無法完

整的重組系統在相空間的演化過程。所以，從上述的結果，我們認為利用壓力資料來重組相空間可能比利用溫度資料要來得適當些。當然，如果可以同時使用這兩種資料來重組相空間是更恰當了。

圖八與圖九是利用恆春壓力資料：在 $\tau=3$ 時，利用20, 40, 60, 80年的資料所得到的D隨N的變化圖。結果與相關維度法所得到的非常相似（參見：李，1990；圖四），D的飽和值隨著資料長度的增加而增加。值得注意的是，D的標準偏差隨著資料長度的增加，先是增加而後有減少的趨勢。由於偏差的可能來源有二：(1)、是吸引子本身在相空間的不均勻性導至每個參考點所計算的維度有所差異；(2)、是資料有限所造成的計算誤差。因此，隨著資料長度的增加，吸引子的演化路徑會拜訪相空間中比較不常經過的地方，增加了 $N_1(r)$ 的不均勻性，以至於D的標準偏差也隨之增加。但是，隨著資料長度的增加，資料有限所造成的計算誤差應該會逐漸減小。所以我們認為標準偏差隨著資料長度的增加而增加的現象是吸引子本身在相空間的不均勻性所導至的。而當資料長度在60年以上時，標準偏差隨著資料長度的增加而逐漸減小的現象是因為資料有限所造成的計算誤差逐漸減小的緣故。這結果顯示，60年左右的資料長度才能使吸引子本身的不均勻性所導至的偏差量增加的現象與資料長度的增加所導至的偏差量減小的現象大致達到平衡。因此我們至少需要60年以上的資料長度才能比較可靠的估算天氣吸引子的維度。當然，如果要減少吸引子維度的計算誤差，我們就必需要比60年更長的資料，或者利用更多的時間序列來重組相空間。

四、結論：

從上節的結果分析中，我們可以得到下列的結論：

- (1)、從動力系統的觀點而言，雖然各地顯現的氣候特徵可能有所差異，整個台灣地區是屬於同一個動力系統。台灣地區天氣吸引子的維度，比較可靠的估計應在8.5左右或以上。這表示我們至少需要9個變數以上的動力系統才能模擬台灣地區天氣的演化過程。
- (2)、就吸引子維度的演算法而言，點樣維度法不僅比較可靠，而且能提供我們有關吸引子在相空間的不均勻性和誤差的估計。
- (3)、就利用單一資料來重組相空間而言，壓力資料可能比溫度資料要適合些。
- (4)、就資料長度而言，60年左右的資料長度才能使吸引子本身的不均勻性所導至的偏差量增加的現象與資料長度的增加所導至的偏差量減小的現象大致達到平衡。因此我們至少需要60年以上的資料長度才能比較可靠的估算天氣吸引子的維度。可是如果要進一步減少誤差，就必需要有更長的資料。

相空間重組方法不僅讓我們可以從觀測時間序列來探討實際動力系統的特徵，而且也提供了我們一個分析混沌時間序列的有效方法。然而它的應用並不只限於被用來估計動力系統的吸引子維度而已。它也可以被使用於時間序列資料的濾波、可預報度的計算、動力系統的Lyapounov exponents的計算和實際系統演化的預報上。因此相空間重組方法的應用是值得我們去深入研究與推廣的。

致謝：

本文是在中央氣象局委託研究計畫 CWB80-01-04 支援下完成的。

參考文獻：

李永安，1990：天氣吸引子維度的估算。
大氣科學，18，4，327-336。

Essex, C., T. Lookman, and M. A. H. Neremberg., 1987:
The climate attractor over short time scales.
Nature, 326, 64-66.

Farmer, J. D., Ott, E. and Yorke, J. A., 1987: The
dimension of chaotic attractors. *Physica*, 7D,
153 - 180.

Fraedrich, K., 1986: Estimating the dimensions of
weather and climate attractors. *J. Atmos. Sci.*,
432, 419 - 432.

Fraedrich, K., 1987: Estimating weather and climate
predictability on attractors. *J. Atmos. Sci.*, 44,
722 - 728.

Fraedrich, K. and Leslie, M. L., 1989: Estimates of
cyclone track predictability. I: Tropical
cyclones in the Australian region. *Q. J. R.
Meteorol. Soc.*, 115, 79 - 92.

Fraedrich, K. and Grotjahn, R. and Leslie, M. L., 1990:
Estimates of cyclone track predictability. II:
Fractal analysis of mid-latitude cyclones.
Q. J. R. Meteorol. Soc., 116, 317 - 335.

Grassberger, P., and I. Procaccia, 1983a: Characterization
of strange attractor. *Phys. Rev. Lett.*, 50,
346 - 349.

-----, 1983b: Measuring the strangeness of
strange attractors. *Physica*, 9D, 189 - 208.

Hense, A., 1897: On the possible existence of a
strange attractor for the southern oscillation.
Beitr. Phys. Atmos., 60, 34 - 47.

Holzfluss, J. and Mayer-Kress, G., 1986: An approach to
error-estimation in the application of
dimension algorithms. In *Dimensions and entropies in
chaotic systems*, Mayer-Kress, G., Ed., Springer-Verlag,
114 - 122.

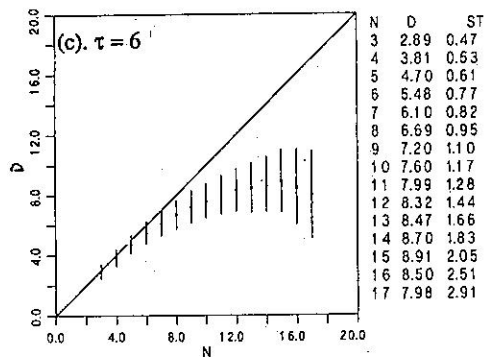
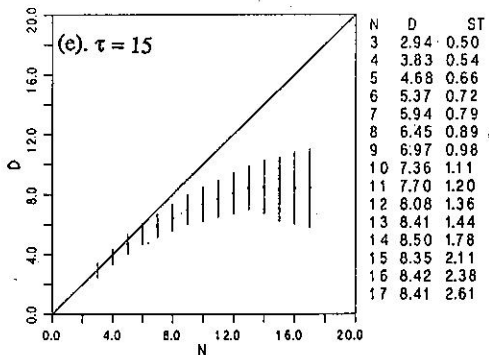
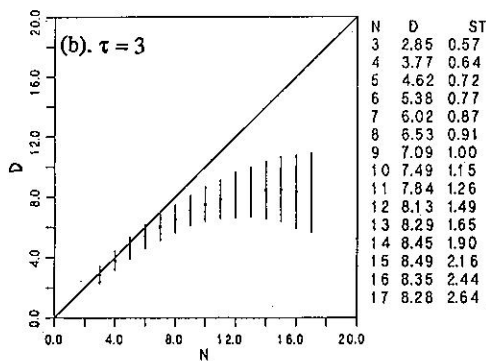
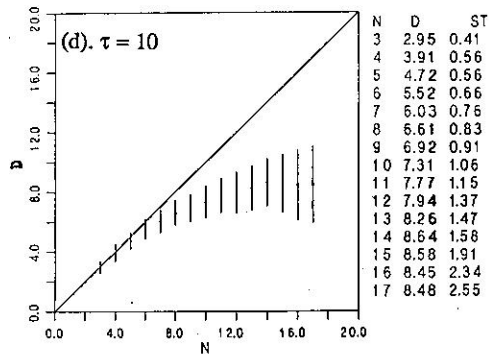
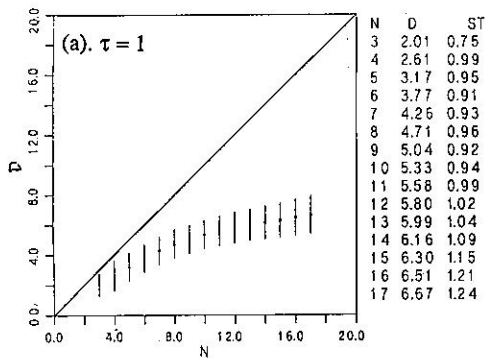
Keppenne, C. L., and Nicolis, C., 1989: Global properties
and local structure of the weather attractor over
western Europe. *J. Atmos. Sci.*, 46, 2356 - 2370.

Nicolis, C. and Nicolis, G., 1985: Reconstruction of the
dynamics of the climate system from time-series
data. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 83, 536 - 540.

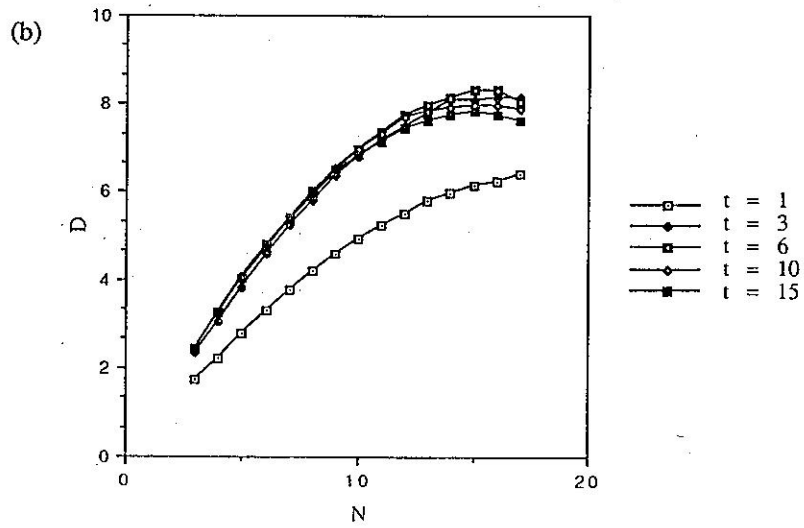
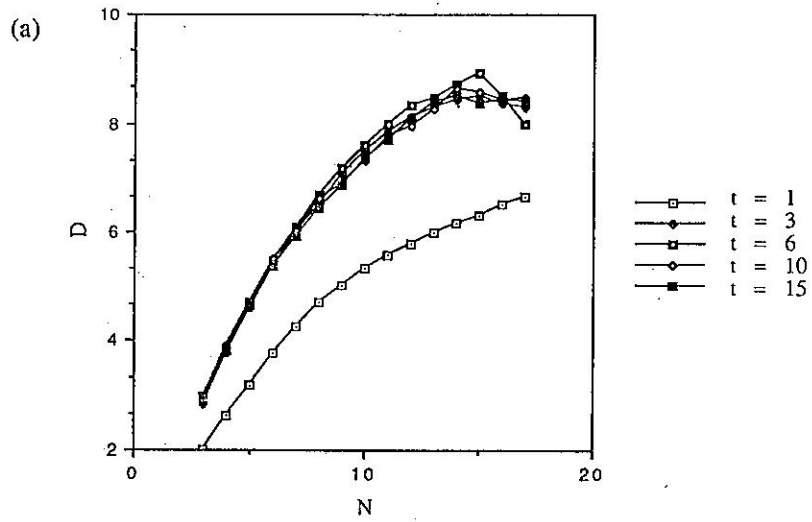
Ruelle, D., 1981: Chemical kinetics and differentiable
dynamical systems. *Nonlinear phenomena in chemical
dynamics*, A. Pacault and C. Vidal. Berlin, Eds.,
Springer - Verlag, 30 - 37.

Takens, F., 1981: Detecting strange attractors in
turbulence. *Dynamical systems and turbulence*.
Warwick, Springer - Verlag, 366 - 381.

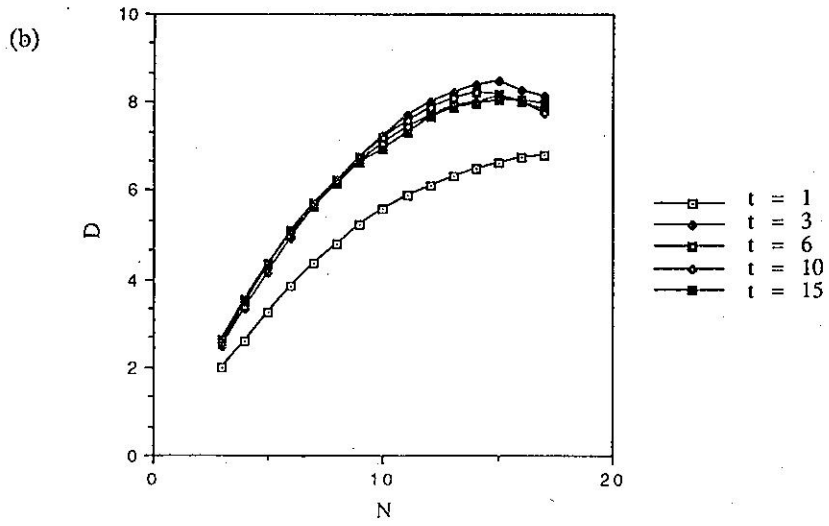
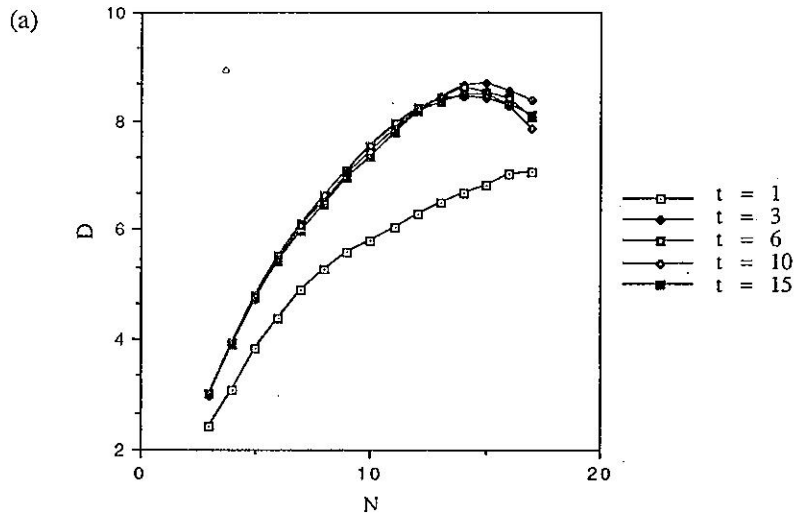
Tsonis, A. A., and J. B. Elsner, 1988: The weather
attractor over very short time scales. *Nature*,
333, 545 - 547.



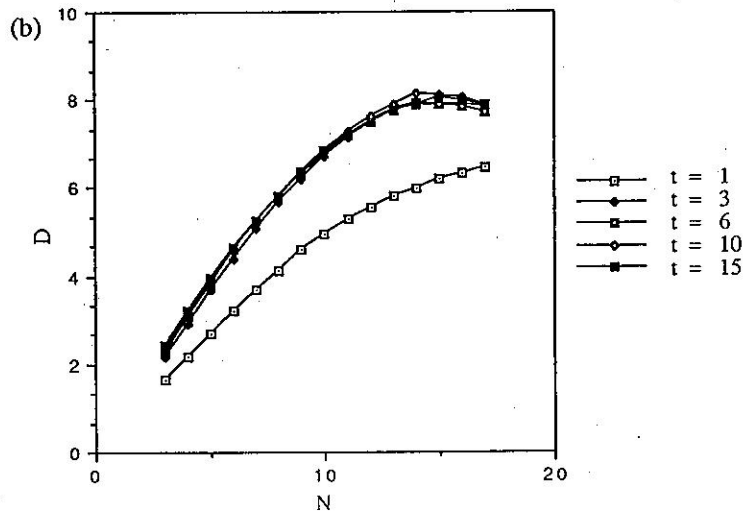
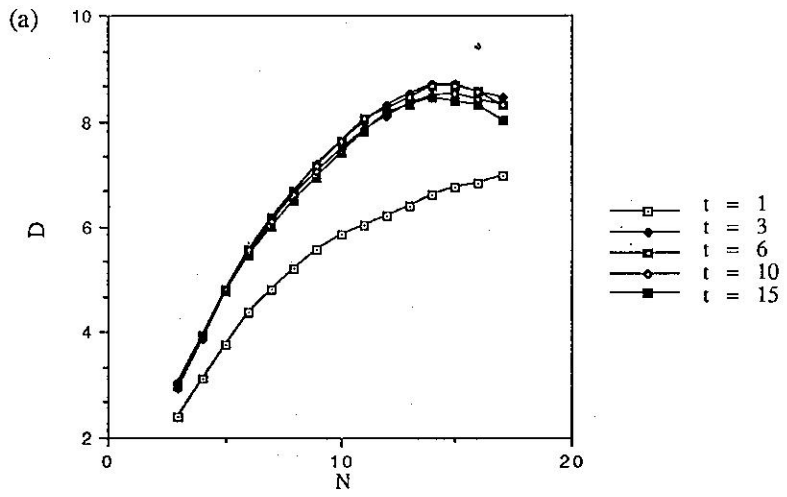
圖一：是利用恆春的壓力資料，在延遲時間(a). $\tau = 1$, (b). $\tau = 3$, (c). $\tau = 6$, (d). $\tau = 10$, (e). $\tau = 15$ 時，求得的D隨重組相空間維度N變化的情形。每個子圖的右邊是在不同的N時，D和它的標準偏差的值。



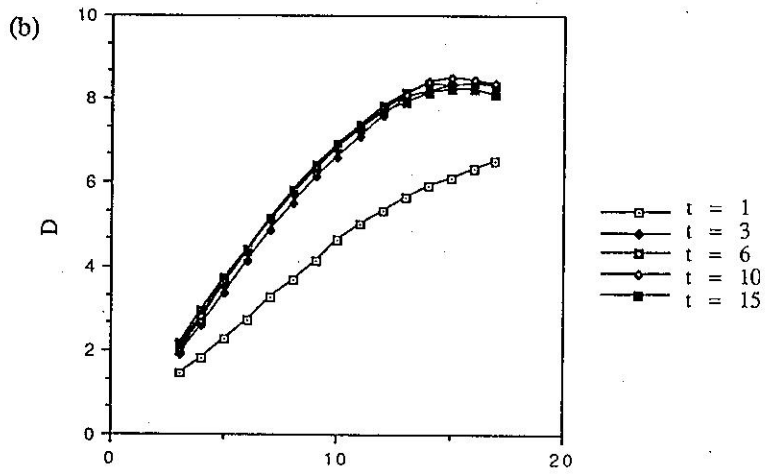
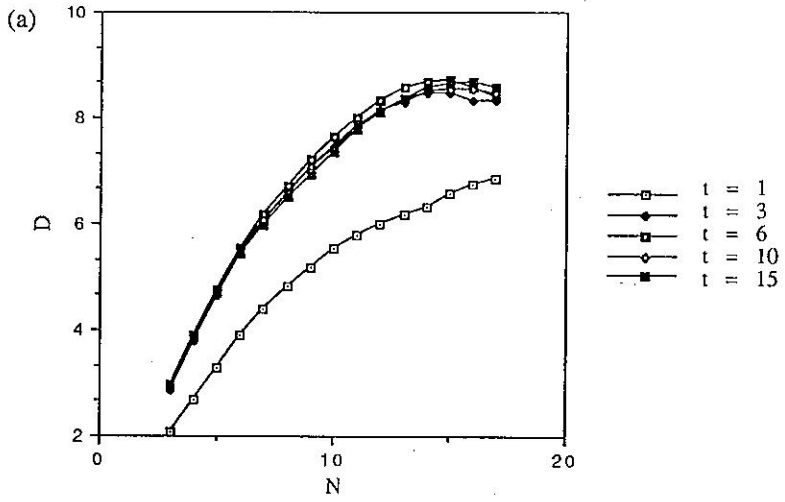
圖二：是分別由恆春的(a).壓力與(b).溫度資料，在 $\tau=1, 3, 6, 10, 15$ 時，得到的 D 值隨相空間維度 N 變化的圖。



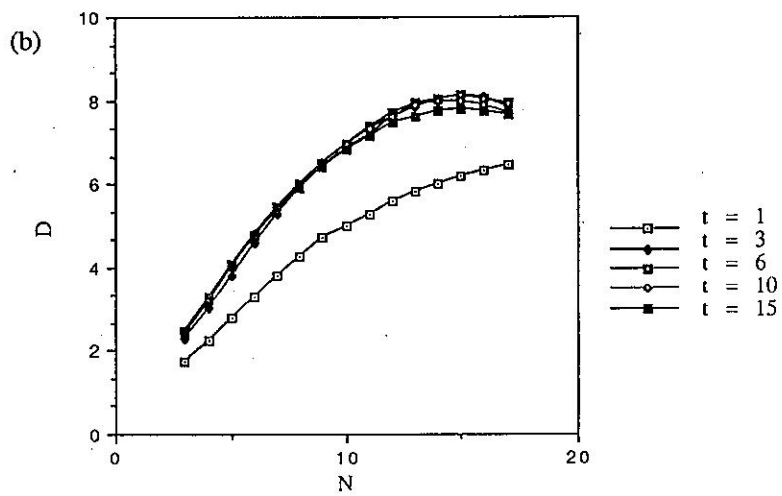
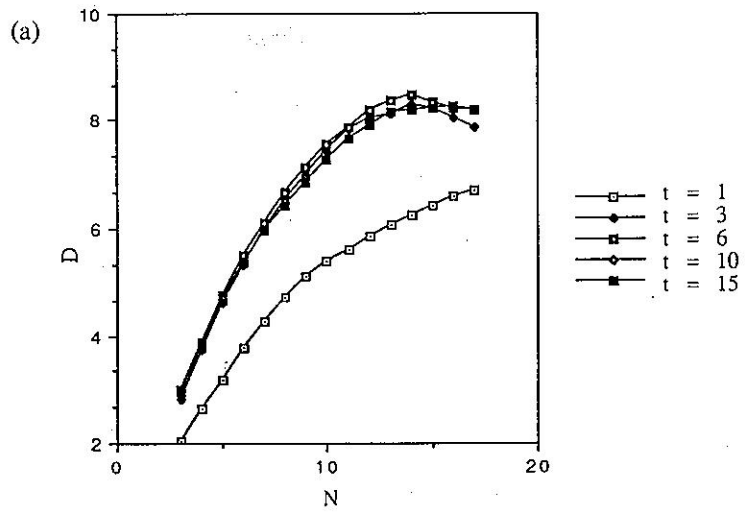
圖三：除了是由台北測站資料所得的外，其餘都和圖二相同。



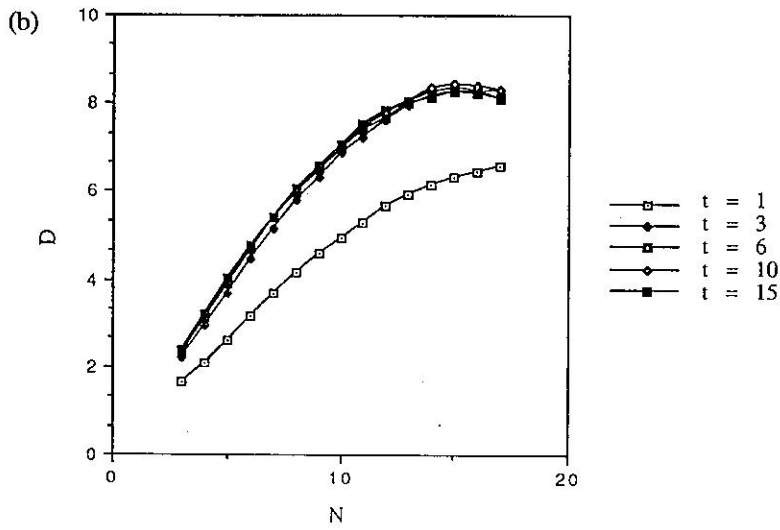
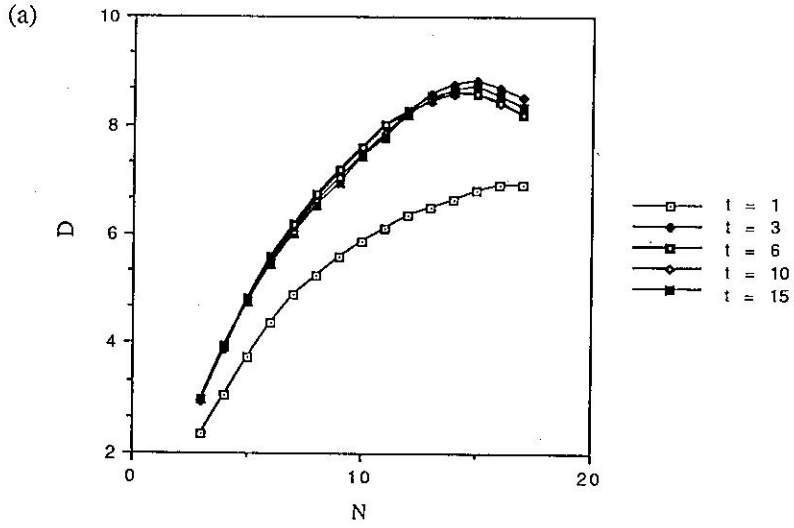
圖四：除了是由台中測站資料所得的外，其餘都和圖二相同。



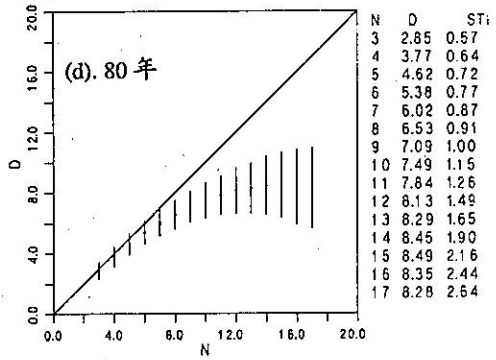
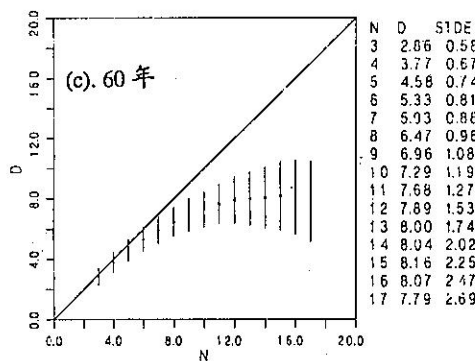
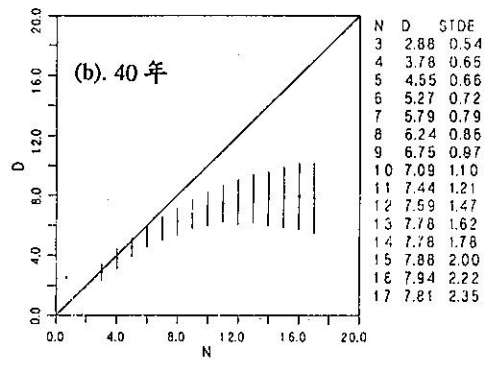
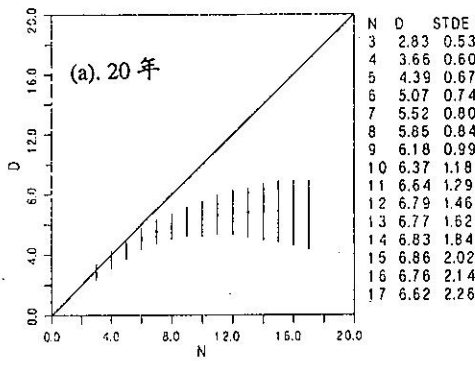
圖五：除了是由台東測站資料所得的外，其餘都和圖二相同。



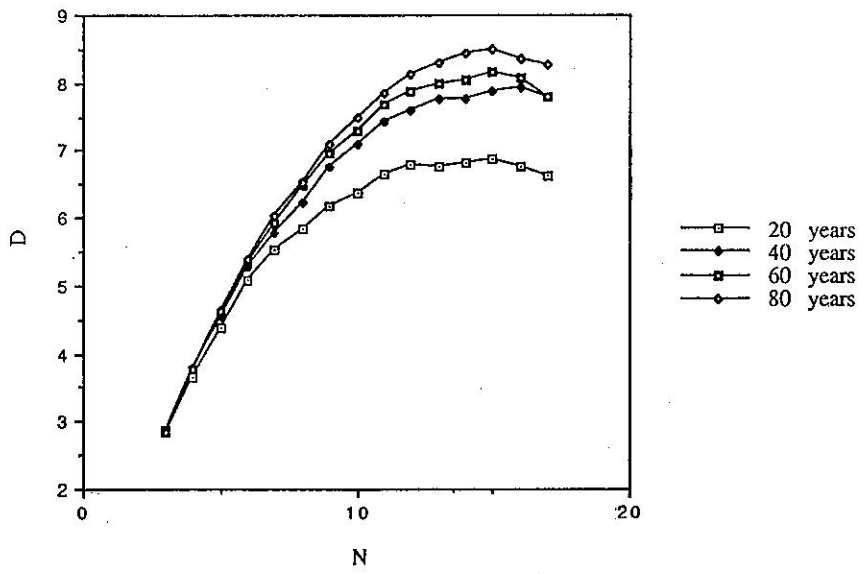
圖六：除了是由台南測站資料所得的外，其餘都和圖二相同。



圖七，除了是由花蓮測站資料所得的外，其餘都和圖二相同。



圖八：利用恆春壓力資料在 $\tau=3$ 時，利用(a). 20年, (b). 40年, (c). 60年, (d). 80年的資料所得到的D隨N的變化圖。



圖九：圖八D隨N的變化的合併圖。

A Study of Climate Differences between Northern and Southern Parts of Taiwan

Yung-An Lee

Yao-Ting Shao

Long-Nan Chang

Beng-chun Lee

Ling-Hsiao Chang

Institute of Atmospheric Physics, National Central University

Central Weather Bureau

Abstract

By using phase space reconstruction method and pointwise dimension algorithm, we calculate the dimension of local weather attractor from observed time series data. We found that, from dynamic system point of view, the whole Taiwan area belongs to the same system. As for methods of estimation the dimension of attractor, pointwise dimension algorithm seems to give more reliable results. From the variation of error growth with data length, it seems that we need at least 60 year of data to obtain reliable estimation of the dimension of weather attractor.

Key words: phase space reconstruction method, dynamic system, attractor, pointwise dimension.