

簡易變分法在東亞地區資料初始化的應用

周仲島 林國重

國立台灣大學大氣科學研究所

林民生

中央氣象局科技中心

摘 要

發展區域數值模式從事短期或中尺度天氣系統的預報，為中央氣象局在未來幾年內所要努力的方向之一。假如要得到可靠的 6—12 小時模式預報成果，模式初始資料的動力相容性是非常重要的。本研究將 Carr et al., (1983) 所提議的方法，即利用變分法以輻散度垂直積分值為零做為限制條件，以修正各層網格點上風場分佈；應用在東亞地區梅雨期的個案資料，並探討此方法在未來區域模式風場初始化方面的可行性。

一、前 言

發展區域數值模式從事短期（0—48 小時）次綜觀（sub-synoptic）或中尺度（mesoscale）天氣系統的預報，為中央氣象局在未來幾年內所要努力的方向之一。假如要得到可靠的 6—12 小時模式預報成果，模式初始資料的動力相容性是非常重要的。資料初始化的目的是將原始觀測資料內，因質量場與風場間不平衡產生之重力波予以濾掉，同時在校正的過程盡量保持原始觀測資料的特性。

Baer (1977), Machenhauer (1977) 曾成功地將非線性正模 (Nonlinear normal mode) 方法應用在全球預報模式的資料初始化。Brownig et al., (1982) 和 Briere (1982) 曾探討利用非線性正模法在區域模式資料初始化上的可能性，結果顯示利用非線性正模方法校正後的資料與原始資料差異甚大。除了上述原因之外利用非線性正模法從事資料初始化，在熱帶地區、非絕熱加熱過程扮演重要角色地區，及非地轉效應重要地區等，仍有許多問題存在。Anthes (1974) 提議的動力初始化方法雖然可以得到甚佳的初始資料場，然而在許多方面的應用證明此方法太花費時

間，不符合預報作業中心使用原則。Washington and Baunhefner (1975) 曾提出一個直接利用質量守恆方程作為動力條件的風場初始化方法，以在每一個網格點上輻散場的垂直積分值為零作為限制條件修正風場。結果顯示高層風速較大區，需要較大修正風場值。Carr et al., (1983) 將 Washington and Baunhefner (1975) 的方法在技術上予以改進。Carr et al., (1983) 利用變分法以輻散度垂直積分值為零做為限制條件，來修正各層網格點上的風場分佈。此方法的特徵為各層風場的修正值皆相同，不致因高層風速較大而需要較大的修正值。亦即將校正前、後風場之間的差異減至最小。同時，此種方法運算的速度很快，頗適合預報作業中心使用。本研究即將 Carr et al., (1983) 所提議的方法，應用在東亞地區梅雨期的個案資料，探討此方法在未來區域模式風場初始化方面的可行性。

二、變分初始化過程

由測站觀測值經一般客觀分析方法計算所得之網格點風場分佈，由於資料本身的誤差及內插所產

生的誤差，使得層與層之間及各層不同網格點之間，風場資料動力相容性不佳。為求得較適宜作為數值模式初始場的風場分佈，利用變分分析方法，將動力限制條件加入函數子內，直接計算風場修正的函數分佈。

本研究變分初始化方法的程序如下：首先，定義適切的函數子 (functional)。

$$J = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^N \left[(u_a - u_0)^2 + (v_a - v_0)^2 \right] + \lambda \sum_{k=1}^N \left[\nabla_x u_a + \nabla_y v_a \right] \right\}, \quad (1)$$

其中 u_0 , v_0 及 u_a , v_a 分別是網格點上校正前及校正後東西及南北方向風場分量。 λ 是藍格朗基 (Lagrange) 運算子。 L, M 分別代表 x, y 方向網格點數， N 表示垂直方向層數。方程式(1)所代表的物理意義為校正後風場分佈將能滿足函數子內所設定的“限制條件”，即每一個網格點上輻散場的垂直積分值為零。而且使校正後風場與校正前風場間的差異將達到最小。

由(1)式，我們可以導證得到尤拉—藍格朗基 (Euler-Lagrange) 方程：

$$\nabla^2 \lambda = - \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N (\nabla_x u_0 + \nabla_y v_0). \quad (2)$$

由(2)式可知，本變分初始化法的意義為，以垂直積分不等於零之校正前風場 (u_0, v_0) 所計算出來的輻散/輻合場，做為風場修正的“強迫項” (forcing term)，來倒推應修正風場大小的函數分佈 (λ)。待 λ 已計算得知，則在任一等壓面上，校正後風場分量與校正前風場分量的關係式可寫成爲：

$$u_a = u_0 + \frac{1}{2} \nabla_x \lambda; \quad (3.a)$$

$$v_a = v_0 + \frac{1}{2} \nabla_y \lambda. \quad (3.b)$$

在整個計算過程中，主要是解(2)式。(2)式是一個橢圓偏微分方程式，可利用鬆弛法解之。對一組

三度空間分佈的風場資料而言，(2)式祇需解一次即可以，無需每一層都解，這是此變分初始化法的特徵。

三、個案選取與資料處理

本文選取台灣梅雨期，有旺盛中尺度對流系統存在時之天氣狀況，作為個案研究對象。資料時間為1985年5月27日00Z的探空資料，資料的來源是美國氣象中心已解碼之各標準層風向及風速資料。分析的過程，首先使用逐次修正客觀分析法，採用 Inman 所建議的橢圓形權重函數 (權重函數的定義請參考曾 (1987))，將各測站的風場資料內插至預先設定的網格點上。分析的範圍包括 $100^\circ E$ 至 $130^\circ E$ ， $40^\circ N$ 至 $20^\circ N$ 。水平網格點間距為127公里，測站平均數為130。在垂直方向共有12層，由1000毫巴開始至50毫巴止。待各層網格點上的風場資料已建立完全。再利用第二節中所討論的變分初始化方法將風場予以調整，使之能滿足預先設定的限制條件。1985年5月28-29日由於梅雨鋒及西南暖濕氣流的配合，在台灣地區造成大量的降水。這次豪雨事件的發生經由陳等 (1986) 利用傳統地面及高空資料及雷達與衛星資料的初步研究，主要與華南地區生成之中尺度對流系統東移以及台灣海峽地區產生的對流系統相關。丘等 (1986) 利用 Barnes (1973) 客觀分析法，將測站觀測資料內插至網格點上，計算低對流層 (850mb) 各重要氣象參數，如輻散/輻合度、渦流度、及冷暖平流量等，來描述此個案期間東亞地區低層環境演化過程的特性及結構。本文特別選取此個案早期 (5月27日00Z) 風場資料做為分析對象，乃基於此時的資料在未來研究中將有利於瞭解何種先驅氣象環境條件為中尺度對流系統發展及維持的條件，並且可以與丘等 (1986) 分析的結果做一比較。

四、結果與討論

圖一為中央氣象局提供的5月27日00Z之IR衛星雲圖。在26日18Z時 (台灣地區清晨2時)

梅雨鋒前尚無明顯組織性中尺度對流系統存在，僅有散佈各地獨立對流胞在發展。6小時後，沿北緯27度，在東經110度至東經120度之間，卻出現了一系列正在發展中之組織性中尺度對流系統。依據陳等（1986）研究結果顯示，位於最西邊的中尺度對流系統是於5月26日12Z開始發展，而於27日06Z時達到第一次最大強度※※。因此27日00Z的大氣情況，可以視為有利於華南地區中尺度對流系統發展與維持的環境條件。不過要注意的是在此系統東方的兩個中尺度對流系統生命期皆甚短，於6小時後即從衛星雲圖上消失。

※此豪雨個案 Lin and Kau（1986）曾嘗試以 Mathur（1983）的模式對低層噴流的生成及在引發中尺度對流系統角色進行初步模擬。

※※此間強度乃是以雲頂溫度小於某一數值所涵蓋的面積大小做為指標。此雲系於26日12Z，其雲頂溫度低於 -32°C 的面積小於 5×10^4 平方公里，而於5月27日00Z，其面積已長大達 1.5×10^5 平方公里，資料係摘自陳等（1986）。

圖二為27日00Z 850mb天氣圖。圖中顯示華南及沿海地區有顯著西南噴流，風速高達35kts以上。在此區域的北方，風向轉為西北、北或東北風，風速較弱。兩者之間有明顯風切存在。在淮北、安徽地區，有高達30kts以上強東北風存在的情形。強風軸與對流系統的因果關係，至今乃莫衷一是。有關這一方面的探討，待另文再詳細討論。此文中我們將強調客觀分析的風場分佈與主觀分析風場分佈的主要異同。由圖二可知要將噴流軸及風切線的強度及位置正確地描述出來，以現有之客觀分析方法及資料水平解析度並非易事。

圖三 a 為5月27日00Z經客觀分析後850mb水平風場向量及等風速線分佈圖。由圖三 a 可以看到：

(1) 華南沿海地區噴流條的位置與主觀分析結果相近；

(2) 風切線的位置在華南地區有稍偏北之情形，但是伴隨長江口附近低壓系統的氣流分佈卻與主觀分析相似；

(3) 強東北風軸的位置與主觀分析相似。

但是，此客觀分析的結果有一嚴重的缺陷，即是每一個氣流系統的強度都較實際觀測值要小得多。以華南沿海地區噴流條為例，由主觀分析圖得知在廣東、廣西兩省交界處（東經110度，北緯23度）附近，西南風可高達40kts，至於風速高於35kts的區域則涵蓋數百公里的範圍；但是在客觀分析圖中並無如此強度的風場解析出，雖然最大風速區的地理位置頗為正確，但強度太弱。這個原因可能由於現有的客觀分析方法修勻得太過份，以致風速極值無法正確地在分析場中表達出來。另一個可能原因是此噴流條正好位於分析範圍的邊界地區，邊界條件的不當處理，也有可能造成上述強度不夠的結果。

圖三 b 為經過變分法調整後水平風場向量及等風速線分佈圖。圖三 c 則為圖三 a 及圖三 b 兩者間的差異，亦即 $\nabla \lambda$ 的分佈圖。變分分析後的風場分佈，在各地皆有風速變小的趨勢，此點可由圖三 c 的分佈看出來。圖三 c 代表了校正後風場（ $\vec{V}_c = u_c \hat{i} + v_c \hat{j}$ ）與校正前風場（ $\vec{V}_0 = u_0 \hat{i} + v_0 \hat{j}$ ）兩者間的差異。其中由(3)式， u_c 與 u_0 兩者間的差值等於 λ 在x方向梯度值一半的大小，而 v_c 與 v_0 的差值等於 λ 在y方向梯度值一半的大小。我們若是將此梯度值以向量形式表示出來就得到圖三 c。在圖中，若有 λ 的極大值出現，則校正氣流場呈現輻合的情形；反之若為極小值，則校正氣流場呈現輻散的情形。 λ 的物理意義可以如下方式考慮之：由(2)式， λ 的二次微分等於校正前風場所計算之水平輻散度之垂直積分值（即讓 $G = \int D dp$ ，其中 $D = \text{div} \cdot \vec{V}_0$ ）。假設水平風場的分佈可由一簡易波動型態解來表示【i.e., $\exp\{i(kx + ly)\}$ 】，則 $\nabla^2 \lambda \propto -\lambda$ 。所以 λ 值與G同符號。在 λ 為極大（小）值的區域，即表示此一網格點上由校正前風場計算之垂直積分輻散（輻合）度的值太大。因此若要使得此一特定網格點風場能滿足預定動力條件，則必須在此網格點上原風場加入一修正風場分佈，此修正風場分佈將具有輻合（輻散）氣流特徵。綜合上述討論，乃知由 $\nabla \lambda$ 的分佈，將可獲得下列的資訊：(i) 若有 λ 極大值出現，亦即有大量氣流輻合區存在，如圖三 c 淮北沿海一帶。此結果表

示在此地區校正前風場計算之垂直積分輻散值過大，需要加入輻合氣流場予以調節。(ii)在調節量不大的地區(如華南一帶)，表示上、下層之間的輻合/輻散場有適當的配合。如此使得垂直總合的輻合/輻散場幾乎相互抵消，因此祇作微小的校正即可。

上面的推論，可由圖四(a)-(f)所示校正前、後，850、500及200毫巴上的輻合/輻散度分佈，明顯看出。以淮北沿海地區850mb低壓中心為例，在其北方由850mb至200mb皆有顯著輻散區。因此 $\nabla \cdot \lambda$ 的分佈，在此區域，則為明顯輻合氣流分佈。此與上述的討論完全一致。基本上此變分分析法的原理與O'Brien(1970)所提議修正輻散/輻合度以求取較合理之垂直速度場的方法原理類似。亦即將多餘的輻合/輻散度平均分配至各層的風場上，予以校正。然而兩者間的不同之處乃是變分分析法在進行風場校正時，加入了各層風場校正量愈小愈好的條件。使得各層校正後之風場能與客觀分析後風場分佈不致相差太大，如此較能保持原始資料所顯示的特徵。然而此種變分分析法，無法再使用到原始測站資料。因此客觀分析的結果大部份已決定了變分分析與主觀分析的異同。變分法祇是將客觀分析風場結果，重新分配，使校正後的風場滿足預定的動力限制條件而已。因此若能適度調節動力限制條件在函數子內出現的形式，使原始測站資料可以傳輸進來，將有利於變分分析法對客觀分析結果的改善，使之與原始測站資料更符合且同時滿足動力限制條件。

五、結語

經由此次TAMEX實驗，國內外氣象界對發生在台灣地區，尤其是梅雨期間，各種中尺度天氣系統的結構組織，及如何預報等問題產生莫大的興趣。並且在實驗期間收集了為數可觀的氣象資料。如何將這些資料有效地、正確地予以分析，放在預先設置的網格點上，使得不論是基礎科學研究人員或作業預報研究人員都能快速地獲得他們所要的各種氣象參數，並能迅速地計算各種氣象變量，將成為

一重要的研究課題。上述有關如何將測站資料有效地、正確地放置在網格點上的過程，一般稱之為客觀分析。根據曾忠一(1987)，現今在世界各地使用的客觀分析方法甚多，何種方法較佳，實是看資料性質及研究目標而定。

Jou(1978)曾利用變分校正法來評估不同客觀分析法在求取各種不同氣象變數時優劣的情形。其中所評估的一般客觀分析方法包括了不同權重函數的逐次訂正法及統計最佳內插法。獲得的結論為，雖然在物理性質上使用統計最佳內插法較具有說服力，但是由於現階段吾人對資料誤差來源瞭解不夠(也不易控制)，在使用上所得到的結果未必比逐次訂正法來得好。

利用變分分析法校正客觀分析後風場，不僅是對模式資料初始化有用。在利用資料作個案診斷分析，經由變分法校正後之氣象變數，在各層之間及各網格點之間具有一定的動力相關。如此由這些氣象變數所導算出來的氣象變數，將較具有代表性。如本研究中，可以直接利用已校正之風場，計算各層水平輻散度，配合適當的低層邊界條件。在垂直方向積分即可求得合理的垂直速度場。

利用變分法將客觀分析結果調整，使之滿足某些動力條件，主旨乃在使調節後之風場可直接做為數值模式初始場。若要評估任何資料初始化方法的優劣，唯一最好的方法就是將各種已初始化後的資料輸入模式中進行計算，以預報結果的好壞做為評估的標準；惟此方法現階段尚在籌劃進行中。在未來的研究中。當雙管齊下，一方面繼續發展改進客觀分析，資料初始化及不同時間資料同化的方法，以改進初始資料場的分析；另一方面，將利用自國外引進的中尺度數值模式來驗證何種初始化方法，最有利於我國短期中尺度天氣系統的預報。

參考資料：

- 曾中一，1987：氣象與遙測資料的客觀分析。中央研究院物理研究所出版印行。405頁。
- 陳景森，丘台光，王時鼎，1986：梅雨期間中尺度對流系統的初步研究(1)中尺度系統的演化。第四屆全國大氣科學研討會論文集編。217—234頁。
- 丘台光，王時鼎，陳景森，1986：梅雨期間中尺度對流系統的初步研究(II)中尺度系統的演化。第四屆全國大氣科學研討會論文集編。235—249頁。
- Anthes, R. A., 1974 : Data assimilation and initialization of hurricane prediction models. J. Atmos. Sci., 31, 702-719.
- Baer, F., 1977 : Adjustment of initial conditions required to suppress gravity oscillations in nonlinear flows. Contrib. to Atmos. Phys., 50, 350-366.
- Briere, S., 1982 : Nonlinear normal mode initialization of a limited area model. Mon. Wea. Rev., 110, 1166-1186.
- Browning, G., A. Kasahara and H.-O. Kreiss, 1980 : Initialization of the primitive equations by the bounded derivative method. J. Atmos. Sci., 37, 1424-1436.
- Carr, F. H., D. J. Rusk and M. Ramamurthy, 1983 : A simple, fast and accurate procedure for initialization of a limited area model. Preprints, 6th Conf. Num. Wea. Pred., Amer. Meteor. Soc., 183-187.
- Jou, B. J., 1978 : Application of the variational adjustment method of the the performance of various conventional objective analysis schemes. Master Thesis, University of Oklahoma, Norman, OK, 99pp.
- Lin, H. and W.-S. Kau, 1986 : A numerical simulation of low level jet stream. Proceedings of Monsoon and Mesoscale Meteorology, Nov. 4-7, 1986, Taipei, 9-14.
- Machenhauer, B., 1977 : On the dynamics of gravity oscillations in a shallow water model with applications to normal mode initialization. Contrib. to Atmos. Phys., 50, 253-271.
- O'Brien, J. J., 1970 : Alternative solutions to the classical vertical velocity problem. J. Atmos. Sci., 9, 197-203.
- Washington, W. M., and D. P. Baumhefner, 1975 : A method of removing Lamb waves from initial data for primitive equation models. J. Appl. Meteor., 14, 114-119.

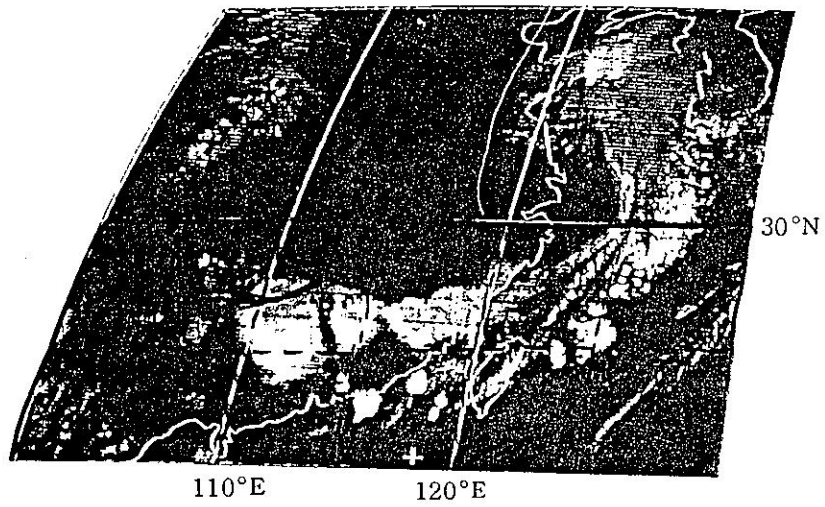


圖1 1985年5月27日00Z IR衛星雲圖。圖中範圍為 $100^{\circ} \sim 130^{\circ} E$ ， $20^{\circ} \sim 40^{\circ} N$ 。

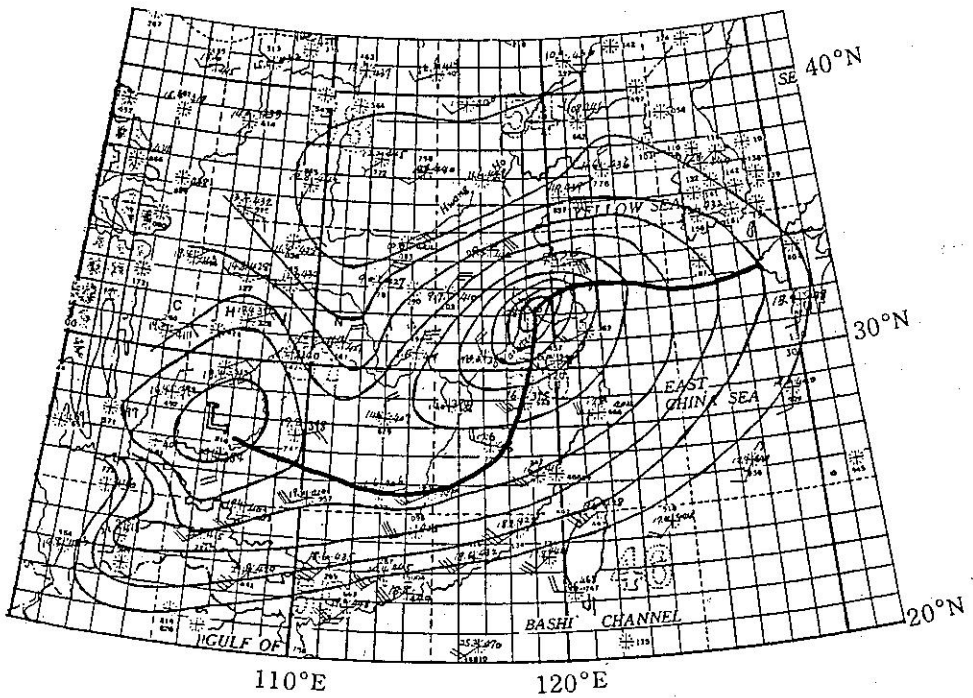


圖2 1985年5月27日00Z 850mb主觀分析天氣圖。粗實線代表850mb鋒面位置。

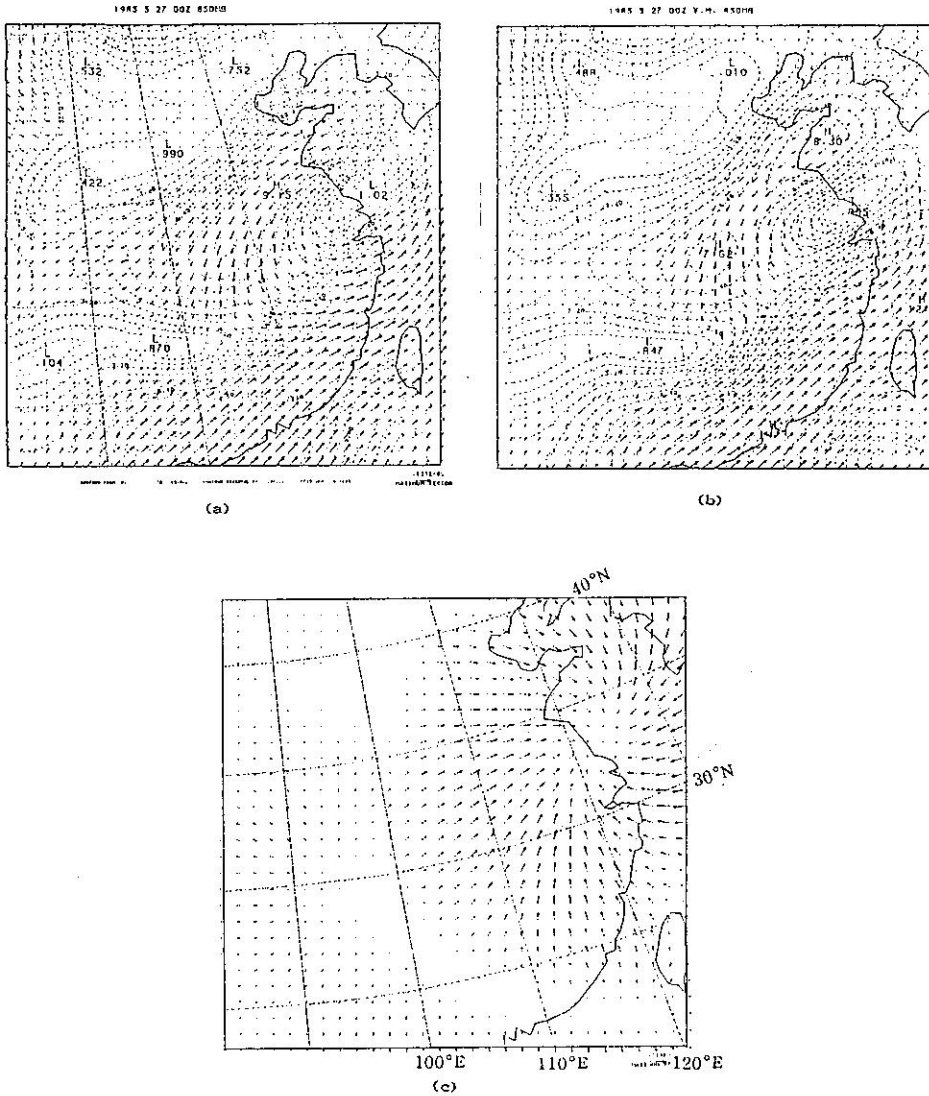


圖3 (a)為1985年5月27日00Z 850毫巴水平風場向量及等值線分析結果。(b)與(a)同，但為經過變分法校正過後的風場分佈。(c)為(a)與(b)兩者間的差異分佈(亦即 $\frac{1}{2}\vec{\nabla}\lambda$)。其中(a)的單位向量長度為13.5m/s，(b)的單位向量長度為13.2m/s，(c)的單位向量長度為3.2m/s。

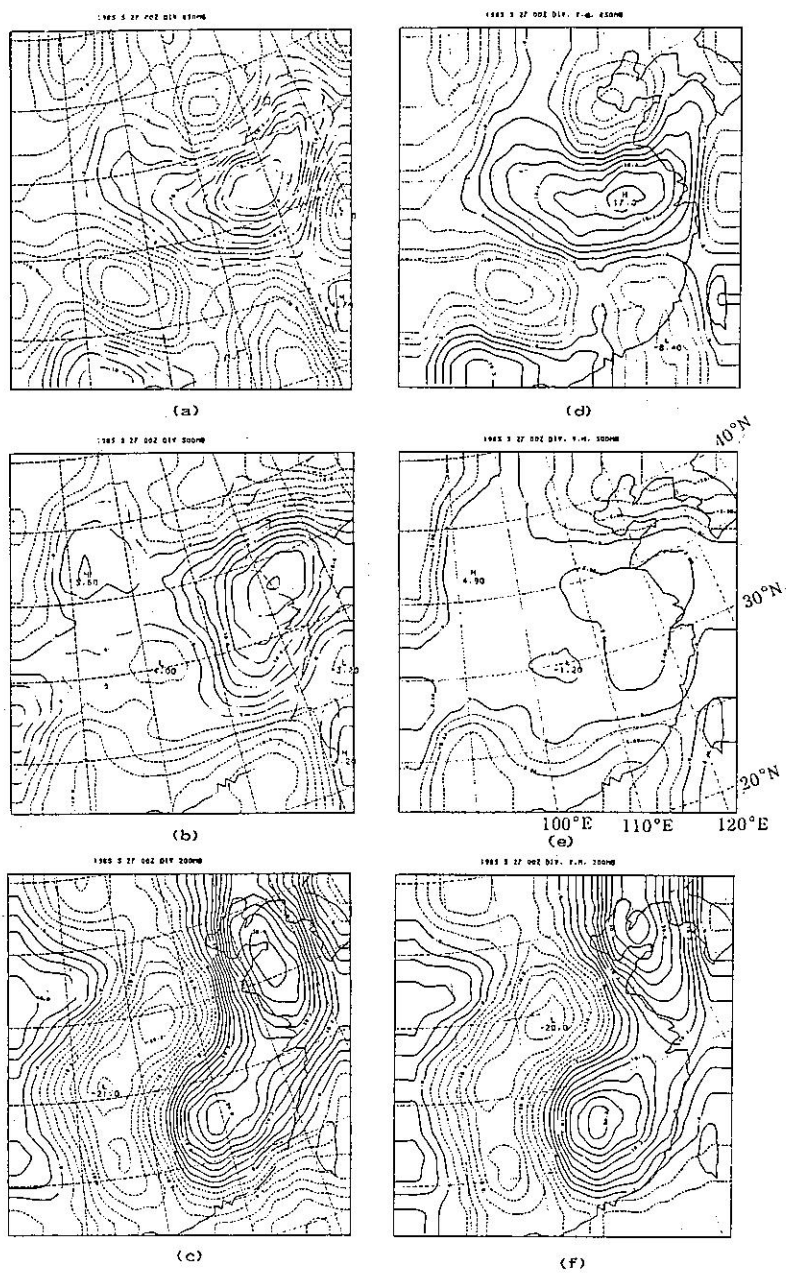


圖4 1985年5月27日00Z水平輻散／輻合場。(a)－(c)分別為850，500及200毫巴等壓面客觀分析結果；(d)－(f)與(a)－(c)同但為經過變分法調整過後之結果。等值間距為 $2.5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 。