

最佳內插法—氣象場的統計結構(二)

曾忠一 林淑卿

中央研究院

1. 前言

所謂客觀分析就是以數值方法，將分佈不規則測站上的氣象觀測資料內插到規則分佈的網格點上。本文僅提出最佳內插客觀分析法之研究從事東亞地區的數值天氣預報與客觀分析時，最感困擾的是西太平洋海域，東南亞地區以及孟加拉灣等地，測站稀少，資料缺乏，用一般的客觀分析方法無法得到可靠的分析場，要解決此問題有下列四種方法：

- (一)在資料缺乏地區加上假資料 (Bogus data) 的方法。這方法必須藉助分析員的熟練分析技術。
- (二)利用衛星風場資料改進資料缺乏地區的分析場 (曾氏, 1984)。這種衛星風的資訊對資料缺乏地區的分析顯得相當珍貴。
- (三)利用由衛星資料求取的氣溫垂直分佈來改進資料缺乏地區的分析場。
- (四)改進現有的客觀分析法。Gandin (1963, 1964) 提出最佳內插法從事客觀分析並繼續發展，因為它具有相當多的優點。本局的數值天氣預報大計劃中，全球分析將採用最佳內插法 (Monterey Atmospheric Sciences Library, 1984) 本研究之最佳內插法，目前國內有王氏 (1985) 曾做過最佳內插法的研究，國外有兩個最著名的數值天氣預報機構，歐洲的ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) 和北美的NMC (National Meteorological Center) 都採用最佳內插法進行客觀分析。

2. 最佳內插法之基本理論

最佳內插法 (Optimum interpolation method, 簡稱O. I.)，又稱為統計內插法 (Statistical interpolation method)，基本上和逐次修正法 (Successive correction method) 相似，先在網格點上設定一初始場，然後利用觀測值來修正。所不同的是在逐次修正法 (Cressman, 1959, Inman, 1970, Barnes, 1973) 中的權重函數僅和測站及網格點之間的距離有關，是人為所設定的，而且對每一個網格點而言該函數是保持不變的。但在最佳內插法中，測站對於網格點的權重係數是在某種條件之下利用統計迴歸法 (Statistical regression) 在網格點上的觀測值 (即將某一測站當網格點來處理)，那麼所要求的條件就是在網格點上內插值和觀測值 (真正值) 之間的誤差經多次的平均要達到最小值。

2.1 基本統計概念

在討論最佳內插法的理論之前，我們先討論幾個基本的統計量。假設 f 為二維空間上某一點的氣象變數值，而 \bar{f} 為 f 的平均值，這個平均值是統計意義上的平均，稱為氣候值。 f 和 \bar{f} 之間的差值稱為偏差 f' (deviation) 即

$$f' = f - \bar{f}$$

根據定義，偏差的平均值等於零，

$$\bar{f}' = 0$$

如果只考慮一個氣象變數；這個氣象變數在空間上 (k 處與 m 處) 的變化，可以自協方差 (auto-covariance) 來表示

$$C_{km} = \overline{f'_k f'_m}$$

其中橫線代表空間的平均，當空間上二點相同時，

自協方差變成異方差 (Variance)。

$$\sigma_k^2 = C_{kk} = \overline{(f_k')^2}$$

若涉及兩個氣象變數 (g 與 f) 時，它們在空間上的變化可用交協方差 (Cross - corariance) 來描述

$$C_{km}(f, g) = \overline{f_k' g_m'}$$

前述之自協方差與交協方差均是代表氣象變數在空間上的絕對變化。如將互協方差中的各變化量除以它們本身的標準偏差 (Standand deviation) 便可得到相對變化，亦即相關數 (Correlation)。因此，由自協方差可得到自相關數 (auto - correlation)

$$\rho_{k..m} = \frac{C_{km}}{\sigma_k(f) \sigma_m(f)}$$

由交協方差可得交相關數 (cross - correlation)

$$\rho_{k..m}(f, g) = \frac{C_{k..m}(f, g)}{\sigma_k(f) \sigma_m(g)}$$

由上二式可知當 $k = m$ 時 $\rho_{k..m} = 1$ ，但

$$\rho_{m..m}(f, g) \leq 1$$

因

$$\overline{(f' g')^2} \leq \overline{f'^2} \overline{g'^2}$$

2.2 基本理論：

一氣象變數 (f) 在某一網格點上的值 (f_o) 通常可以該網格點附近測站上的觀測值 (f_k) 的線性組合來估計，即

$$\hat{f}_o = \sum_{k=1}^N \alpha_k f_k \quad (2.2.1)$$

其中 N 為所使用之測站數目， f_o 為在網格點上之估計值 (內插值)， α_k 為第 k 個測站對網格點的權重係數。若以 f_o 表示在網格點上的真正值，則 $\hat{f}_o - f_o$ 表示內插值和真正值之間的差值，在此稱為分析誤差 (analysis error)。前已提過權重係數是在要式平均分析誤差為極小值的條件下所推算出來的，也就是說先決條件是

$$E = \overline{(\hat{f}_o - f_o)^2} = \text{極小} \quad (2.2.2)$$

將 (2.2.1) 代入 (2.2.2)，再加 E 為極小值之條件，則可得

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k \overline{f_k f_m} = \overline{f_k f_o} \quad (2.2.3)$$

由 (2.2.3) 可求得所要的權重係數 α_k ，但問題是我們並不完全知道在網格點上的真正值 f_o ，為避免此困擾，我們可利用前節所討論之統計量將 (2.2.1) ~ (2.2.3) 重寫。

$$\hat{f}_o' = \sum_{k=1}^N \alpha_k f_k'$$

$$\hat{f}_o = \bar{f}_o + \sum_{k=1}^N \alpha_k (f_k - \bar{f}_k)$$

$$(2.2.4)$$

$$E = \overline{(\hat{f}_o - f_o)^2} = \overline{(\hat{f}_o' - f_o')^2}$$

$$= \text{極小} \quad (2.2.5)$$

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k C_{km} = C_{ko} \quad (2.2.6)$$

將 (2.2.6) 代入 (2.2.5) 則我們可得到最佳內插法的分析誤差

$$E = C_{oo} - \sum_{k=1}^N \alpha_k C_{ko} \quad (2.2.7)$$

就理論而言 (2.2.4)，(2.2.6) 與

(2.2.7) 為最佳內插法的三個基本方程式。大氣統計結構的研究結果顯示，若以協方差函數討論大氣水平向性及均質性等兩特性所涵蓋之範圍也不過是數百公里而已，這就客觀分析的應用而言，並不太有用。而若以自相關數代替自協方差，交相關數來代替交協方差，來探討大氣水平向性與均質性，由 Berton 及 Lund (1963) 的研究結果顯示，對相關數而言，這兩特性可以適用到 2000 ~ 3000 公里的範圍。除此之外，以相關數來代替協方差還有一好處，就時間上而言，通常大部份氣象變數的協方差隨季節之不同而有所變化，但相關數却可認為是保持不變的。均向性及均質性在垂直方向並不能適用 (Belousov et al, 1968)。

2.3 最佳內插法的特性

目前討論可知，若要將大氣中均向及均質的特性應用於最佳內插法時，必須以相關函數來代替協方差函數。因此(2.2.4)中的變化量應除以本身的均方根 (root-mean-square)

$$\frac{\hat{f}_o'}{\sqrt{f_o'^2}} = \sum_{k=1}^N \alpha_k \frac{f_k'}{\sqrt{f_k'^2}} \quad (2.3.1)$$

$$E = \frac{(\hat{f}_o' - f_o')^2}{C_{oo}} \quad (2.3.2)$$

將(2.3.1)代入(2.3.2)

$$E = \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{km} \alpha_k \alpha_m - 2 \sum_{k=1}^N \rho_{ko} \alpha_k + 1 \quad (2.3.3)$$

在要求 E 為極小值，亦即 $\partial E / \partial \alpha_k = 0$ 的條件下我們可得

$$\sum_{m=1}^M \rho_{km} \alpha_m = \rho_{ko} \quad (k=1, 2, 3, \dots, M) \quad (2.3.4)$$

將(2.3.4)代入(2.3.3)，可得最佳內插法的分析誤差

$$E = 1 - \sum_{k=1}^M \alpha_k \rho_{ko} \quad (2.3.5)$$

到此(2.3.1)，(2.3.4)與(2.3.5)可算是實際應用上我們所要使用的方程式，只要能夠知道測站和測站之間及測站和網格點之間氣象變數的相關函數，權重係數 α_k 便可由(2.3.4)得到。再利用(2.3.1)便可將測站上的觀測值內插到網格點上，再加上平均值 \bar{f}_o ，就可得到網格點上的客觀分析值。

在此最佳內插法中所用之平均值並不一定要用氣候平均值，亦可用預報值，或是氣候平均值和預報值的權重平均，或甚至用持續值 (Persistence) 來代替。然而在本局客觀分析和數值預報完全進入作業化以前，利用持續值或數值預報值來進行最佳內插法的客觀分析是不切實際的，因此在這裡，乃用氣候值。

3. 資料來源

目前國內王氏(1985)做了西元1977年至1983年每年冬季三個月(12, 1, 2月)的500 mb、12 GMT 高度場風場資料之統計，本計劃擬做春季(3, 4, 5月)垂直方面分850 mb, 700 mb, 500 mb 與 300 mb, 00 GMT 高度場，風場資料之統計，求取大氣統計之結構性持為了不使資料間相關性太大，個案與個案間相隔五天，Buell (1972)。

在從事最佳內插法客觀分析之前，資料之收集為最主要之工作，由於人力之有限，不可能從天氣圖上一一讀取資料，首次試圖由作業系統 (GA, General Automation) 利用磁帶直接由存檔磁帶錄取所需資料，利用作業空檔時間，已錄了1978年~1984年春季(3, 4, 5月)的500 mb, 00 GMT 高度場及風場資料，每隔五天一個個案約100個個案，測站區域有30, 31, 32, 44, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 91, 98等19個測站區域，並且順利地在VAX-750讀取所需資料。

我們所讀取之資料為經本局GA系統解碼過後之氣象資料，然而據柳氏(1985)提出本局之解碼程式可能有誤，原始資料與解過碼之資料不配合。

4. 結語

關於可讀取之資料正確性，據資訊測站同仁所提供意見，認為解碼錯誤是發生在地面資料，而高空資料850 mb, 700 mb, 500 mb, 300 mb 應無誤，此問題需進一步驗證。萬一不幸，解過碼的資料有問題時，不得已必須利用人力從歷年的天氣圖上，讀取所需資料以從事氣象統計工作。關於氣象統計研究的工作相當重要，尤其從民國67年本局從事自動解碼至今，這些存放在磁帶上的資料相當珍貴，必須充分利用它，以達經濟效益。

參考文獻

- 柳再明, 1985: 豪雨個案的客觀分析。國立中央大學大氣物理研究所碩士論文, 100頁。
- 曾忠一, 1984: 氣象場的客觀分析。台大大氣科學系講義, 418頁。
- 王光弘, 1985: 台灣附近氣象場統計結構及其在客觀分析上的應用。中國文化大學地學研究所碩士論文。
- 馬汝安, 1985a: 經驗正交展開的原理和應用。氣象預報與分析第102期, 54-60。
- 馬汝安, 1985b: 利用經驗正交函數分析亞洲區域冬季500 mb 高度場空間分布之研究。台大大氣科學研究所碩士論文, 98頁。
- 曾忠一, 1984: 雲塊追蹤法決定高空風資訊的原理和發展。航空氣象與飛航安全研討會論文彙編, 交通部民航局。
- 蘇良石, 1984: 利用模擬數位化衛星雲圖自動分析雲速。大氣科學第11期, 45-56。
- Barnes, S. L., 1973: Mesoscale objective map analysis using weighted time series observation. NOAA Tech. Memo. ERL NSSL-62, 60pp.
- Betroni, E. A. and I. A. Lund, 1963: Space correlation of height of constant pressure surfaces. J. Appl. Meteor., 2, 539-545.
- Boltemkov, V. P., 1966: Some characteristics of the three-dimensional macrostructure of atmospheric temperature. Trudy Glavnoi Geofizicheskoi Observatorii (GGO), Imeni A. I. Voeikova, Leningrad, No. 191, 47-57.
- Buell, C. E., 1959: An application of turbulence theory to the synoptic scale phenomena of the atmosphere. Report No. KND 96-59-16 (FR), Karman Sciences Corporation, Colorado Springs, Colorado, North America.
- Gandin, L. S., 1963: Objective Analysis of Meteorological Fields, Gidrometeorologicheskoe Izdatelstvo, Leningrad. Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1965, 242PP.
- Gandin, L. S., 1964: On the optimal interpolation of vector fields. Trudy Glavnoi Geofizicheskoi Observatorii (GOO), Imeni A. I. Voeikova, Leningrad, No. 165, 47-69.
- Gandin, L. S. and T. I. Kuznetsova, 1965: On the three dimensional statistical structure of the geopotential field. Trudy Glavnoi Geofizicheskoi Observatorii (GOO), Imeni A. T. Voeikova, Leningrad, No. 168, 84-93.
- Inman, R. L., 1970: Papers on operational objective analysis schemes at NSSF. NOAA Tech. Memo. ERL NSSL-51, 91pp. Monterey Atmospheric Science Laboratory, 1984: Meteorological Design of the Numerical Weather Prediction Forecast Systems, Central Weather Bureau, Republic of China. Monterey Atmospheric Science Laboratory, Monterey, California, North America.