

SoWMEX/TiMREX 個案中雨滴粒徑分佈之收支分析

蔡直謙 陳台琦
國立中央大學大氣物理研究所

摘要

利用雙偏極化都卜勒雷達，能反演空間中的三維風場和 DSD。暖雨區內雨滴的成核、凝結、蒸發、結合和分裂都會改變 DSD。除了微物理過程外，雨滴在空氣中的平流與沉降作用也是 DSD 的變因。若已知兩時間點的 DSD 與其間的三維風場，便可透過收支計算分離雨滴運動對 DSD 變化的影響，探討空間中的微物理機制。

本研究分析個案為西南氣流實驗 IOP-8 期間，NCAR 之 SPOL 雙偏極化都卜勒雷達朝高、屏外海執行密集扇形掃描時所觀測到的對流胞。該對流胞演化過程分為三個時期，每個時期回波核心區域雨水含量之收支分析如下：在增強期時，全導數項所有粒徑之雨水含量都增加，推論結合與凝結為主要過程。在成熟期 I 時，全導數項小雨滴和大雨滴減少，中型雨滴增加，推論除凝結外，小雨滴以結合為主，大雨滴以分裂為主。在成熟期 II 時，全導數項所有粒徑之雨水含量維持穩定，推論各種微物理過程旗鼓相當。在衰減期時，全導數項所有粒徑之雨水含量都減少，懷疑為較乾空氣逸入所造成的蒸發作用。

關鍵字：雨滴粒徑分佈、都卜勒、雷達、反演、風場、微物理、西南氣流實驗、雙偏極化、收支分析、對流胞

一、緒論

(一) 前言

傳統都卜勒雷達能測量空間中的 Z_{hr} 和 v_r ，使用單一或多個都卜勒雷達的觀測資料，已有多種演算法能反演三維風場。雙偏極化都卜勒雷達還提供 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} 和 ρ_{kr} 等偏極化參數，與水象粒子的種類、個數濃度、大小和形狀息息相關，也可用來反演暖雨區的雨滴粒徑分佈 (DSD)。

2008 年台灣與美國的氣象學界合作，在台灣南部進行西南氣流實驗 (SoWMEX/TiMREX)。主要的觀測儀器有地基探空、船舶探空、機載探空、S 波段雙偏極化都卜勒雷達 (SPOL)、X 波段車載式雙偏極化都卜勒雷達 (TEAM-R)、傳統都卜勒雷達、垂直指向雷達及雨滴譜儀等。實驗期間共有九次密集觀測期 (IOPs)，收集許多降水系統觀測資料可供研究，以期改善台灣地區定量降水預報的能力。

本文所研究的個案，為 IOP-8 期間 SPOL 朝其南方海面上空執行密集扇形掃描所觀測到的降水系統，此系統隨強勁的西南氣流向陸地移動。藉由上述的雷達反演技術，可以建立該個案三維風場與 DSD 之時間序列，進而計算 DSD 收支方程，以分析系統內之對流胞在發展過程中的微物理機制。

(二) 研究目的

在暖雨區內，與雨滴相關的微物理現象有成核、水氣擴散、結合及分裂，其中水氣擴散包括凝結與蒸發兩種作用。這些微物理現象都會造成 DSD 變化。除此之外，空氣平流和雨滴沉降也是改變 DSD 的主因。因此，欲探討降水系統中的微物理現象，必須考慮平流與沉降作用對 DSD 變化所造成的影響。以下說明其

數學原理。

第 i 組粒徑之雨滴個數濃度的局部導數 $\frac{\partial N_i}{\partial t}$ ，代表在空間中固定點的 N_i 時變率，其收支方程如下：

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = -\nabla \cdot (N_i \bar{\mathbf{v}}) + \frac{\partial}{\partial z} (N_i v_r) + C_i^n + C_i^d + C_i^c + C_i^b \quad (1)$$

其中， $\bar{\mathbf{v}}$ 為空氣速度； v_r 為終端落速，向下為正，可由空氣密度和粒徑推算； $\frac{\partial}{\partial z} (N_i v_r)$ 為沉降作用項； C_i^n 、 C_i^d 、 C_i^c 、 C_i^b 分別為成核、水氣擴散、結合及分裂四種微物理作用項。將(1)式中的 $\nabla \cdot (N_i \bar{\mathbf{v}})$ 展開，可得到：

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial t} = & -N_i \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} - u \frac{\partial N_i}{\partial x} - v \frac{\partial N_i}{\partial y} - w \frac{\partial N_i}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (N_i v_r) + \\ & C_i^n + C_i^d + C_i^c + C_i^b \end{aligned} \quad (2)$$

其中， u 、 v 、 w 為空氣速度的三個分量；

$$-u \frac{\partial N_i}{\partial x} - v \frac{\partial N_i}{\partial y} - w \frac{\partial N_i}{\partial z} \text{ 為空氣平流作用項； } -N_i \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} \text{ 為}$$

氣體脹縮所造成的 N_i 時變率，在不可壓縮的假設下可忽略。故(2)式簡化為：

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial t} = & -u \frac{\partial N_i}{\partial x} - v \frac{\partial N_i}{\partial y} - (w - v_r) \frac{\partial N_i}{\partial z} + C_i^n + C_i^d + C_i^c + \\ & C_i^b \end{aligned} \quad (3)$$

將(3)式等號右側的空氣平流作用項和沉降作用項移至左側，與 $\frac{\partial N_i}{\partial t}$ 合併可得到全導數 $\frac{dN_i}{dt}$ ，代表跟隨雨滴運動時的 N_i 時變率。收支方程變成：

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{\partial N_i}{\partial t} + u \frac{\partial N_i}{\partial x} + v \frac{\partial N_i}{\partial y} + (w - v_z) \frac{\partial N_i}{\partial z} = C_i^p + C_i^d + C_i^c + C_i^e \quad (4)$$

因此，倘若藉由雷達資料的反演，求得降水系統中 u 、 v 、 w 和 N_i 的時間序列，便能算得純由微物理過程所造成的 N_i 時變率。

二、資料來源

(一) 觀測儀器

本研究所使用的觀測資料為 SPOL 雷達的 QC 後資料。該雷達為一座 S 波段的雙偏極化都卜勒雷達，1996 年春於美國完成測試並啟用，可執行 PPI 與 RHI 掃描。2008 年來台參與西南氣流實驗，座落於高屏溪下游的新園堤防，位置為東經 120.43 度、北緯 22.53 度、海拔 45 m。

由於本研究需在暖雨區有足夠的三維體積資料，而且雷達的體積掃描週期不可太長，以免影響單雷達風場反演的準確度和微物理過程的時間解析度，故雷達掃描策略以密集的多仰角扇形 PPI 為最佳。所分析個案之掃描策略如下：共有 11 筆扇形 volume scans，平均週期約 3 分 45 秒；每筆 volume scan 包含 10 個不同仰角的 sweeps；每個 sweep 的方位角範圍約為 105 至 230 度；掃描半徑約 150 km。

雷達座標上的每個 gate 都有對應之觀測參數值，本研究所需的參數有 $Z_{r,h}$ 、 v_r 、 Z_{dr} 和 t_g 。此外，反演 gamma DSD 所需的 μ - Λ 關係式，為西南氣流實驗期間置於 supersite 之二維雨滴譜儀觀測資料擬合而得。Supersite 的位置為東經 120.62 度、北緯 22.74 度、海拔 90 m，而雨滴譜儀觀測資料每三分鐘統計一筆，使用 2008 年 6 月 14 日 00 時至 15 日 00 時 UTC 期間共 214 筆有雨資料進行擬合。

(二) 分析個案

本研究分析的個案發生於西南氣流實驗 IOP-8 期間，時間為 2008 年 6 月 14 日 18 時 0924 至 4654 UTC。低壓中心位於長江出海口附近，低壓槽由東海向西南延伸至南海。南海上空盛行西南風，可帶來豐沛的水氣和雨量，高、屏外海與台灣海峽南部都有深對流雲產生。SPOL 從 0924 至 4654 UTC 針對高、屏外海的降水系統，執行 11 筆 volume scans，掃描策略如 2-1 節所述。每一筆的起始時間依序為 0924、1156、1614、1846、2425、2703、3150、3428、3925、4212 及 4654 UTC。

三維風場與 DSD 的最佳反演區域為一長方體，若以 SPOL 為原點，其座標範圍為 $x = -13 \sim 16$ km、 $y = -43 \sim -23$ km、 $z = 1.75 \sim 3.75$ km，解析度均為 0.25

km。檢視第 3 至 9 筆 volume scans 於反演區域之 2.75 km 高度 $Z_{r,h}$ 的 CAPPI 圖 (圖 1)，可清楚看見一個對流胞增強、成熟與衰退的演化過程。圖中的白色直線為對流胞的行進路線，方形點為依系統平均移速追蹤對流胞回波核心的參考點，與回波核心區域的選擇有關。

三、研究方法

(一) 內插至直角網格點

本研究的長方體最佳反演區域，必須在雷達 volume scans 的掃描體積內。換言之，反演區域中每一個直角網格點，一定都能找到包覆它且最接近之兩個 sweeps、四個 beams 及八個 gates。這裡利用八個 gates 的觀測參數值，以距離之倒數為權重，內插算得該網格點的參數值，公式如下：

$$A_{int} = \frac{\sum_k \frac{A_k}{r_k}}{\sum_k \frac{1}{r_k}} \quad (5)$$

其中， A_k 為第 k 個 gate 的觀測參數值， A_{int} 為網格點的內插值， r_k 為第 k 個 gate 到網格點的距離。

進行內插的雷達觀測參數場有： $Z_{r,h}$ 、 v_r 、 Z_{dr} 及 t_g 。要注意的是， $Z_{r,h}$ 和 Z_{dr} 的單位分別為 dBZ 和 dB，屬於對數尺度，所以內插此二參數場時必先還原成線性尺度才內插，再將內插值轉換回對數尺度。

(二) 計算系統平均移速

在 Liou (2007) 的單雷達風場反演方法中，必須先利用前後兩筆資料的 $Z_{r,h}$ 算出降水系統在兩筆之間的平均移速，然後加上 v_r 資料進行網格點上 u 、 v 、 w 的反演 (詳述於 3-4 節)。除此之外，系統移速還可用來修正同一筆資料的高、低層觀測時間差 (詳述於 3-3 節)，因此計算系統移速成為資料內插完畢後的第二個步驟。

該方法使用 Gal-Chen (1982) 所提出的參考移動框架概念，目的在以三維變分的方法找到該框架 (代表降水系統) 的最佳移速，可使得框架內前後兩筆資料的回波最為相似。由此可知，兩筆 volume scans 之時間間隔不可太長，以免回波場分佈變化過大而影響準確度。數學上先定義一個價值函數 J_M 如下，並求其最小化：

$$J_M = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \alpha_1 (T_{1,i})^2 + \frac{1}{2} \sum_k \alpha_2 [(T_{2,i})^2 + (T_{2,z})^2]$$

(6)

$$T_1 = \frac{\partial \eta}{\partial t} + U(z) \frac{\partial \eta}{\partial x} + V(z) \frac{\partial \eta}{\partial y} + (W + V_T) \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (7)$$

$$T_{z,1} = \frac{\partial^2 U(z)}{\partial z^2} \quad (8)$$

$$T_{z,2} = \frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} \quad (9)$$

其中， η 為雷達回波； $U(z)$ 、 $V(z)$ 、 W 為框架移速， U 和 V 可以是高度的函數， W 則為定值； V_T 為終端落速，與 η 之間存在經驗關係式； i 、 j 、 k 和 t 為網格點在 x 方向、 y 方向、 z 方向和時間上的序號； α_1 和 α_2 為權重係數；(7)式代表回波保守的約束條件；(8)、(9)兩式代表 z 方向空間平滑的約束條件。

將(6)式的價值函數分別對 U 、 V 、 W 變分，可得：

$$\frac{\partial J_M}{\partial U} = \sum_i \sum_j \sum_t (\alpha_1 T_i \frac{\partial \eta}{\partial x}) + \alpha_2 \frac{\partial^2 T_{z,1}}{\partial z^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial J_M}{\partial V} = \sum_i \sum_j \sum_t (\alpha_1 T_i \frac{\partial \eta}{\partial y}) + \alpha_2 \frac{\partial^2 T_{z,2}}{\partial z^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial J_M}{\partial W} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (\alpha_2 T_i \frac{\partial \eta}{\partial z}) \quad (12)$$

自此，可開始代入 $U(z)$ 、 $V(z)$ 、 W 的初始猜測值（通常為零）算得對應的 J_M ，然後利用 $\frac{\partial J_M}{\partial U}$ 、 $\frac{\partial J_M}{\partial V}$ 、 $\frac{\partial J_M}{\partial W}$ 修正 $U(z)$ 、 $V(z)$ 、 W 的值使下次的 J_M 變小，如此不停的疊代至 $\frac{\partial J_M}{\partial U}$ 、 $\frac{\partial J_M}{\partial V}$ 、 $\frac{\partial J_M}{\partial W}$ 趨近於零， J_M 即達到最小化，而此時的 $U(z)$ 、 $V(z)$ 、 W 即為最佳的系統移速。因為本研究分析個案之降水系統位於穩定的西南風駛流場，而且反演區域高度僅介於 1.75~3.75 km，所以演算時將 W 視為零， U 和 V 則視為定值，不隨高度而變。如此一來(8)、(9)兩式便等於零，可大幅簡化電腦計算流程。

(三) 修正觀測時間差

雷達每筆 volume scan 均從最低仰角的 sweep 開始掃描，然後逐漸抬高仰角，每筆耗時約兩分半。以系統移速約 13 m sec⁻¹ 來估計，每筆 volume scan 期間之系統移動可超過 1 公里。換言之，若忽略高、低層的觀測時間差而將同一筆資料視為同時觀測，則高層資料在系統前進方向上會比低層資料「多走」一段距離，造成所有觀測參數場均隨高度傾斜的情形。

為了修正此傾斜情形，這裡假設同一筆 volume scan 期間系統以穩定狀態平移，因此將 3-1 節中內插所得之各網格點觀測時間差 t_g ，乘上系統移速，便是該網格點參數資料應「退後」的距離。調整完資料點位置後，再以各直角網格點為中心，以 0.25 km 為資料點搜尋有效半徑，以距離之倒數為權重，做第二次的內插，即可獲得該 volume scan 起始瞬間的參數場分佈。所有觀測參數均先經過此時空轉換的步驟，再進行後續的三維風場與 DSD 反演，以及收支方程的計算。

(四) 反演三維風場

這裡繼續採用 Liou (2007) 的方法。在算出前後兩筆資料間系統（框架）的最佳移速 U 、 V 、 W 後，可將該兩筆資料的座標系轉換成隨框架移動的座標系 x' 、 y' 、 z' ，公式如下：

$$x' = x - U(t - t_0) \quad (13)$$

$$y' = y - V(t - t_0) \quad (14)$$

$$z' = z - W(t - t_0) \quad (15)$$

$$t' = t \quad (16)$$

其中， t_0 為參考時間點，通常設為該兩筆掃描時間之中點。同時，將待反演之 u 、 v 、 w 扣除框架移速轉換成隨框架移動的擾動風場 u' 、 v' 、 w' ，公式如下：

$$u' = u - U \quad (17)$$

$$v' = v - V \quad (18)$$

$$w' = w - W \quad (19)$$

座標系轉換完成後，再定義一個價值函數 J 如下，並求其最小化：

$$J = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t [\beta_1 J_1^2 + \beta_2 J_2^2 + \beta_3 J_3^2 + \beta_4 (J_{4,1}^2 + J_{4,2}^2 + J_{4,3}^2) + \beta_5 J_5^2 + \beta_6 (J_{6,1}^2 + J_{6,2}^2 + J_{6,3}^2)] \quad (20)$$

$$J_1 = \frac{\partial \eta'}{\partial t'} + u' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} + v' \frac{\partial \eta'}{\partial y'} + (w' + V_T) \frac{\partial \eta'}{\partial z'} \quad (21)$$

$$J_2 = v_r' - u' \frac{x'}{r'} - v' \frac{y'}{r'} - w' \frac{z'}{r'} \quad (22)$$

$$J_3 = \frac{\partial \rho u'}{\partial x'} + \frac{\partial \rho v'}{\partial y'} + \frac{\partial \rho w'}{\partial z'} \quad (23)$$

$$J_{4-1} = \frac{\partial w'}{\partial y'} - \frac{\partial v'}{\partial z'} \quad (24)$$

$$J_{4-2} = \frac{\partial u'}{\partial z'} - \frac{\partial w'}{\partial x'} \quad (25)$$

$$J_{4-3} = \frac{\partial v'}{\partial x'} - \frac{\partial u'}{\partial y'} \quad (26)$$

$$J_5 = (\bar{u}' - u'_{VAD})^2 + (\bar{v}' - v'_{VAD})^2 \quad (27)$$

$$J_{6-1} = \nabla_{\vec{H}}^2 u' \quad (28)$$

$$J_{6-2} = \nabla_{\vec{H}}^2 v' \quad (29)$$

$$J_{6-3} = \nabla_{\vec{H}}^2 w' \quad (30)$$

$$r' = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} \quad (31)$$

$$\nabla_{\vec{H}}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \quad (32)$$

其中，(21)式代表回波保守的約束條件；(22)式代表徑向風與三維風場幾何關係的約束條件；(23)式代表擾動風場滿足不可壓縮連續方程的約束條件， ρ 為空氣密度；(24)~(26)式代表渦度的約束條件，其權重係數 β_4 較小，可改善反演的準確度 (Liou 1999)；(27)式代表若使用 VAD 技術算得各層 u' 和 v' 平均值時可加入的約束條件，在本研究未加入；(28)~(30)式則為空間平滑的約束條件。

將(20)式的價值函數分別對 u' 、 v' 和 w' 變分，可得：

$$\frac{\partial J}{\partial u'} = \sum_t \left[\beta_1 J_1 \frac{\partial J_1}{\partial x'} - \beta_2 J_2 \frac{x'}{r'} - \rho \beta_3 \frac{\partial J_3}{\partial x'} + \beta_4 \left(\frac{\partial J_{4-2}}{\partial z'} - \frac{\partial J_{4-3}}{\partial z'} \right) + \beta_6 \nabla_{\vec{H}}^2 (\nabla_{\vec{H}}^2 u') \right] \quad (33)$$

$$\frac{\partial J}{\partial v'} = \sum_t \left[\beta_1 J_1 \frac{\partial J_1}{\partial y'} - \beta_2 J_2 \frac{y'}{r'} - \rho \beta_3 \frac{\partial J_3}{\partial y'} + \beta_4 \left(\frac{\partial J_{4-1}}{\partial x'} - \frac{\partial J_{4-3}}{\partial x'} \right) + \beta_6 \nabla_{\vec{H}}^2 (\nabla_{\vec{H}}^2 v') \right] \quad (34)$$

$$\frac{\partial J}{\partial w'} = \sum_t \left[\beta_1 J_1 \frac{\partial J_1}{\partial z'} - \beta_2 J_2 \frac{z'}{r'} - \rho \beta_3 \frac{\partial J_3}{\partial z'} + \beta_4 \left(\frac{\partial J_{4-1}}{\partial y'} - \frac{\partial J_{4-2}}{\partial y'} \right) + \beta_6 \nabla_{\vec{H}}^2 (\nabla_{\vec{H}}^2 w') \right] \quad (35)$$

自此，與 3-2 節同理，可開始代入 u' 、 v' 、 w' 的初始猜測值，再經由不斷疊代與修正的過程，找到最佳的 u' 、 v' 、 w' 使 J 達到最小化。最後，將 u' 、 v' 、 w' 分別加上系統平均移速 U 、 V 、 W ，即為反演之三維風場 u 、 v 、 w 。

(五) 反演 DSD

Seliga et al. (1976) 指出扁圓水象粒子對水平與垂直偏極化電磁波的背向散射截面 σ_{hh} 、 σ_{vv} 分別為：

$$\sigma_{hh} = \frac{16\pi^7}{9\lambda^4} D_e^6 \left| \frac{m^2-1}{4\pi+(m^2-1)P'} \right|^2 \quad (36)$$

$$\sigma_{vv} = \frac{16\pi^7}{9\lambda^4} D_e^6 \left| \frac{m^2-1}{4\pi+(m^2-1)P} \right|^2 \quad (37)$$

其中， λ 為電磁波波長； m 為水象粒子的複數折射指數，是 λ 和水象粒子溫度的函數； P' 和 P 為幾何因子，是 r 的函數。在 gamma DSD 的假設下， Z_{hh} 、 Z_{vv} 和 Z_{dr} 可分別定義並計算如下：

$$\begin{aligned} Z_{hh} &\equiv 10 \log \left[\frac{\lambda^4}{\pi^5 |K|^2} \int \sigma_{hh} N(D_e) dD_e \right] \\ &= 10 \log \left[\frac{16\pi^7}{9|K|^2} N_0 \int D_e^6 \left| \frac{m^2-1}{4\pi+(m^2-1)P'} \right|^2 D_e^4 e^{-\lambda D_e} dD_e \right] \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} Z_{vv} &\equiv 10 \log \left[\frac{\lambda^4}{\pi^5 |K|^2} \int \sigma_{vv} N(D_e) dD_e \right] \\ &= 10 \log \left[\frac{16\pi^7}{9|K|^2} N_0 \int D_e^6 \left| \frac{m^2-1}{4\pi+(m^2-1)P} \right|^2 D_e^4 e^{-\lambda D_e} dD_e \right] \end{aligned} \quad (39)$$

$$Z_{dr} \equiv Z_{hh} - Z_{vv} = 10 \log \frac{\int D_e^6 \left| \frac{m^2-1}{4\pi+(m^2-1)P'} \right|^2 D_e^4 e^{-\lambda D_e} dD_e}{\int D_e^6 \left| \frac{m^2-1}{4\pi+(m^2-1)P} \right|^2 D_e^4 e^{-\lambda D_e} dD_e} \quad (40)$$

$$|K|^2 = \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} \right|^2 \quad (41)$$

由於 SPOL 的波長為 10.72 cm，而且水象粒子溫度的影響有限，可設為 20°C，所以 $|K|^2$ 和 m 均可視為常數。又因為 P^* 和 P 是 r 的函數，而 Brandes et al. (2002) 綜合前人實驗結果擬合出 r 和 D_g 的經驗關係式：

$$r = 0.9951 + 0.02510 D_g - 0.03644 D_g^2 + 0.005030 D_g^3 - 0.0002492 D_g^4 \quad (42)$$

故(38)、(40)式可分別寫成函數型式如下：

$$Z_{hr} = f(N_0, \mu, \Lambda) \quad (43)$$

$$Z_{dr} = g(\mu, \Lambda) \quad (44)$$

另外，置於 supersite 之二維雨滴譜儀 6 月 14 日觀測資料所擬合出的 μ - Λ 關係式為：

$$\Lambda = 0.010053 \mu^2 + 0.6849 \mu + 1.8735 \quad (45)$$

在反演區域中的每個網格點，都能利用(44)、(45)式和 Z_{dr} 觀測值算出對應的 μ 和 Λ ，再利用(43)式和 Z_{hr} 觀測值算出對應的 N_0 ，gamma DSD 的三個參數即反演完畢。

(六) 計算收支方程

目前為止，每筆資料所有網格點的 N_0 、 μ 、 Λ 都已求得，但由於(4)式中雨滴個數濃度的收支，不同粒徑必須分開計算，因此這裡以 0.1~5.0 mm 為粒徑範圍，0.1 mm 為間隔，將每個網格點的 DSD 分成 50 組不同粒徑的雨滴個數濃度 N_i ($i = 1 \sim 50$)。在進行收支方程之計算前，也可依下列二式求得各網格點之總雨水含量 W_T 和中值體積粒徑 D_c ，有助於分析降水系統的特徵：

$$W_T = \sum_{i=1}^{50} W_i = \frac{\pi}{60000} \sum_{i=1}^{50} (D_i^3 N_i) \quad (46)$$

$$D_c = \frac{3.67 + \pi}{\Lambda} \quad (47)$$

其中， W_T 常用單位為 $g \cdot m^{-3}$ 。

接著進行收支方程之計算，先將(4)式重新改寫如下：

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{\partial N_i}{\partial t} + u \frac{\partial N_i}{\partial x} + v \frac{\partial N_i}{\partial y} + w \frac{\partial N_i}{\partial z} - v_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \quad (48)$$

然後利用前後兩筆資料的 N_i 和兩筆之間的 u 、 v 、 w ，即可以差分方式進行(48)式之計算。至於終端落速 v_z 的給定，Atlas et al. (1977) 提出在海平面高度時， v_z 和 D_g 存在關係式：

$$v_z(D_g) = 3.78 D_g^{0.67} \quad (49)$$

而 Beard (1985) 針對空氣密度改變時，提出以下的修正式，亦為本研究採用之公式：

$$v_z(D_g) = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.375 + 0.025 D_g} 3.78 D_g^{0.67} \quad (50)$$

其中， ρ_0 和 ρ 分別為海平面高度和指定高度的空氣密度，這裡比照標準大氣視網格點高度給定其值。

自此，(48)式等號右側各偏微分項均可算出，加總後便是全微分項，代表微物理過程所造成的 N_i 時變率。若將(48)式各項乘以雨滴密度與各粒徑之體積，可變成各粒徑雨水含量時變率之收支方程，表示如下：

$$\dot{L}_i^{tot} = L_i^{loc} + L_i^u + L_i^v + L_i^w + L_i^{sed} \quad (51)$$

再合計所有粒徑，可變成總雨水含量時變率之收支方程，表示如下：

$$\dot{L}_T^{tot} = L_T^{loc} + L_T^u + L_T^v + L_T^w + L_T^{sed} \quad (52)$$

四、個案分析

承 2-2 節所述，從 1614~3925 UTC 共七筆資料之 2.75 km 高度 Z_{hr} 的 CAPPI 圖 (圖 1) 中可見沿白色直線前進之一個對流胞，其增強、成熟與衰退的演化過程。這裡將七筆資料的六個時間區間分別命名為增強期 I、增強期 II、成熟期 I、成熟期 II、衰退期 I 及衰退期 II。承 3-6 節所述，每個時間區間都能計算雨水含量時變率的收支方程，用以探討其間的微物理機制。

(一) 對流胞之增強期 I

回波核心區域內之 L_i^{loc} 多為正值 (圖 2)。平流作用項方面：回波核心區域東側的 L_i^u 為負值、西側的 L_i^v 為正值、北側的 L_i^w 為負值、南側的 L_i^{sed} 為正值； L_i^{sed} 幾乎

都等於零。推論其原因，由於 L_x^i 、 L_y^i 、 L_z^i 分別為x、y、z方向的平流項，若為正值則表示 W_i 在該方向上被「移出」，若為負值則表示 W_i 在該方向上被「移入」。因此理論上，平流作用項在對流胞前端應為負值、後端應為正值。由於此降水系統朝東北東前進，故上述 L_x^i 、 L_y^i 兩項的正、負分佈合乎理論。而 L_z^i 接近零則為反演之 w 甚小所致。沉降作用項 L_{sed}^i 的量值不大，代表 W_i 在垂直方向上的分佈均勻。 L_{tot}^i 為各項之總和，其正、負區結構細微且夾雜分佈的情形很明顯。這裡將對流胞回波核心區域內所有資料取平均，以避免單點研判的危險性。所有粒徑的 L_{tot}^i 均為正值、 L_x^i 均為正值、 L_y^i 均為負值、 L_z^i 都接近零，而 L_{sed}^i 的量值也不大。各項加總後的 L_{tot}^i 代表微物理過程所造成 W_i 的時變率，所有粒徑均為正值，由此推論對流胞回波核心區域在增強期 I 時，與雨滴相關之主要微物理現象為「結合」與「凝結」，使所有粒徑的雨水含量都增加。

(二) 對流胞之增強期 II

所有粒徑的 L_{tot}^i 仍為正值，但量值比增強期 I 小。 L_x^i 在 0.5~3 mm 為正值，其餘為零。 L_y^i 在 0.5~3 mm 為負值，其餘為零。所有粒徑之 L_x^i 和 L_{sed}^i 都接近零。 L_{tot}^i 仍均為正值，但量值比增強期 I 小。由此推論對流胞回波核心區域在增強期 II 時，與雨滴相關之主要微物理現象仍為「結合」與「凝結」，使所有粒徑的雨水含量都增加，但速率明顯減緩。

(三) 對流胞之成熟期 I

所有粒徑的 L_{tot}^i 仍為正值。 L_x^i 在 0.8 mm 以下與 2 mm 以上為負值，0.8~2 mm 為正值。 L_y^i 在 0.9~3.3 mm 為負值，其餘為零。所有粒徑的 L_x^i 均接近零。 L_{sed}^i 則在 0.7~2.2 mm 為負值，2.2 mm 以上為正值，代表垂直方向上小雨滴的個數濃度由低而高遞增，大雨滴則由低而高遞減。有趣的是， L_{tot}^i 在 0.8 mm 以下與 2.3 mm 以上為負值，在 0.8~2.3 mm 為正值，且正面面積大於負區面積。由此推論對流胞回波核心區域在成熟期 I 時，與雨滴相關之微物理現象除「凝結」外，0.8 mm 以下主要發生「結合」，而 2.3 mm 以上主要發生「分裂」，使最大與最小粒徑的雨水含量減少，中型雨滴的雨水含量增加。增加幅度略勝減少幅度。

(四) 對流胞之成熟期 II

所有粒徑的 L_{tot}^i 仍為正值。 L_x^i 在 2.1 mm 左右有些微負值，其餘為零。 L_y^i 在 0.5~3.2 mm 為負值，其餘為零。所有粒徑的 L_x^i 均接近零。 L_{sed}^i 則在 0.5~2.5 mm 為負值，其餘為零，代表垂直方向上的 W_i 由高而低遞減。 L_{tot}^i 在 0.5~2.5 mm 有些微正值，其餘為零。由此推論對流胞回波核心區域在成熟期 II 時，與雨滴相關之微物理機制達到平衡，沒有主宰的微物理現象，因此所有粒徑之雨水含量幾乎都保持穩定。

(五) 對流胞之衰退期 I

L_{tot}^i 在 0.8~2.3 mm 為正值，極值在 1.4 mm 處; 2.3 mm 以上則有些微負值。 L_x^i 在 0.5~3.1 mm 為正值，其餘為零。 L_y^i 在 0.4~3.5 mm 為負值，其餘為零。所有粒徑的 L_x^i 均接近零。 L_{sed}^i 在 0.5~3.5 mm 為負值，且量值增加，代表垂直方向上 W_i 由高而低的遞減率增加。所有粒徑之 L_{tot}^i 均為負值。由此懷疑對流胞回波核心區域在衰退期 I 時，可能有較乾空氣（弱回波區）的逸入，使「蒸發」成為主要的微物理現象，導致所有粒徑之雨水含量都開始減少。

(六) 對流胞之衰退期 II

L_{tot}^i 在 0.6~2.6 mm 為正值，其餘為零。所有粒徑之 L_x^i 均為負值。 L_y^i 在 0.5~3.2 mm 為負值，其餘為零。所有粒徑的 L_x^i 均接近零。 L_{sed}^i 在 0.5~3.5 mm 仍為負值，代表垂直方向上 W_i 仍由高而低遞減。所有粒徑之 L_{tot}^i 均為負值，且量值增加。由此懷疑對流胞回波核心區域在衰退期 II 時，持續有較乾空氣（弱回波區）的逸入，使「蒸發」仍為主要的微物理現象，導致所有粒徑之雨水含量持續減少。

五、結論與未來展望

雙偏極化都卜勒雷達能反演空間中的三維風場和雨滴粒徑分佈，前人針對兩者之反演方法也已有諸多研究。本文最大的意義在於，同時採用國立中央大學大氣物理研究所雷達氣象實驗室在此兩大領域中發展成熟的技術，進而提出一套方法從事雨滴粒徑分佈之收支分析，企圖由實際觀測資料找出降水系統在發展過程中主要的微物理機制。

在所選擇的個案資料中，成功觀測到一個對流胞增強、成熟及衰退的演化過程。綜觀分析期間，空間

中的雨水含量、中值體積粒徑及 γ DSD 均能合理反演，有助於對流胞特徵的描述。而依序計算六個時間區間雨水含量的收支情形，可作出以下結論。

在增強期 I 和增強期 II 時，全導數項所有粒徑之雨水含量都增加，由此推論回波核心區域主要的微物理現象為「結合」與「凝結」。增強期 II 的增加速率變小。在成熟期 I 時，小雨滴與大雨滴的雨水含量減少，中型雨滴的雨水含量增加，由此推論回波核心區域中除了「凝結」外，小雨滴主要發生「結合」，而大雨滴主要發生「分裂」。在成熟期 II 時，全導數項所有粒徑之雨水含量幾乎維持定值，代表 DSD 達到平衡態，由此推論回波核心區域中各種微物理過程旗鼓相當。在衰減期 I 和衰減期 II 時，全導數項所有粒徑之雨水含量都減少，由此懷疑回波核心區域有較乾空氣逸入，導致主要的微物理現象為「蒸發」。所有時間區間的局部導數項都是正值。因此，若只觀察空間中固定點的 DSD 變化，而不考慮平流與沉降作用，則無法做出以上與微物理機制相關之推論。

未來展望方面，希望日後實驗可進行雙雷達之密集多仰角扇形 PPI 協同掃描，將掃描週期減至兩分鐘以內，並使用雙雷達合成風場，驗證單雷達風場反演之準確度。另外，可嘗試使用曾（2007）的一維雲模式進行模擬，再和本研究針對對流胞各演化時期微物理機制之推論比較。除西南氣流外，夏、秋兩季的颱風與冬季的東北季風也常為台灣地區帶來豪雨，展望未來針對不同類型的天氣，也能進行相關研究。

參考文獻

- Atlas, D., and C. W. Ulbrich, 1977: Path- and area-integrated rainfall measurement by microwave attenuation in the 1-3 cm band. *J. Appl. Meteor.*, **16**, 1322-1331.
- Beard, K. V., 1985: Simple altitude adjustments to raindrop velocities for Doppler radar analysis. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **2**, 468-471.
- Brandes, E. A., G. Zhang, and J. Vivekanandan, 2002: Experiments in rainfall estimation with a polarimetric radar in a subtropical environment. *J. Appl. Meteor.*, **41**, 674-685.
- Gal-Chen, T., 1982: Errors in fixed and moving frame of references: applications for conventional and Doppler radar analysis. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 2279-2300.
- Liou, Y.-C., 1999: Single radar recovery of cross-beam wind components using a modified moving frame of reference technique. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **16**, 1003-1016.
- Liou, Y.-C., 2007: Single-Doppler retrieval of the three-dimensional wind in a deep convective system based on an optimal moving frame of reference. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85**, 559-582.

Seliga, T. A., and V. N. Bringi, 1976: Potential use of radar differential reflectivity measurements at orthogonal polarizations for measuring precipitation. *J. Appl. Meteor.*, **15**, 69-76.

曾威仁，「雨滴粒徑分佈模擬—雙偏極化雷達驗證」，國立中央大學，碩士論文，民國 96 年。

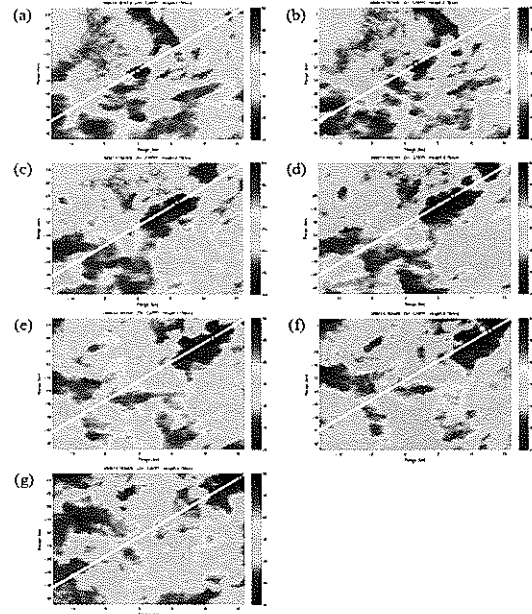


圖 1 反演區域之 2.75 km 高度 Z_{rh} 的 CAPPI 圖。時間依序為：(a) 1614；(b) 1846；(c) 2425；(d) 2703；(e) 3150；(f) 3428；(g) 3925 UTC。

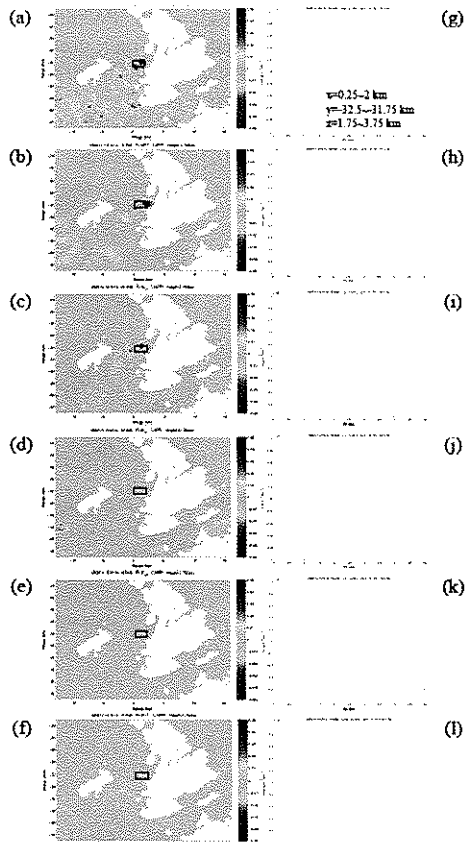


圖 2 增強期 I 之液態水含量收支分析圖。由(a)至(f)依序為 2.75 km 高度 $L_{up}^{2.75}$ 、 $L_{down}^{2.75}$ 、 $L_{up}^{2.75}$ 、 $L_{down}^{2.75}$ 、 $L_{up}^{2.75}$ 及 $L_{down}^{2.75}$ 的 CAPPI 圖。由(g)至(l)為對流胞核心區域（黑色框內）取平均後之 $L_{up}^{2.75}$ 、 $L_{down}^{2.75}$ 、 $L_{up}^{2.75}$ 、 $L_{down}^{2.75}$ 及 $L_{up}^{2.75}$ 圖。

