

使用單一都卜勒雷達資料反演三維風場—利用數值模式驗證

章鶴群 廖宇慶

中央大學大氣物理研究所

一、摘要

本研究提出一種利用單一都卜勒雷達密集觀測的徑向風及回波，反演三度空間中完整三維風場(u, v, w)的方法。利用數值模式模擬雷達觀測的回波和徑向風以進行驗證，並測試其精確度。由分析結果，得知此方法確實可精確的反演三維風場。反演的結果與模式的資料相比較，相關係數可超過0.9，並相較於其他反演方法，此方法對於垂直速度有不錯的反演結果。

關鍵字：都卜勒雷達、反演

二、前言

由於一座都卜勒雷達所能夠觀測到的資訊，只有回波和徑向風。本研究即想利用一座都卜勒雷達所觀測到的回波和徑向風，再加上數學的方法，得到風在三維方向的分量。

自1990年代起發展出利用變分分析反演風場的方法，如：伴隨法(Sun et al., 1991)、簡單伴隨法(Qiu and Xu, 1992)、雙純量保守法(Shapiro et al. 1995; Weygandt et al. 2002)、最小平方法(Qiu and Xu, 1996)、移動座標法(Zhang and Gal-Chen, 1996)、以及改良式移動座標法(Liou, 1999)等，這些方法可以在不犧牲雷達資料原始解析度的情況下反演出風場。

本研究則是使用Liou(1999)所發展的方法(簡稱L99)進行風場的反演，但是嘗試將原本反演的範圍從二維的平面，推廣到三維的立體空間。(廖和章2004)

三、反演方法的理論基礎

(一) 使用移動座標的優點

許多單都卜勒風場反演方法，均必須使用某種保守的純量場當作被動式追蹤參數(passive tracer)，以便進一步規範風場的變化。在雷達的觀測資料中，回波(η)場是一個可以被選為當作這個追蹤劑的純量場。亦即：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

公式(1)中回波的單位為dBZ，假設其為保守的，只會隨著風場所造成的平流效應移動，本身並不會有生滅。但在真實的情形下公式(1)僅為一個近似。為了減少因使用公式(1)時引入的誤差，Gal-Chen(1982)提出利用一最佳移動座標的概念，在此參考系統中，公式(1)被滿足的程度最大。把這樣的觀念應用在單雷達反演風場上，可以用下面公式來說明：

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= U + u'(x, y, z) \\ v(x, y, z) &= V + v'(x, y, z) \\ w(x, y, z) &= W + w'(x, y, z) \end{aligned} \quad (2)$$

公式(2)左項的 U, V, W 是總的風場，右邊第一項 U, V, W 則表示是最佳移動座標的移速，在整個反演的範圍裡面是一個常數；右邊第二項則為減去移動座標移速後的擾動風場。

(二) 移動座標移速的計算

反演的第一步就是要求得移動座標的最佳移速 U, V, W ，使得(1)式在反演的範圍內得以成立的程度最大。把(1)式納入一個價值函數(cost function)：

$$\begin{aligned} J_{mf} &= \iiint_{\Omega} \alpha_{mf} \left[\frac{\partial \eta}{\partial t} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} + V \frac{\partial \eta}{\partial y} + W \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]^2 d\Omega dt \quad (3) \\ \alpha_{mf} &= \left\{ \frac{1}{\Omega} \int \left[\frac{\partial \eta}{\partial t} \right]^2 d\Omega \right\}^{-1} \quad (3a) \\ d\Omega &= dx dy dz \end{aligned}$$

其中 J_{mf} 為價值函數， Ω 為反演的三維區域， α_{mf} 為權重， $\overline{(\)}$ 表示時間的平均。若能夠找到一組 U, V, W 能使價值函數 J_{mf} 有極小值，則表示雖然不能令回波保守的假設在反演範圍內所有的點上都“完全”成立，但是滿足的程度已經是達到最大。由於 U, V, W 在反演的範圍內的每一點是相同的，為一個常數，因此只要令 J_{mf} 對 U, V, W 的一次微分分別為零即可求解。

(三) 雷達資料內插到移動座標上

得到了移動座標的移速之後，將所有原本在固定座標上的觀測資料重新定義在新的參

考座標上。在本研究中，移動座標是在三度空間上進行平移的，故沿三個方向的座標均重新定義了：

$$\begin{cases} x' = x - U(t - t_0) \\ y' = y - V(t - t_0) \\ z' = z - W(t - t_0) \\ t' = t \end{cases} \quad (4)$$

其中 t_0 為一參考的時間。

(四) 計算擾動風場 (L99)

在 L99 的方法中為計算擾動風場，除了 (1) 式這組約束條件之外，還加上了徑向風與三維風場的幾何關係式與連續方程式，將前述的約束條件寫成一價值函數，並納入了弱渦度和高階空間平滑函數，若有 VAD 對水平平均風的觀測產品亦可以把其觀測結果加入，可得到：

$$J_{pert}(u', v', w') = \iiint_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^{11} (\alpha_i J_i^2) \right] d\Omega dt \quad (5)$$

$$J_1 = \frac{\partial \eta'}{\partial t'} + u' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} + v' \frac{\partial \eta'}{\partial y'} + w' \frac{\partial \eta'}{\partial z'} \quad (5a)$$

$$J_2 = V'_r - u' \frac{x'}{r'} - v' \frac{y'}{r'} - w' \frac{z'}{r'} \quad (5b)$$

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

$$J_3 = \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial w'}{\partial z'} \quad (5c)$$

$$J_4 = \frac{\partial v'}{\partial x'} - \frac{\partial u'}{\partial y'} \quad (5d)$$

$$J_5 = \frac{\partial u'}{\partial z'} - \frac{\partial w'}{\partial x'} \quad (5e)$$

$$J_6 = \frac{\partial w'}{\partial y'} - \frac{\partial v'}{\partial z'} \quad (5f)$$

$$J_7 = (u' - \bar{u}') \quad (5g)$$

$$J_8 = (v' - \bar{v}') \quad (5h)$$

$$J_9 = (\nabla^2 u')^2 \quad (5i)$$

$$J_{10} = (\nabla^2 v')^2 \quad (5j)$$

$$J_{11} = (\nabla^2 w')^2 \quad (5k)$$

(5) 式中的 $(\cdot)'$ 表示計算的量已經是重新定義在新的移動座標上，共有 11 個約束條件： J_1 為回波保守，在雷達短時間的密集觀測下且使用了最佳化的移動座標系統後，可以假設回波是趨近保守的； J_2 為雷達觀測到的徑向風 V'_r 和風場在笛卡爾直角座標上的分量 u', v', w' 的關係式。 J_3 是連續方程，表示質量保守； $J_4 \sim J_6$ 為弱水平和弱垂直渦度，具有令解穩定的效果。 J_7 和 J_8 是代表利用 VAD 的分析結果(由上標的橫線表示)調整反演風場的水平平均。 $J_9 \sim J_{11}$ 用來濾掉短波所造成的雜訊，

對解的空間分佈可以產生平滑作用。

將 (5) 式極小化後可在每一個格點上獲得一組擾動速度場 u', v', w' ，亦即會為 $3 \times n$ (n 為格點數) 個變數求出解，而它們會最佳化地滿足前述的 11 個約束條件。將擾動速度場與移動座標移速 U, V, W 加起來(公式(2))，就是最終的結果，即一個在三度空間中利用單一都卜勒雷達觀測資料反演得到的三維風場。

四、反演實驗的結果分析

(一) 利用數值模式模擬雷達的觀測

為了能夠對反演方法的精確度做詳細的驗證，所以利用模式的輸出場模擬雷達觀測資料。本研究中採用的數值模式為美國 Colorado State University 發展的 Regional Atmospheric Modeling System (RAMS)。在本論文中所需的雷達資料由 RAMS 進行模擬產生，模式的背景設定為中性大氣，基本位溫設為 300K，水平與垂直網格間距分別為 1.0 公里與 0.5 公里。格點的數目在沿 x, y, z 方向則分別為 $61 \times 61 \times 24$ ，水平方向上採周期邊界條件。在模擬的初始場中，置入一個負值的位溫擾動，其分布如下：

$$\alpha = \left[\left(\frac{x - x_c}{r_x} \right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{r_y} \right)^2 + \left(\frac{z - z_c}{r_z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6a)$$

$$\alpha > 1 \quad \theta = 300 \quad (6b)$$

$$\alpha \leq 1 \quad \theta = 300 + \Delta \theta \left[\cos\left(\frac{\alpha \pi}{2}\right) \right]^2 \quad (6c)$$

其中 θ 為位溫， $\Delta \theta$ 為擾動場的最大振幅，設定為 -4 度， (x_c, y_c, z_c) 表示擾動的中心位置，設定為 (31.0, 31.0, 4.25) 公里， (r_x, r_y, r_z) 表示擾動所影響的半徑，設定為 (5.0, 5.0, 3.25) 公里。隨著時間的積分，空氣塊將會因為中心較冷而由高空向地表潰散再向外圍延伸出去。模式的 (u, v, w) 風場再經由公式(5b)所代表的幾何關係轉換成雷達徑向風。

如同前一節中所述，本反演方法中需要某種保守的純量場當做被動式追蹤參數，以便計算系統的最佳移速。在本實驗中，吾人利用模式的水汽場來建構此保守純量場，其步驟為經由與 6(a)-(c)相同的方式給定水汽初始擾動場，但關閉模式中的微物理過程，令水汽沒有源/匯，呈現公式(1)所代表的保守狀態，此時其時間上的變化則完全來自於風場的平流效應。但必須指出的是本文中的風場反演法若應用在真實個案分析時，則是將雷達回波當做被動式追蹤參數，且需要估計終端速度的影響。

在本研究的測試實驗中，雷達均位於反演區域的正南方 100 公里處，欲反演的參數為

(u 、 v 、 w) 風場。故若以雷達為一球坐標系統的原點，則在某一點上被反演出來的 u 分量，會近似於位於該點處風場沿球坐標方位角方向的分量。同理，反演出來的 w 分量，則近似於該點風場沿球坐標仰角方向的分量，而風場的 v 分量則是十分接近雷達可觀測得到的，平行於雷達波束的徑向風。又設定掃瞄時間為 3 分鐘，利用模式模擬輸出時間間隔為 3 分鐘的理想回波場(實驗中以水汽場代替)和徑向風場，做為反演方法所需輸入的雷達資料。

(二) 誤差的計算

理想風場與反演的風場進行比較時，利用下列幾個誤差計算的方式做為分析比較的根據，分別是均方根強度 (Root Mean Square Magnitude, RMSM)、均方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE)、相對均方根誤差 (Relative Root Mean Square Error, RRMSE) 與空間相關係數 (Spatial Correlation Coefficient, SCC)，定義如下：

$$RMSM = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (A)^2} \quad (7)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (A_{re} - A_{pr})^2} \quad (8)$$

$$RRMSE = \frac{\sqrt{\sum (A_{re} - A_{pr})^2}}{\sqrt{\sum (A_{pr})^2}} \quad (9)$$

$$SCC = \frac{\sum (A_{re} - \bar{A}_{re})(A_{pr} - \bar{A}_{pr})}{\sqrt{\sum (A_{re} - \bar{A}_{re})^2} \sqrt{\sum (A_{pr} - \bar{A}_{pr})^2}} \quad (10)$$

其中 A 表示任一種要比較的變數， n 為總點數， $()_{re}$ 是表示反演得到的結果， $()_{pr}$ 表示模式所模擬出來的“真實”結果， \bar{A} 代表空間平均值。 SCC 值等於 1 時代表兩個場的分佈情形完全一樣。

(三) 測試實驗：數值模式模擬雷達觀測的反演結果

本實驗的目的是為了初步探求此方法的反演能力，實驗設定為 3 分鐘掃瞄策略，雷達距離 100 公里，系統無平移速度。本實驗的統計結果詳列於表 1。從 RMSE 和 RRMSE 來看， u 的誤差最大，RMSE 達到 0.56m/s ，RRMSE 有 0.74 ； v 的誤差最小，RMSE 只有 0.12m/s ，RRMSE 也只有 0.16 ， w 反演的誤差則介於 u 和 v 之間，RMSE 和 RRMSE 分別為 0.34m/s 和 0.47 。從 SCC 來看， u 為 0.81 ， v 達 0.99 最好， w 介於兩者之間，達 0.92 。為了了解真實的風速有多少被反演出來，在表 1 中列有 RMSM 值供參考，以此實驗為例，反演的 RMSM 指標對 u 、 v 、 w 分別為 0.53m/s 、 0.76m/s 與 0.68m/s ，而模式模擬的 RMSM 值在 u 、 v 、 w 分量上則分別 0.75m/s 、 0.75m/s 與 0.72m/s ，這樣可以評估反演的能力大約可還原 70% 的 u 場，94%

的 w 場，而 v 場因為與雷達電磁波近乎平行，可以被直接量測，因此被反演的部份與真實的解幾乎相等。

圖 1 和圖 2 分別為由數值模式得到的回波場，以及利用模式(u 、 v 、 w)風場建構的徑向風場，取高度 $Z=5$ 公里的水平平面(此層約位於模式高度的一半)。回波場為一同心圓的形式，極大值為一環狀分布於距圓心 5 到 10 公里之間，徑向風場則是北邊為負值(吹向雷達)，南邊為正值(遠離雷達)，並且南北各一極值呈對稱的分布，配合回波的分布可知此風場為一向中心輻合的形式。此回波場和徑向風場為單雷達風場反演時所用的資料。

圖 3 和圖 4 分別來自模式和反演的結果，為 u 和 w 的合成向量，選取 $Y=30$ 公里，比較 $X-Z$ 剖面反演的情形。兩圖中均呈現出在 $X=20$ 公里和 $X=40$ 公里處，高度約在 $Z=2.0$ 公里的位置，分別有順時針和逆時針旋轉的渦旋，不過圖 4 中下沈的速度比模擬的要大一些，而且在 $X=30$ 公里，高度 $Z>5.5$ 公里的位置出現了上升氣流，而圖 3 中則是較不明顯。

圖 5 和圖 6 為分別來自模式和反演的 v 和 w 合成向量，是沿 $Y-Z$ 取 $X=30$ 公里的剖面，兩圖極為相似，如前所述這是因為雷達與反演區的相對位置使得 v 的反演較 u 為佳，但也代表對 w 的反演具有相當高的準確度。

圖 7 和圖 8 為高度 $Z=5.0$ 公里層模擬和反演的水平輻合輻散場，由於輻合輻散的量為風場經過一次微分的結果，因此是十分微小且敏感的數值，很難去做定量上的比較，但是可以用來做定性的分析。在圖 7 中，距中心約 10 公里的範圍內為負值，表示輻合，與模式所模擬的下衝流風場的特徵吻合，而在圖 8 所示的反演結果中也同樣可以看出這些特徵。

實驗一綜合 RMSE、RRMSE、SCC 等統計的結果，以及利用風場垂直和水平的剖面圖相互比較，可以証實此方法確實有不錯的反演能力，特別是對 w 的反演，SCC 可以達到 0.9 以上。Lazarus et al. (2001) 也利用了移動坐標的概念來反演 1991 年美國佛羅里達州一個深對流系統內部的三維運動結構，但他們是利用該方法分別先求出每一個平面上的 u 和 v 分佈，再經由連續方程積分後求得 w 場，這種兩段式的作法，即使在該論文中也被指出效果有待改善。相較之下本方法將連續方程直接納入價值函數中，在求取極小化的過程中與其它的約束條件同時調整待求的未知數，因此會有較佳的結果。

實驗二是驗証在有系統移速的情況下反演的結果。在模擬的過程中加入一個 $U=5\text{m/s}$ 的環境風場，使整個下爆流系統會隨之移動。值得注意的是此 5m/s 的環境風速雖然是沿著垂直於雷達天線主軸的東西方向，但卻可以在

計算移動坐標的最佳移速時根據回波資料被求得，亦即就反演的總風場而言（請見公式(2)的左邊項），已有相當大的部份被還原，因此反演結果也隨之改善。圖 9 和圖 10 即為模式和反演的 U 和 V 合成向量，兩者的相似性是相當明顯的。表一同時列出實驗二的統計結果，其中最顯著的改進是 U 的 RRMSE 由實驗一的 0.74 大幅降低成實驗二的 0.11。

實驗三則測試實驗一的方法反演一連串連續時間的觀測。圖 11 為模式所模擬連續時間的風場，取其中的四個時間做為代表，時間的先後順序為由左至右，下暴流的垂直速度隨著時間增加而遞減，其向兩旁潰散的氣流所形成的兩個垂直渦旋也有隨著時間的增加而逐漸分開。由於些系統於模式中為一個完全對稱的系統，故圖 11 的四張圖可以代表 $Y=30$ 公里時的 U 和 W 合成向量及 $X=30$ 公里時的 V 和 W 合成向量。圖 12 及圖 13 即為反演結果，與圖 11 比較可發現亦有不錯的時間連續性，並不會因為反演是各個時間獨立進行而有隨時間不連續的情形發生。

吾人亦嘗試將掃瞄時間加快到 1 分鐘，但對反演結果影響並不顯著，這可能是因為 5m/s 的移速並不大，且本實驗中用的模式回波場確實完全滿足假設的平流方程，並且還使用了移動坐標來減少計算誤差，因此 3 分鐘的資料時間間距已足以解析下爆流的平移運動。

五、結論與展望

本研究依據 L99 的改良式移動坐標法為基礎，進行單一都卜勒雷達切向風分量反演，並且將反演的範圍從原本二維的平面推廣到三維的空間，利用雷達密集觀測的徑向風及回波，求取笛卡爾坐標上的 U 、 V 、 W 。在利用數值模式模擬的理想風場進行初步分析後，發現以本方法反演三度空間中的三維風場是可行的，尤其是對於垂直速度 W 的反演，本方法會優於其它研究中的兩段式步驟。當系統有平移運動時，其移速亦可經由移動坐標法估計，亦即待反演的總風場中，有相當大的部份已被還原，這反而使得反演結果的相對誤差隨之降低。

未來在方法上的改進包括對權重函數的客觀估計（如：Xu and Gong, 2003）。此外，在 L99 中因只考慮對低層風場的反演，所以同一個掃瞄內每一個格點上的雷達資料取得的時間還可視為相同。但是要將本方法應用到真實個案分析時，則必須注意在一個完整的雷達體積掃瞄中，取得低層與高層資料的時間差。本方法反演的三維風場可配合資料同化的技術植入模式內，對於改善模式的預報能力，可能會有正面的影響。

致謝：

本研究由國科會計畫 NSC92-2111-M-008-031 以及 NSC92-2625-Z-008-016 經費資助，謹此致謝。

參考文獻

- 廖宇慶，章鶴群，2004：使用單一都卜勒雷達資料反演三維風場。大氣科學（已接受）
- Gal-Chen, T., 1982: Errors in fixed and moving frame of references: applications for conventional and Doppler radar analysis. *J. Atmos. Sci.*, 39, 2279-2300
- Lazarus S., A. Shapiro & K. Droege, 2001: Application of the Zhang-Gal-Chen single oppler velocity retrieval to a deep convective storm, *J. Atmos. Sci.*, 58, 998-1016.
- Liou Y.-C., 1999: Single radar recovery of cross-beam wind components using a modified moving frame of reference technique *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 16, 1003-1016.
- Shapiro, A., S. Ellis, and J. Shaw, 1995: Single-Doppler velocity retrievals with Phoenix II: Clear air and microburst wind retrievals in the planetary boundary layer. *J. Atm. Sci.*, 52, 1265-1287.
- Sun, J., D. W. Flicker, and D. K. Lilly, 1991: Recovery of three dimensional wind and temperature fields from simulated Doppler radar data. *J. Atmos. Sci.*, 48, 876-890.
- Qiu, C.-J., and Q. Xu, 1992: A simple adjoint method of wind analysis for single-Doppler data. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 9, 588-598
- _____, and ___, 1996: Least squares retrieval of microburst winds from single-Doppler radar data. *Mon. Wea. Rev.*, 124, 1132-1144.
- Xu, Q., and J. Gong, 2003: Background error covariance functions for Doppler radial-wind analysis, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 129, 1703-1720.
- Weygandt, S. S., A. Shapiro, K. K. Droege, 2002: Retrieval of model initial fields from single-Doppler observations of a supercell thunderstorm. Part I: single-Doppler velocity retrieval., *Mon. Wea. Rev.*, 130, 433-453.
- Zhang, J., and T. Gal-Chen, 1996: Single-Doppler wind retrieval in the moving frame of reference. *J. Atmos. Sci.*, 53, 2609-2623.

表 1 : 實驗 1 和 2 的統計結果。RMS、RRMSE、SCC 及 RMSM 之定義請見正文

實驗編號	最佳移速 (m/s)			RMSE(m/s) / RRMSE			SCC		
	U	V	W	u	v	w	u	v	w
1				0.56/0.74	0.12/0.16	0.34/0.47	0.81	0.99	0.92
2	4.97	0.0	-0.18	0.56/0.11	0.12/0.16	0.34/0.48	0.78	0.99	0.91
實驗編號	RMSM(反演)			RMSM(真實)					
	u	v	w	u	v	w			
1	0.53	0.76	0.72	0.75	0.75	0.72			
2	4.98	0.75	0.72	5.06	0.75	0.72			

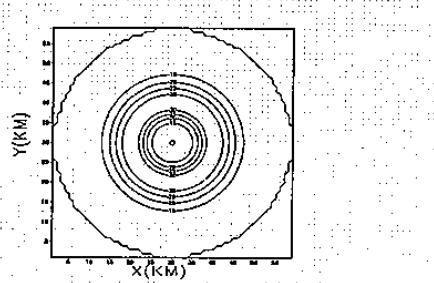


圖 1 : 實驗一中所使用的模式模擬回波在 X-Y 水平平面上的分佈，高度層為 Z=5 公里，等值線間隔為 5 dBZ。

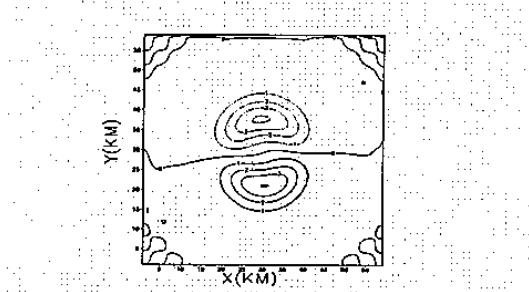


圖 2 : 與圖 1 相同，但是是利用模式笛卡爾座標風場建構的雷達徑向風場，等值線間隔為 1m/s。雷達位於此區域正南方，距離中心 100 公里，徑向風正(負)值代表風向為遠離(接近)雷達。

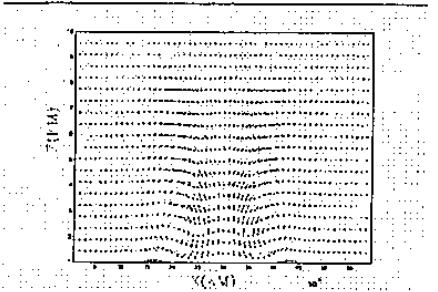


圖 3: 模式模擬的 u 和 w 合成風場向量在 X-Z 垂直剖面上的分佈，Y=30。

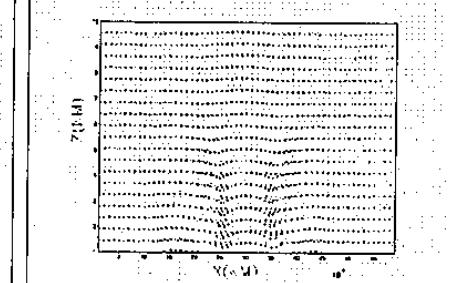


圖 4: 與圖 3 相同，但是是反演得到的 u 和 w 合成風場向量。

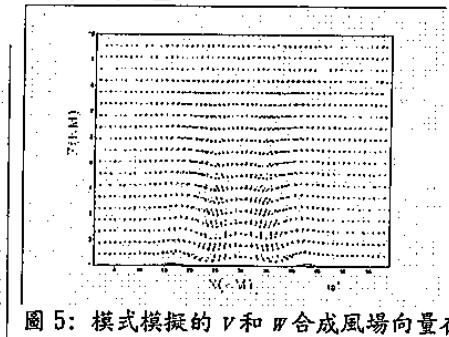


圖 5: 模式模擬的 v 和 w 合成風場向量在 Y-Z 垂直剖面上的分佈，X=30。

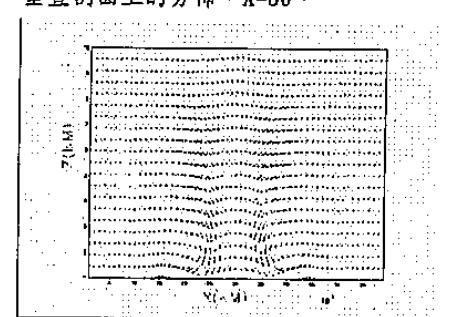


圖 6: 與圖 5 相同，但是是反演得到的 v 和 w 合成風場向量。

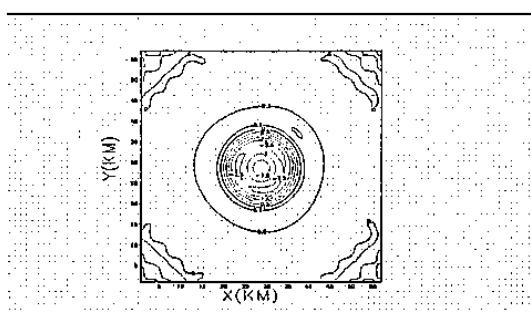


圖 7：模式模擬水平輻合幅散場在 $Z=5$ 公里的水平分佈。圖中的等值線數值為實際值的 1000 倍，等值線間隔為 $0.5 s^{-1}$ ，正(負)值代表輻散(合)。

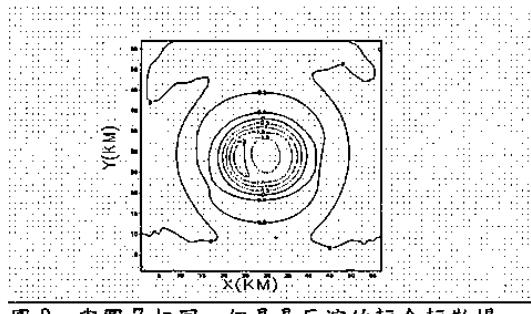


圖 8：與圖 7 相同，但是是反演的輻合幅散場水平分佈。

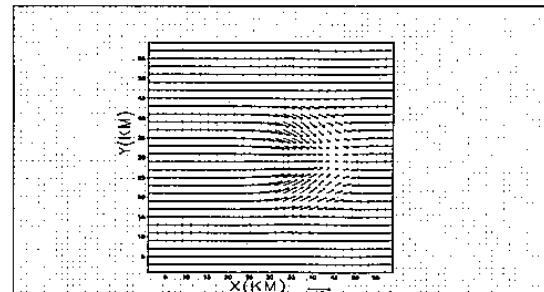


圖 9：實驗 2 中模式模擬的 U 和 V 合成向量場在 $Z=5$ 公里層的水平分佈，環境風場為 $U=5 m/s$ 。

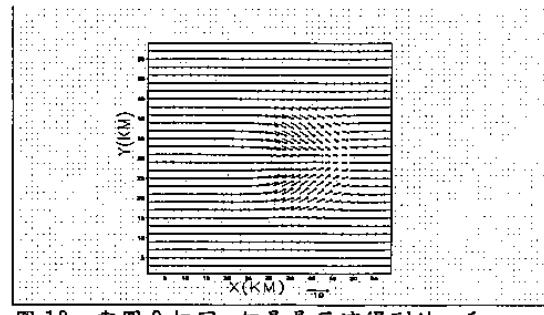


圖 10：與圖 9 相同，但是是反演得到的 U 和 V 合成向量場分佈。



圖 11：實驗三，模式模擬四個時間的風場，分別是第 21、30、39 和 48 分鐘。因此系統為一完全對稱的理想系統，故此圖形可同時表示 $X=30$ 及 $Y=30$ 的情形。



圖 12：圖 11 中四個時間的反演風場， $Y=30$ 的結果。



圖 13：圖 11 中四個時間的反演風場， $X=30$ 的結果。