

中央氣象局區域模式三維變分客觀分析法發展現況

滕春慈

資訊中心，中央氣象局

摘要

發展變分法以廣泛配合使用各式各類開發中或已開發的遙測資料，改善數值預報的初始分析場繼而改進數值預報能力，已成為氣象局數值預報的重要工作之一。經過基本測試、個案測試以及平行測試，目前氣象局已完成變分法初步的建置工作。由基本測試瞭解變分法中使用之勻滑參數和水平預報誤差尺度之關係，高度分析和風分析間平衡關係的強與弱。由個案測試，分析變分法和氣象局目前客觀分析法 OI 產生分析場之異同，由 7 天的平行測試環境下比較變分法和 OI 所造成平均分析場和預報場的差異。大致而言，目前建置完成的變分法比目前作業使用的 OI 在分析場較接近觀測資料，但是分析的增量卻較 OI 為勻滑，這和大部分作業中心的測試結果一致。變分法所得風場分析場在初始化過程中的調整量大於 OI。如何在目前建置的變分法中加強預報水平預差函數的近似與平衡的關係，以增加預報的準確與加入遙測資料，這些都是未來氣象局要繼續努力的方向。

一、前言

民國八十四年起，OI 在中央氣象局正式上線作業（滕和劉，1992），這個客觀分析方法主要是依據 ECMWF 的多變數最佳內插方法（Lorenc，1981；Barker，1992）。將整個模式分析範圍分成一小區域、一小區域逐步進行客觀分析（volume method），在同一個小區域內採用相同的觀測資料，目的是為了每一個格點可以使用較多的觀測資料。中、高緯度地區的高度與風場滿足地轉風平衡，高度的觀測資料，除了可以影響高度的分析外，也可以影響風場的分析，風場的觀測資料亦然。低緯度與赤道地區，高度與風之間則採用單變數分析，高度的分析僅受高度觀測資料的影響而風場的分析僅受風場觀測資料的影響。目前氣象局數值分析模式僅使用 GTS 上的觀測資料（如：探空、氣球、地面、...等）。

OI 的上線作業，明顯的改進了數值預報系統的初始分析與預報場，但是隨著數值預報模式與遙測技術的不斷發展，有效的結合遙測資料與數值預報系統以改進傳統資料在南半球、熱帶以及大洋地區觀測資料的缺乏，進而提高數值預報的預報準確度，已發展為數值預報研究發展的重要一環—資料同化。由於 OI 客觀分析方法並不容易最佳使用遙測資料，和 OI 有著近似理論基礎的變分法，不僅可以容易使用衛星、雷達等遙測資料（Andersson et al. 1994），且在實際極小化的過程時是全部範圍內一次求取，沒有觀測資料選取的問題，這些均較 OI 方法為優，就逐漸取

代了 OI 成為各個主要作業中心的數值分析方法（Derber et al. (1991), Parish and Derber (1992), Andersson et al. (1998), Rabier et al. (1998), Courtier et al. (1998)）。

氣象局的數值預報系統也面臨了所有作業中心的問題—資料缺乏，為了有效增加客觀分析的資料量，改善數值預報的初始分析與提高預報準確，發展變分法以廣泛配合使用各式各類開發中或已開發的遙測資料，已成為氣象局數值預報刻不容緩的工作。本文即是報告有關氣象局變分客觀分析法的發展情況，第二節中將介紹發展過程中的基本測試，第三節中則針對一個測試個案及一組為期 7 天的平行測試，比較 OI 和變分法的差異，最後一節則討論未來的工作重點。

二、基本測試

為了瞭解變分法的基本特性，必需針對幾個最基礎的特性進行測試，其中之一是有關預報誤差的水平結構 B，另外就是分析變數間的平衡關係。由於 B 的量級太大，必需使用間接的方式以避免直接計算 B^{-1} ，目前有二個方法是較常使用，其一是 Recursive Filter，另一個是 Implicit Filter。前者在向量化處理的計算環境會限制其執行的速率，所以目前氣象局暫時採用 Implicit Filter 的間接方法（Raymond and Garder, 1991）。

水平預報誤差函數可以分解為

$$B=CC^T$$

其中

$$C=C_x C_y C_p$$

C_x, C_y, C_p 是一維的 implicit filter 為一微分計算，可以是較高階的微分計算，也可以是個低階的運算。如：

$$C_x = [1 - \alpha \partial^2 / \partial X^2 + \alpha^2 \partial^4 / \partial X^4]^{-1}$$

$$C_x = [1 - \alpha \partial^2 / \partial X^2]^{-1}$$

數值方法中以中插法近似這些微分運算，C 是一個對稱的 pentadiagonal 矩陣，利用 gaussian elimination 的方法可以非常快速求得這個矩陣的反矩陣。 α 稱為 correlation length，由於希望預報誤差水平函數近似 Gaussian 函數，所以 $C_x C_x^T$ 應該類函數 e^{-r^2/L^2} ，由這樣的關係，得到， $\alpha=1/2 L^2$ ，L 可以是 (X, Y, P, 變數) 的函數，但是目前它僅是高度與變數的函數。

由於不同的 Implicit filter 中微方程是高階或低階以及在近似水平預報誤差函數 B 是使用幾次 implicit filter 均會影響最後近似的結果。所以在一東西、南北為 20 個格點的範圍內，以下面的四種組合，分別測試最後預報誤差函數的水平分佈結果，有助於我們瞭解使用 implicit filter 的效果。這四種組合為

次數 \ 種類	一次	二次
二階微分	A	C
四階微分	B	D

圖 1. 是 5 格點 correlation length 使用 implicit filter 近似的預報水平誤差函數。Gaussian 函數分布之水平預報誤差函數作為這些水平預報誤差函數的比較。由這些結果，大致可以歸納出下面幾個重點：在同樣的 correlation length 時，高階差分方法較低階差分方法的水平誤差函數平滑，多次 Filter 的水平誤差函數較少次 Filter 的平滑。二次 filter 4 階差分的結果和其它組的相似性就降低了許多，而 correlation length 是 15 個格點時，除了一次 filter 2 階差分 and Gaussian 分佈的水平預報誤差函數還相似外，其餘就完全不同了(圖未示)。不僅如此，比較了三種不同 correlation length 的測試(圖未示)，都是一次 filter 2 階差分法所得水平預報誤差函數和 Gaussian 的分佈最為相似，這會是氣象局後面測試所使用 implicit filter 的方法，直到可以找到其它的近似方法，使得水平誤差函數的分佈更接近實際模式結果如：soar，而非 gaussian 分佈函數。

單點測試是最直接觀察觀測資料在分析過程中對分析場的影響，可以明白顯示在這些分析參數的組合下，觀測資料對分析場的權重與影響的水平範圍與水平結構。除此之外，同時也可以測試 J_c 在分析過程所俱有的影響，瞭解單一觀測資料在不同強度的平衡限制條件下，造成觀測資料對分析結果產生的變化，不僅是變數的本身，同時也需要瞭解其對其它分析變數的影響。圖 2 是單點高度觀測 10M，在強地轉平衡下的高度、風分析場。在沒有任何限制條件時(圖未示)，僅有分析的高度場被觀測資料修正，風場則

完全沒有影響。由於存在預報與觀測誤差，分析場的中心值最大值較觀測值為小，而觀測資料對其周圍格點高度的影響，則明顯和 gaussian 預報誤差水平函數有很大的關係。當弱地轉平衡限制存在時，透過平衡限制，這個高度觀測會產生和高度場滿足地轉平衡結構的風場(圖未示)。隨著地轉平衡限制條件的加強，高度分析場的結構和無限制條件的差異開始加大(圖 2. A)，不再是呈 gaussian 分佈的圓形結構，而呈現東西方向延長，南北壓縮，且在南北方向各自存在一個負值區。隨著高度分析的變化，風場的分析水平的結構也較弱平衡限制時為多(圖 2. B、2. C)，但是最大的不同在於風場的分析 and 由高度計算的地轉風向量不僅是水平結構，在數量級上也非常一致，且受到科氏參數的影響，同樣的高度梯度，在南邊的地轉風較北邊為大。

三、個案及平行測試

圖 3. A, 圖 3. B 分別是使用 OI 和變分法客觀分析所得到的 1998 年 9 月 4 日 200 百帕的高度分析調整量分佈(分析場和背景場之差異)。在個案測試時已經將許多的參數變數調整為一致，但是由於目前變分法的資料檢定尚無法和 OI 完全一致，所以並不能保證這二個方法所使用的觀測資料完全相同。雖然個案實驗的控制不是十分嚴格，但是仍是可以藉由其結果的比較發現歸納出二者的差異。二者之分析增加量場有一些基本的差別：(一)變分法的分析場增加量遠較 OI 所得之勻滑，(二)OI 分析增加量的正值中心值往往較變分法為大，負值中心則較弱，(三)OI 的分析增加量場存在較多的較小極值區，尤其是在正分析增加量區，這些在變分法中並不存在。比如：長江與黃河流域間，OI 的分析增加量場就存在幾個小區域極值中心，並不存在變分法中，(四)在洋面區域二者分析的差異加大，甚至二者分析增加量場可以呈現大範圍的符號相反。前三項的差異，可能和變分法與 OI 在極小化過程二者做法的不同有非常大的關係。變分法是全範圍所有觀測資料一次求得函數 J 極小值的分析場，而 OI 是利用小區域、小區域求取該區域內觀測資料產生的最佳分析場，再由這些小區域的分析場組合成全範圍的分析場。變分法的調整量較 OI 所得為平滑，但是和平均觀測值的差異更小，是所有作業中心相類似的結論，在這個個案，氣象局也得到一致的結果。

為了測試變分法和 OI 的分析場對數值預報的影響，在 1998 年 12 月 24 日至 30 日期間，分別以這二種分析方法進行為期 7 天的平行測試，以瞭解不同分析方法造成分析場以及預報場的差異。圖 4 是這段平行測試期間，高度、風、相對溼度的背景場、變分法分析場、OI 分析場和分析範圍內探空觀測資料的平均偏差(BIAS)與平均均方差(RMS)。高度背景場，和觀測資料比較(圖 4. A)，在高層(<150hPa)是正偏

差，在低層則為負偏差，變分法較OI更有效的減少這些偏差，使下層負偏差以及上層正偏差均較背景場小，OI的客觀分析雖然減少了上層的正偏差，但是低層的負偏差值還比背景場為大。東西風的背景場在最下三層是正偏差(圖4.B)，然後就為負偏差，一直到150hPa達到最大偏差後再逐漸向上減少。OI的客觀分析除了在300hPa下可以有效的減少這個偏差外，在其則完全和背景場有相似的偏差。和高度分析類似，變分法在分析場上也可以有效的減少東西在背景場所造成的偏差，但是偏差垂直分佈的情況和OI的分析場或背景場均相當一致。南北風向量的情況和東西風分量一致(圖4.C)，唯一的差別是OI的分析場是在150hPa以上才改善了背景場的偏差。相較於高度、風，在OI與變分法中均為單變數分析的相對溼度不論是變分法或OI的結果就較為接近(圖4.D)，和背景場的差異較大，這個結果令人懷疑，高度與風場這二種客觀分析方法造成的差異，有大部分的原因是由於這二種方法在處理分析變數間平衡限制時的作法不一致所造成。

和平均偏差的結果非常相似，不論是高度或是風場，變分法的分析場可以大幅減少背景場的均方差，但是OI的分析場卻和背景場有著一樣的均方差值(圖5)。不論是由平均偏差或是平均均方差都顯示，變分法的分析場均較OI更接近探空觀測，有較小的正負偏差以及較小的均方差值，而OI的分析場不能有效的改善背景場和觀測資料間的差異是令人非常意外的結果。和平均偏差的結果一致，在相對溼度的分析場，不論是變分法和OI均有著類似的平均均方差值，遠小於背景值，這個和高度、風的結果大異其趣。變分法和OI在平衡限制條件處理的不同，大大的增加了二者在分析場上的差異。

圖6是同時期，分別以這二種分析方法所得到的預報場和對應時間探空資料的高度、風與相對溼度的平均均方差垂直分佈圖。不論高度、南北風風場，變分法和OI這二種客觀分析法，和探空資料的平均偏差在分析和預報存在明顯的差異。只有相對溼度的預報場隨著預報時間的增加而加大偏差值，而且變分分析法由分析場一直到24小時預報均較OI客觀分析法為優(圖6.D)。而高度、風場，變分分析法和OI在預報時，偏差值就相差不多，除了高度場在高層(圖6.A)，OI的高度預報場的負偏差較小外。不論是何種分析方法，高度分析場在初始化的過程，會將低層負偏差值調整為正偏差，在隨著預報時間的增加正偏差逐漸往下層移，加大負偏差的範圍。風場的平均偏差值(圖6.B, 6.C)相當的零亂，變分法分析時的小偏差情況，在預報場並不可見。

和平均偏差的結果類似，在平均均方差垂直分佈圖上(圖7.A)也可以看到變分法的高層高度場在12小時預報開始和探空資料的差異較OI法為大。高度場在變分法的分析與初始化時和觀測資料的較小均方差，在預報時均不存在。風場、相對溼度和觀測資料

的均方差和高度場類似(圖7.B, 7.C, 7.D)，變分法在分析與初始化時和觀測資料遠較OI方法更近似，但是在12、24小時的預報場，這個現象就非常的不明顯，但是情形較高度預報緩和。變分法除了分析、初始化的場較OI更接近探空觀測資料外，風經過初始化的調整較OI方法為大，也是這二種分析方法的明顯差異。變分法和OI對分析變數間滿足平衡關係的做法完全不同，前者以Jc項為限制條件以達到平衡的目的，後者則是以預報誤差函數B來完成，其效果較直接與強制，這個是否影響變分法在分析時的較小誤差不能延長至預報，是未來重要的研究工作之一。

四、未來工作

經過一些基本測試與個案測試，變分法已可以在氣象局的作業環境下進行平行測試，但是在這些測試中也發現，除了增加遙測資料的使用能力外，變分法本身還有相當多需要再研究與改進的地方。首先，B的使用影響到變分分析結果的優劣，間接影響到預報場的準確，不僅是使用更接近實際模式的預報誤差水平分佈的方法，而且最好是能和OI一樣，直接將高度和風的限制關係，以預報誤差函數表示，而非以Jc限制項(Derber and Bouttier, 1999 Daley, 1996)。

高度與風的地轉平衡僅適用於中、高緯度，在低緯度與熱帶地局並不適用，發展較適用於全球的平衡關係，以滿足全範圍內均可適用的限制是另一個研究重點。

正確篩選觀測資料和好的客觀分析方法是同等重要，目前變分法尚無和OI類似的資料刪除方法，採用ECMWF的方式加入主動資料偵錯能力，是變分法必需增加的功能之一(Andersson and Jarvenen, 1999)。

配合B方法的變化，修改極小化過程變數的處理方式，比如，目前變數的處理就不能處理類似Multi-Gaussian近似的B，不同方式的B值處理，為了避免 B^{-1} 的計算，代表了不同的變數處理，以及不同的極小化過程，這些都可能是未來需要的工作項目。

增加不同類別遙測資料的使用，如：輻射量、降水等，在變分法中，每一種觀測資料必需有其對應之 K 與 K^T ，有些是相當複雜需要許多測試。

最後，當然是瞭解所有變分法的調整參數，以得到預報模式所需的最佳化分析場，這必需透過不斷的個案與平行測試來完作。

五、參考文獻

滕春慈、劉其聖, 1992: 中央氣象局最佳客觀分析法

的發展現況。天氣分析與預報研討會論文彙編, 1992, 台北, 17-22.

Andersson, E., Haseler, J., Under, P., Courtier, P., Kelly, G., Vasiljevic, D., Brankovic, C., Cardinali, C., Gaffard, C., Hollingsworth, A., Jakob, C., Janssen, P., Klinker, E., Lanzinger, A., Miller, M., Rabier, F., Simons, A., Strauss, B., Thepaut, J.-N. And Viterbo, P. 1998. The ECMWF implementation of three dimensional variational assimilation (3D-Var). Part III: Experimental results. Q. J. R. Meteor. Soc., in press.

-- , H. Jarvinen 1999: Variational quality control. Quart. J. Roy. 125, 697-772.

--, J. Pailleux, J.-N. Thepaut, J. R. Eyre, A. P. McNally, G. A. Keyyl, and P. Courtier, 1994: Use of cloud-cleared radiances in three/four-dimensional variational data assimilation. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 120, 627-553.

Barker, E. H., 1992: Design of the navy's sumtivariate optimum interpolation analysis system. Wea. And For., 7, 220-231.

Courtier, P., Andersson, E., Heckley, W., Pailleux, J., Vasiljevic, D., Hollingsworth, A., Fisher, M. And Rabier, F. 1998. The ECMWF implementation of three-dimensional

variational assimilation (3D-Var). Part I: formulation. W. J. R. Meteor. Soc., in press.

Daley R. 1996: Generation of global multivariate error covariances by singular-value decomposition of the linear balance equation. Mon. Wea. Rev. 124 2574-2587.

Deber, J. And F. Bouttier 1999. A reformulation of the background error covariance in the ECMWF global data assimilation system. Tellus, 51A 195-221.

Lorenc, A. C., 1981: A global three-dimensional multivariate statistical interpolation scheme. Mon. Wea. Rev., 109, 702-721.

Rabier, F., McNally, A., Andersson, E., Courtier, P., Unden, P., Eyre, J., Hollingsworth, A. and Bouttier, F. 1998. The The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). PartII: structure functions. Q. J. R. Meteor. Soc., in press.

Raymond W. H. And A. Garder, 1991: A revies of recursive and implicit filters. Mon. Wea. Rev. 119, 477-495.

Parish. D. and J. Derber. 1992: The National Meteorological Center's spectral statistical analysis system. Mon. Wea. Rev., 120, 1747-1763.

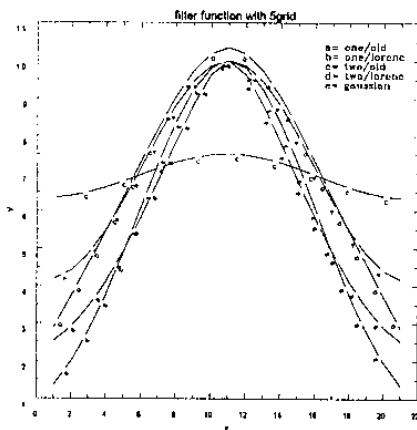


圖 1: 反應函數 曲線 A:4 階一次 filter, B:2 階一次 filter, C:4 階二次 filter, D:2 階二次 filter, E: 高斯函數。

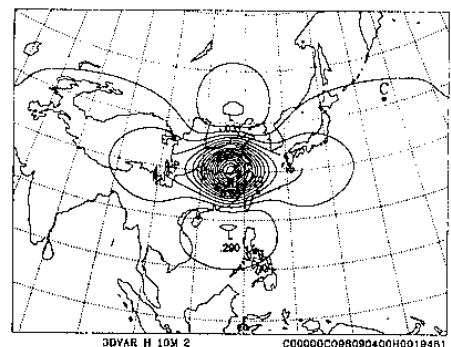


圖 2. 單點 10m 高度觀測資料的分析場. (a) 高度 (b) 東西風 (c) 南北風

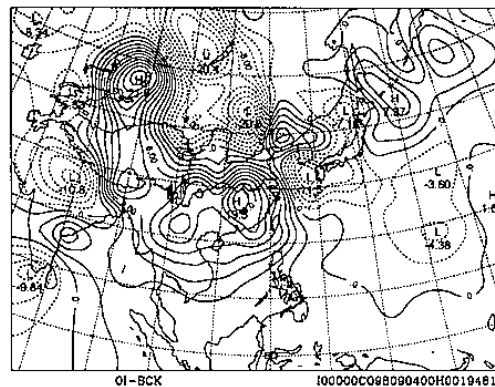
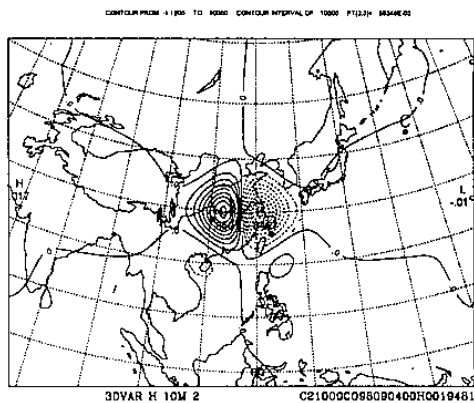
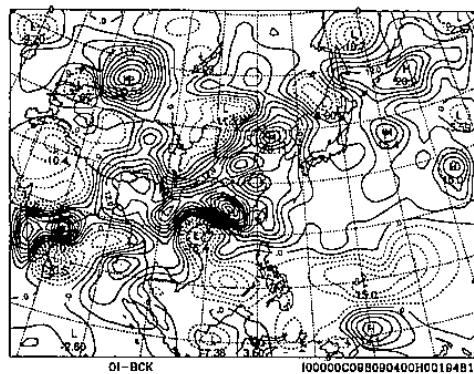
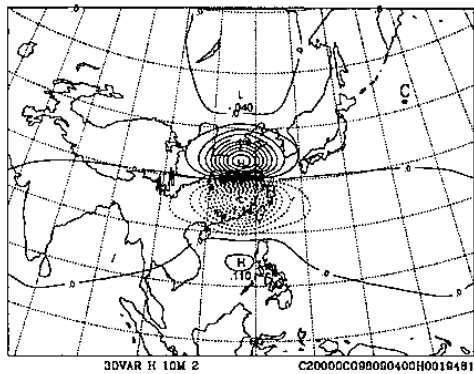


圖 2 繼續

圖 3. 1998 年 9 月 4 日 200 百帕高度分析場-背景場.

(A)OI 法, (B)變分法析

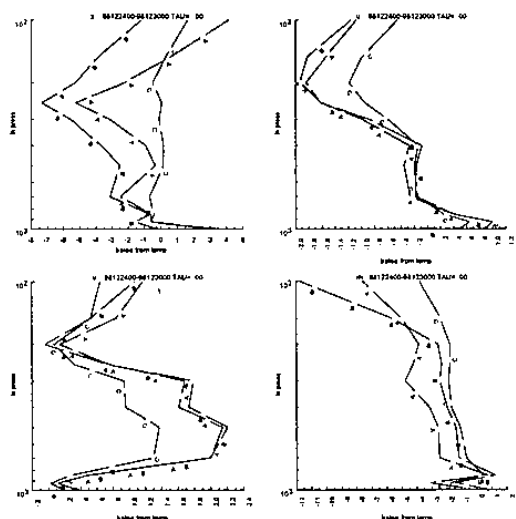


圖 4. 1998 年 12 月 20 日至 30 日期間背景場(曲線 A), OI 分析場(曲線 B), 變分法分析場(曲線 C)和探空資料的平均偏差垂直分佈。(a)高度場 (b)東西風 (c)南北風 (d)相對溼度

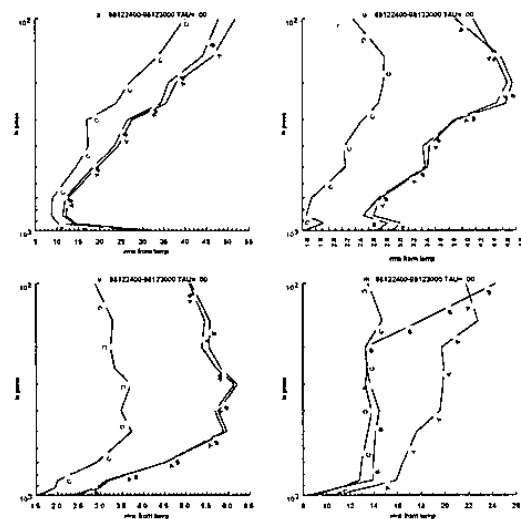


圖 5. 同圖 4 但為平均均分差圖.

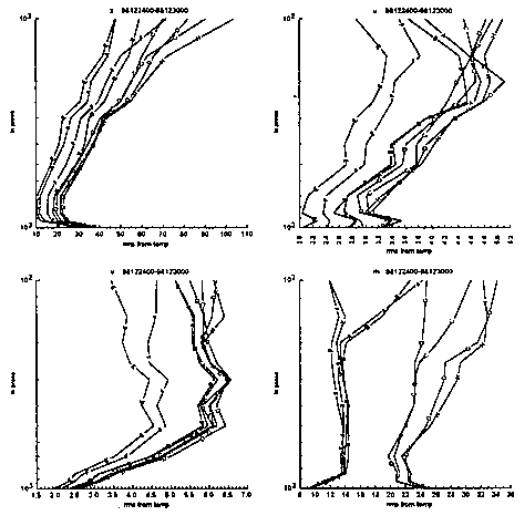
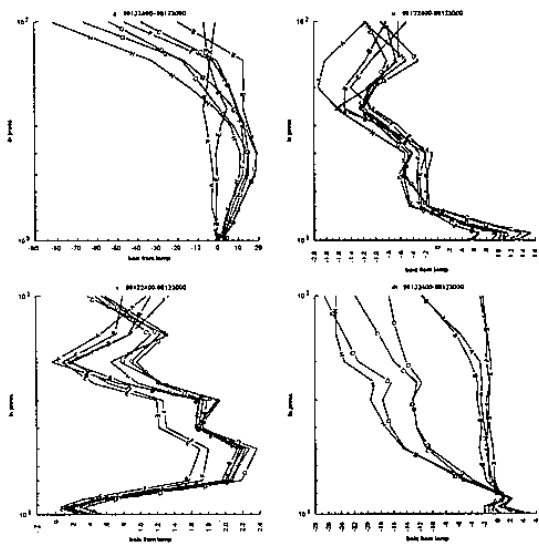


圖 6. 同圖 4, 曲線 A:OI 分析, B:OI 初始化, C:OI12 小時預報, D:24 小時預報, E:變分法分析, F:變分法初始, G:變分法 12 小時報, H:變分法 24 時預報

圖 7. 同圖 6 但為平均均方差分佈圖