

# 近岸海域暴潮預測模式之建立

許泰文<sup>1</sup> 廖建明<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 國立成功大學水利及海洋工程學系

## 摘要

本文利用二階段選擇性堆積有限元素法同步求解波浪模式與二維暴潮模式，應用本模式來計算諾瑞斯颱風侵襲台灣時所引發的暴潮偏差，並與梗枋潮位站之實測潮水位比較，顯示計算結果與實測值呈合理之一致性。利用二階段顯式選擇性堆積有限元素法達到節省計算成本的目的增加即時預測暴潮的可能性，依照經驗可知選擇性堆積係數的範圍約為 0.80~0.95。

## 一、前言

台灣地區常受颱風侵襲，而颱風之低氣壓及強風所導致的水位上升，一般稱為暴潮 (storm surge)。暴潮會增加波浪對結構物的破壞力，也常導致海水倒灌。如民國八十三年道格與提姆颱風造成蘇澳港消波胸牆之破壞；民國八十五年賀伯颱風之侵襲曾重創基隆港防波堤前端沉箱，也造成大台北地區嚴重淹水，彰化芳苑沿海區域海水嚴重倒灌。如同解析暴潮傳遞以了解暴潮上升量，進而防患暴潮之侵害，為港灣與海岸防護之重要課題。

有關暴潮位預測之數值模式，大多以有限差分法來模擬，如楊 (1974) 所發展的二維模式曾用來預測台灣東北海岸的暴潮行為，另外 Yen 等人 (1979)、Walton 等人 (1980)、Harper 等人 (1983) 則討論在計算暴潮時必須考慮的開放邊界與岸邊移動邊界的

問題，劉 (1990) 則與中央氣象局發展三合一模式包括了預報簡表、快速二度模式與三度模式，可預測 24 小時之內的暴潮變化，模式準確度較高但需要使用超級電腦，在一般的情況下較不適用於一般單位作簡易的應用。Chien (1994) 提出的一維模式中考慮了風浪在近岸處產生輻射應力所引發出的水位升降，在沿岸地形變化較劇烈的情況下具有良好的預測結果。而柯等人 (1993) 利用 FEMA 模式計算外傘頂洲的洪泛情形，FEMA 模式中考慮了暴風因素外更加上了陸地的摩擦效應以及建築物、樹林等不同海岸地貌與河川及感潮河段之河口對暴潮的影響，增加了模擬暴潮的可信度，但模式中的參數眾多需要較多的現場資料。

數值模式之波浪推算，往昔研究均架構於波浪能量平衡方程式，考慮波浪在海面空間上與時間變化均不同，表示波浪中各種頻率及方向的成份波能量密度譜，在時間與空間之總變化與傳入或消散之能源達到平衡。

波浪預報數值模式首先是由 Gelic 等人 (1957) 提出，他們利用二維的波浪頻譜傳遞的模式進行解析，此一方法也是往後學者所採用的基本方法。而由 WAMDI (1988) 所提出的第三代風浪模式 (WAM) 則是公認的最佳模式，其基本方程式也是二維的波浪頻譜傳遞方程式，且包含了由風中傳遞至波浪的能量、非線性的影響量、與白沫的消散量等的風浪成長與衰減項，具有預測大規模海域波浪的能力。後來的學者皆以此作為出發，改善數值技巧與加強其中參數的準確性，如 Booij 和 Holthuijsen (1987)、Li (1992)、Li 和 Zhang (1997)。

暴潮和波浪傳遞至近岸時，水深變淺且海床對波動的淺化效應變為顯著。目前暴潮推算模式大部份使用有限差分，由於大區域之計算，網格均為數百公尺或以公里計，而波浪之波長僅數百公尺，理論上應以數拾公尺之網格描述較為精確。有限元素法能利用不規則網格的選取來克服有限差分法處理不規則邊界之不便，在複雜岸線及地形或港灣的模擬上較為便利，如土屋義人 (1982、1984)。Kawahara 等人 (1980) 提出二階段顯式堆積有限元素法應用在暴潮與海嘯等問題上，此法能將傳統有限元素法求解矩陣須耗費大量計算時間的缺點加以改進，但求解之結果與有限差分法的結果相較之下偏低，故 Kawahara 等人 (1982) 提出二階段顯式選擇性堆積有限元素法，在解析淺水長波及沿岸流問題上具有合理的結果。由於選擇性堆積係數的加入，使得在數值計算上具有穩定性高、計算快速、節省電腦記憶體的優點。本文以 Kawahara 等人 (1982) 之數值技巧為基礎，擴展結合波浪與流場模式計算近岸海域

之暴潮。

## 二、波浪模式

利用 Zhang 等人 (1996) 所提出的第三代風浪模式，模式中是以求解波浪能量方程式，如下式

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (C_g + U) \cdot \nabla F = S_{in} + S_{nl} + S_{dis} + S_{bot} + S_{cu} \quad (1)$$

其中  $F(f, \theta, x, y, t)$  為  $t$  時刻在  $(x, y)$  處之  $(f, \theta)$  成份波之波譜密度， $C_g$  為群波速度， $S$  多種能量成長與消散項， $S_{in}$  為風所產生的波浪能量， $S_{nl}$  為波與波之間的非線性交互作用項， $S_{dis}$  為白沫所產生的能量消散項， $S_{bot}$  為底床摩擦的能量消散項， $S_{cu}$  則為波流的交互作用項，各項估計方法如下。

白沫的能量消散採用 Komen 等人 (1984) 所提出的

$$S_{dis} = -2.36 \times 10^{-5} \hat{\sigma} \frac{k}{\hat{k}} \left( \frac{\alpha}{\alpha_{PM}} \right) F \quad (2)$$

其中  $\alpha$  為平均尖銳係數 (an average steepness parameter)， $\alpha_{PM} = 3.02 \times 10^{-3}$  為 Pierson-Moskowitz 波譜之  $\alpha$  值， $\hat{\sigma}$ 、 $\hat{k}$  為平均之角速度與波數，符號  $\hat{\cdot}$  表示對波譜中所有之分量加以平均。底床摩擦消散項為

$$S_{bot} = -\frac{0.38}{g^2} \frac{\sigma^2}{\sinh^2 kh} F \quad (3)$$

其中  $h$  為水深。由 Hasselmann 等人 (1985) 提出波與波間之非線性交互作用項可近似為

$$S_{nl}(k_4) = [1 + \frac{5.5}{k_4 d} (1 - \frac{5k_4 d}{6}) \exp(-\frac{5k_4 d}{4})] \quad (4)$$

$$\left\{ \sum_{i=1,2} A_i \otimes_4 [n_1^i n_2^i (n_3^i + n_4^i) - n_3^i n_4^i (n_1^i + n_2^i)] \right\}$$

而波與流的交互作用項採用 Yuan 等人 (1992) 之表示式

$$S_{cu} = -\left\{ \left[ \frac{C_g}{C} (1 + \cos^2 \theta) - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{C_g}{C} \sin \theta \cos \theta \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \left[ \frac{C_g}{C} (1 + \sin^2 \theta) - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial V}{\partial y} \right\} F \quad (5)$$

風所產生的波浪能量成長項則為

$$S_{in}(f, \theta) = \beta \sigma \frac{\rho_a}{\rho_w} \left( \frac{u_*}{C} \right)^2 \cos^2(\theta - \phi) F(f, \theta) \quad (6)$$

其中  $\rho_a$  與  $\rho_w$  分別為空氣與海水的密度， $C = \sigma/k$  為波浪分量之相位速度， $\phi$  則為風向，

$$u_* = \sqrt{\tau / \rho_a} \quad (7)$$

為摩擦速度， $\beta$  為 Miles 參數

$$\beta = \frac{1.2}{\kappa^2} \mu \ln^4 \mu \quad (8)$$

$$\mu = \frac{g z_e}{c^2} e^{kc / |u \cdot \cos(\theta - \phi)|} \quad (9)$$

其中  $\tau$ 、 $z_e$  等參數則是採用 Janssen (1991) 所提出的修正海面風剪力與加入海面粗糙度的修正方法。

關於邊界條件方面，對於固體邊界條件  $S_s$ ，吾人假定能量完全消散表示為

$$F(\psi, x \in S_s) = 0 \quad (10)$$

而外海開放邊界條件則為給定的已知波譜函數

$$F(\psi, x \in S_0) = F_0(\psi) \quad (11)$$

在波浪模式中的波數  $k$  則可由波數保存方程式解得

$$\frac{\partial k}{\partial t} + (C_g + U) \cdot \nabla k = -\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial s} - k \cdot \frac{\partial U}{\partial s} \quad (12)$$

### 三、暴潮模式

暴潮之推求則利用水深積分形式的連續方程式與動量方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial (\eta - \eta_a)}{\partial x} - fv = 0 \quad (13)$$

$$-\frac{1}{\rho_w (h + \eta)} (\tau_x^s - \tau_x^b - \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial S_{xy}}{\partial y}) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial (\eta - \eta_a)}{\partial y} + fu = 0 \quad (14)$$

$$-\frac{1}{\rho_w (h + \eta)} (\tau_y^s - \tau_y^b - \frac{\partial S_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial S_{yy}}{\partial y}) = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial [u(h + \eta)]}{\partial x} + \frac{\partial [v(h + \eta)]}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

其中  $\eta$  為水位變動量， $u$ 、 $v$  為水深方向之平均流速， $f$  為科氏力係數， $\tau_x^s$ 、 $\tau_y^s$  分別為  $x$ 、 $y$  方向之海面剪應力， $\tau_x^b$ 、 $\tau_y^b$  分別為  $x$ 、 $y$  方向之底床剪應力， $S_{ij}$  ( $i,j=x,y$ ) 為輻射應力可表示為

$$S_{ij} = \rho_w g \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{C_g}{c} \frac{k_i k_j}{k^2} + \left( \frac{C_g}{c} - \frac{1}{2} \right) \delta_{ij} \right] F(f, \theta) df d\theta \quad (16)$$

海底剪應力在  $x$ 、 $y$  方向分量依 Reid 之建議可表成下列形式：

$$\tau_x^b = \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2(h + \eta)} \quad (17)$$

$$\tau_y^b = \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2(h + \eta)} \quad (18)$$

式(17)及式(18)中C為Chezy係數。海面剪應力 $\tau_x^s$ 、 $\tau_y^s$ 與風力的關係為：

$$\tau_x^s = \frac{\gamma \rho_a W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho(h+\eta)} \quad (19)$$

$$\tau_y^s = \frac{\gamma \rho_a W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho(h+\eta)} \quad (20)$$

式中 $\gamma$ 為海面剪力係數採用Wilson與Munk依據實測資料之建議為 $\gamma \approx 2.6 \times 10^{-3}$ ， $\rho_a$ 為大氣密度( $\rho_a \approx 1.22 \times 10^{-3} \text{ gr/cm}^3$ )， $\rho_w$ 為海水密度( $\rho \approx 1.033 \text{ gr/cm}^3$ )。 $W_x$ 、 $W_y$ 為x、y方向之颱風圈內風速之分量，其為颱風移動所引起之風速與颱風內地面風速兩者之向量和，依颱風資料及氣象條件可由下式求得：

$$W_x = -\frac{C_1}{r} (\hat{x} \sin \alpha + \hat{y} \cos \alpha) W_g + C_2 \frac{V_x}{(W_g)_{\max}} W_g \quad (21)$$

$$W_y = \frac{C_1}{r} (\hat{x} \cos \alpha - \hat{y} \sin \alpha) W_g + C_2 \frac{V_y}{(W_g)_{\max}} W_g \quad (22)$$

式中 $W_g$ 為颱風內之傾度風速為

$$W_g = \left( \frac{ar_0}{\rho_a r} e^{-\frac{r}{r_0}} + r^2 \omega^2 \sin^2 \phi \right)^{\frac{1}{2}} - r \omega \sin \phi \quad (23)$$

而 $\hat{x}$ 、 $\hat{y}$ 代表為颱風之移動座標，

$$\begin{cases} \hat{x} = X - X_c \\ \hat{y} = Y - Y_c \end{cases} \quad (24)$$

其中 $\alpha$ 為對稱風向與等壓線之夾角，在台灣東部約為 $\alpha \approx 35^\circ$ ， $r_0$ 為颱風最大風速半徑， $a$ 為颱風中心氣壓常數 $a = \Delta P_c = (P_\infty - P_c) \approx (1013.3 - P_c) \text{ mb}$ ， $P_c$ 為

颱風中心氣壓。 $V_x$ 、 $V_y$ 為颱風進行速度在x、y方向上之分量， $C_1$ 、 $C_2$ 分別為地面風速與傾度風速之比值及颱風移動速度所引起之地面風速之係數，在台灣 $C_1 \approx 0.6$ 、 $C_2 \approx 0.6$ ，當 $r = r_0$ 時 $W_g = (W_g)_{\max}$ ， $P_\infty$ 為平均大氣壓， $(X_c, Y_c)$ 為颱風中心座標， $r$ 為任一點至颱風中心距離( $r = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}$ )。颱風圈內之氣壓分佈可由宮崎、Myers之經驗式求得：

$$P = P_c + ae^{-\frac{r}{r_0}} \quad (25)$$

而颱風之低氣壓使水位上升量可以下式求得：

$$\eta_a = \frac{P_\infty - P}{\rho g} = \frac{a(1 - e^{-\frac{r}{r_0}})}{\rho g} \quad (26)$$

邊界條件有下列二種情況：

(1)開放邊界(外海邊界)

$$\eta = \eta_a(t) ; \text{於 } S_1 \text{ 邊界} \quad (27)$$

(2)滑動邊界(陸地邊界)

$$u_i \cdot n_i = 0 ; \text{於 } S_2 \text{ 邊界} \quad (28)$$

上式中 $n_i$ 為垂直於邊界 $S_2$ 的單位向量(向外為正)。在整個計算區域 $\forall$ 中邊界 $S$ 分為 $S_1$ 和 $S_2$ 且 $S_1 \cap S_2 = \text{空集合}$ ， $S_1 \cup S_2 = \text{全體邊界}$ 。

本模式之起始流速為零，起始水位為氣壓偏差所產生之水位上升，即如下式表示：

$$u = 0 ; v = 0 ; \eta = \eta_a(0) \quad (29)$$

上式引用 $\eta = \eta_a(0)$ 之起始值代表只因低氣壓所引起之水位上升。

## 四、數值方法

本文利用Kawahara等人(1982)所發展的二

階段選擇堆積顯式有限元素法來求解波浪與暴潮模式，利用加權餘數法，將加權函數 (weighting function) 乘以式 (1)、(13)、(14)、(15)，再對整個區域離散化的元素積分，採用 Galerkin 方法將其轉換為有限元素方程式：

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{\alpha\beta} \frac{\partial \mathbf{F}_\beta}{\partial t} + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,x} \mathbf{F}_\beta (\mathbf{c}_{gx\gamma} + \mathbf{u}_\gamma) \\ & + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,y} \mathbf{F}_\beta (\mathbf{c}_{gy\gamma} + \mathbf{v}_\gamma) \\ & + \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma,x} \mathbf{F}_\beta (\mathbf{c}_{gx\gamma} + \mathbf{u}_\gamma) \\ & + \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma,y} \mathbf{F}_\beta (\mathbf{c}_{gy\gamma} + \mathbf{v}_\gamma) \\ & = \mathbf{M}_{\alpha\beta} (\mathbf{S}_{in\beta} + \mathbf{S}_{dis\beta} + \mathbf{S}_{bot\beta} + \mathbf{S}_{nl\beta}) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{\alpha\beta} \frac{\partial \mathbf{u}_\beta}{\partial t} + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,x} \mathbf{u}_\beta \mathbf{u}_\gamma + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,y} \mathbf{v}_\beta \mathbf{u}_\gamma \\ & + \mathbf{N}_{\alpha\beta,x} \eta_\beta - f \mathbf{M}_{\alpha\beta} \mathbf{v}_\beta + \mathbf{M}_{\alpha\beta} \mathbf{B}_\beta + \mathbf{Q}_{\alpha\beta} \mathbf{R}_\beta \\ & = \hat{\Omega}_{\alpha x} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{\alpha\beta} \frac{\partial \mathbf{v}_\beta}{\partial t} + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,x} \mathbf{u}_\beta \mathbf{v}_\gamma + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,y} \mathbf{v}_\beta \mathbf{v}_\gamma \\ & + \mathbf{N}_{\alpha\beta,y} \eta_\beta + f \mathbf{M}_{\alpha\beta} \mathbf{u}_\beta + \mathbf{M}_{\alpha\beta} \mathbf{B}_\beta + \mathbf{Q}_{\alpha\beta} \mathbf{R}_{\alpha y} \\ & = \hat{\Omega}_{\alpha y} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{\alpha\beta} \frac{\partial \eta_\beta}{\partial t} + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,x} (\mathbf{h}_\beta + \eta_\beta) \mathbf{u}_\gamma \\ & + \mathbf{K}_{\alpha\beta\gamma,x} (\mathbf{h}_\beta + \eta_\beta) \mathbf{v}_\gamma + \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma,x} (\mathbf{h}_\beta + \eta_\beta) \mathbf{u}_\gamma \\ & + \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma,y} (\mathbf{h}_\beta + \eta_\beta) \mathbf{v}_\gamma = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

再應用選擇性堆積二步驟顯式法 (selective lumping two-step explicit scheme) 之數值技巧，處理式 (30) 至式 (33) 之時間導數項，

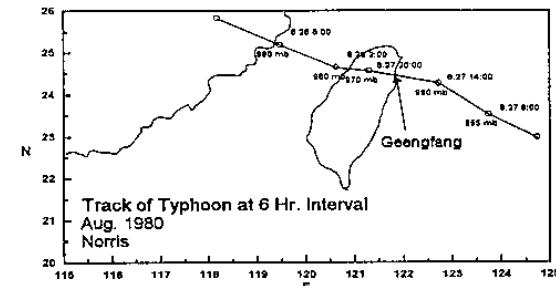
$$\tilde{\mathbf{M}}_{\alpha\beta} = e \bar{\mathbf{M}}_{\alpha\beta} + (1-e) \mathbf{M}_{\alpha\beta} \quad (34)$$

式 (34) 中  $\bar{\mathbf{M}}_{\alpha\beta}$  為  $\mathbf{M}_{\alpha\beta}$  之堆積係數 (lumped coefficient)， $\tilde{\mathbf{M}}_{\alpha\beta}$  為  $\mathbf{M}_{\alpha\beta}$  之選擇性堆積係數 (selective lumping coefficient)， $e$  為選擇性堆積係數 (selective lumping parameter)， $e$  的範圍為  $0 \leq e \leq 1$ ，當  $e=0$ ， $\tilde{\mathbf{M}}_{\alpha\beta} = \mathbf{M}_{\alpha\beta}$ ； $e=1$ ， $\tilde{\mathbf{M}}_{\alpha\beta} = \bar{\mathbf{M}}_{\alpha\beta}$ 。 $e$  值若接近於 0，計算的收斂性較佳，但計算之結果比其他方法所得者偏低而不合理，若  $e$  值接

近於 1，雖然計算的收斂性較差，可是計算之結果與其他方法所得者相近。至於如何選擇  $e$  的範圍，與解析問題不同而異，如淺水長波問題，Kawahara 等人 (1982) 建議  $0.80 \leq e \leq 0.95$ ，所得之結果與實際數據較相符。

## 五、模式計算

為了驗證模式之適用性，本文利用民國 79 年 7 月侵襲台灣的諾瑞斯颱風的實測資料與模式計算做一比較與討論。颱風進行路徑及颱風參數如圖 1 所示。計算網格如圖 2 中所示，計算條件  $\Delta t = 10 \text{ sec}$ 、 $e=0.92$ 、波浪模式中之邊界波譜型式為 JONSWAP 其參數為  $\alpha = 0.018$ 、 $\gamma = 3.3$ 、 $f_p = 0.35 \text{ Hz}$  和  $\omega_a = \omega_b = 0.08$ ，方向波譜則採用 Mitsuyasu-Hasselmann 之方向波譜型式。經計算後，梗枋地區之暴潮偏差如圖 3。



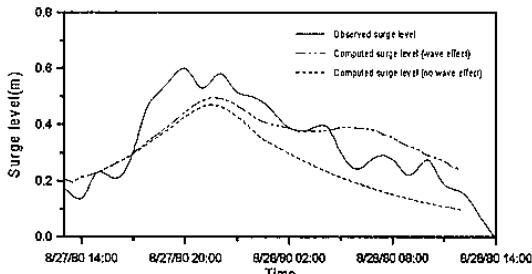


圖 3 諾瑞斯颱風於梗枋所引致之暴潮偏差。

由實測之資料中可發現，諾瑞斯颱風之中心氣壓在接近台灣時約為 950mb，移動速度約為 43m/s，梗枋港附近之海岸地形從水深 3 公尺至 100 公尺處之坡降約為 0.018，離岸 9 公里處，水深約 100 公尺至 200 公尺處之坡度約為 0.03。在圖 3 中實線表實測之暴潮偏差、虛線為不含波浪模式之計算結果、點虛線為含波浪模式之計算結果，由圖中可知，當考慮波浪作用時，在暴潮偏差於最大值發生後，在考慮輻射應力的模式中其值約增加了 10%，其與實際值更為接近，表示模式在計算近岸地區之暴潮現象的適用性。

## 六、結論

本文提出一同步計算流與波的暴潮模式，並利用二階段選擇性堆積有限元素法來加以計算，在驗證諾瑞斯颱風在梗枋所發生的暴潮偏差的計算實例中發現，同時考慮風浪與暴潮的計算中，可以使得暴潮與風浪現象在近岸地區的預測更有準確性。

## 誌謝

感謝成功大學水利及海洋工程學系簡仲和教授提供颱風與地形資料，特在此誌謝。

## 參考文獻

1. Chien, Chung-Ho, 1994: "1-D modeling of surges for the eastern coast of Taiwan induced by typhoons," IAHR Conference, Tokyo, 40-47.
2. Hasselmann, K., 1985: "Computations and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part I: A new method for efficient computations of the exact nonlinear transfer integral," J. Phys. Oceanography, 15, 1369-1377.
3. Janssen, P. A. E. M., 1991: "Quasi-linear theory of wind generation applied to wave forecasting," J. Phys. Oceanography, 21(11), 1631-1642.
4. Kawahara, M., H. Hirano, K. Tsubota and K. Inagaki, 1982: "Selective lumping finite element method for shallow water flow," Int. J. Num. Meth. Fluids, 2, 89-112.
5. Komen, G. J., 1984: "On the existence of a fully developed wind-sea spectrum," J. Phys. Oceanography, 14, 1271-1285.
6. Li, Y. S. and M. Y. Zhang, 1997: "Dynamic coupling of wave and surge models by Eulerian-Lagrangian method," Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 123(1), 1-6.
7. Walton, R. and B. A. Christensen, 1980: "Friction factors in storm surges over inland areas", Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 106, No. WW1, pp. 261-271.
8. WAMDI Group, 1988: "The WAM model – A third generation ocean wave prediction model", Journal of Physical Oceanography, 18, 1775-1810.
9. Zhang, M. Y. and Y. S. Li, 1996: "The synchronous coupling of a third-generation wave model and a two-dimensional storm surge", Ocean Engineering, 23(6), 533-543.
10. 劉肖孔，1990：“台灣海域颱風暴潮及氣象潮數值預報模式”，中央氣象局研究報告第 374 號。
11. 柯允沛、鄒明城、薛曙生、尹可健，1993：“FEMA 暴潮模式模擬技術在個人電腦之應用”，第十五屆海洋工程研討會論文集，663-676。