

三維經驗正交函數及改進型最佳內插客觀分析 法在數值天氣預報中三維氣象場變數初始場建 立的探討

王光弘¹、何台華¹

翁興中¹、曾忠一²

¹ 中正理工學院國防科學研究所

² 中央研究院物理研究所

摘要

本文提出一種嶄新的客觀分析法，藉著三維經驗正交函數(three dimensional empirical orthogonal function)及改良型最佳內插法作為橋樑，使得三度空間網格上氣象場變數可以瞬時獲得。在計算三維經驗正交函數時，獲得的一組特徵向量係經過每個特徵向量在“解釋變異數”上面佔有之比例來排序，這種排序在統計上有資料縮減的功能。這組特徵向量與觀測場經過計算，可以得到主分量在各個模態的時間變化量。每一個模態的主分量基本上可以視為相互獨立的，藉著統計學上的自相關函數可用來研究其統計特性，結果發現各個模態的主分量自相關函數隨著測站間相互距離呈常態分配，這種特性顯示，我們可以應用具有正定(positive definite)性質的自相關模式來表示這個物理量，這個自相關模式以距離為唯一函數的特性，使得各個模態的主分量在網格點分析值變成可能。為了能夠追蹤更細微的統計結構，在文中我們提出一種新的自相關模式，藉著幕次數的增加，理論上能增強其解析能力。最後，三維網格高度場分析值，便可經由主分量的自相關模式，並配合其相關的三維特徵向量計算而得。

1. 前言

現今先進國家所使用的最佳客觀分析法，經多方驗證改良，證實能夠改進數值天氣預報的準確性，在非定時資料的四維資料同化過程中，亦證實較以往所使用的客觀分析法，更具解析能力。基本上，最佳內插法在統計上是令內插誤差在最小平方條件下達到最小值，進而引進均質與各向同性的自相關函數統計結構，藉著這個與距離為函數的自相關函數統計量，測站的資料便可以內插到網格點上。本文則從單變量三維角度著眼，提出一種嶄新的客觀分析法，藉著三維經驗正交函數 (three

dimensional orthogonal function) 及改良型最佳內插法作為橋樑，使得三度空間網格上氣象場變數可以瞬時獲得。

本文研究目的是發展一種嶄新的客觀分析法，使得三維網格點上氣象場單變量 (univariate) 分析值可以同時獲得。簡潔的講，我們是利用三維經驗正交函數來處理三維網格點上的特徵向量，這組特徵向量是藉著長期氣候資料計算而得，它具備氣象場統計的特性。至於改進型最佳內插法則是將內插的對象擺在各個模態的主分量 (principal component) 網格點的分析過程中，藉著每個模態的主分量自相關模式(也是距離的函數)，網格點上各個模態主分

量分析值便可以由鄰近測站的即時 (real time) 主分量觀測值，透過與距離為函數的各個模態主分量自相關模式內插而得。

最後，三維網路點高度場分析值便可經由主分量的網格點分析值，並配合其相關的三維特徵向量作簡單的運算而得到。這個計算格式 (scheme) 在垂直向(三維經驗正交函數和其特徵向量的處理過程) 及水平向 (二維主分量各個模態的網格點分析處理過程) 都具備統計上最佳化的原理，在數學上而言，其理論亦圓熟。

此外，在分析過程中，它並不須要考慮到緯度上不同位置的不同處理方式（例如地轉條件在不同緯度的適用性問題），僅須針對網格點上垂直向的考慮，逐一由下而上即可，這種簡潔的處理方式足可供日後數值天氣預報三維氣象變數初始值建立之應用。

2. 資料選取

資料的選擇應有以下數點的考慮：(1). 均質性，為了滿足均質的條件，應選擇某一季節內的氣象資料，季節間交替的資料，數值變化太大，並不適合於分析過程。(2). 測站分佈均勻的區域，為了滿足測站均勻的地區，測站最近間隔儘量不要超過 1500 公里。(3). 為了維持個案間獨立的特性，個案間的相隔天數儘量不要低於五天，且個案總數不要低於五十個，以便使得個案具有統計代表性。(4). 避免日夜變化差異，所選用觀測時間應為固定的，可以免除日夜間微小的變化。

在本研究中，吾人收集歐洲中期預報中心 (ECMWF) 的網格點分析值做為資料庫，這個 Basic Level III 資料庫資料是以 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ 經緯網格為單位，儲存全球的氣象資料庫，由於 ECMWF 係採用非線性正模初始化 (nonlinear normal mode) 來濾波，分析過之資料會偏向模式的物理特性，因此許多研究者寧可傾向於取用較原始、忠實的 Basic Level III 網格點資料作有限區域的研究之用。在 ECMWF 處理過程中 Basic Level III 資料庫所儲存

資料是直接將分佈不規則的測站資料，經過客觀分析直接內插到分佈規則的網格點上，並未經過初始化過程，由於未經模式執行也不至於包含模式的物理特性。

在本文資料的擷取過程中，我們採用一個季節內的資料，因此，以冬季三個月 (12, 1, 2 月) 的 1200 UTC 高度場為資料，個案間隔相隔五天，選取 1986 年到 1990 年間 69 個個案，垂直向則包括了 850, 700, 500, 400, 300, 250 和 200 hPa 的七個特性層高度場資料。地理區域範圍從 $10^\circ N \sim 50^\circ N$ 及 $100^\circ E \sim 150^\circ E$ 間，水平向網格數目為 432 個，網格與網格間距離最遠達到 7000 公里。

3. 數學處理

數學處理，主要是針對三維的經驗正交函數在本文的應用方面，因此有必要做明確的解釋。我們針對氣象場單一變量 (univariate) 的長期氣候資料來進行經驗正交函數分析，資料庫裏的氣象參數，必須涵蓋某個地理空間及一段時間範圍的樣本，挑出所有的樣本，就稱為樣本集合。

令 $[G^{(t)}]_{ij}$ 表示地理位置 (i, j) 點上某一 t 時間重力位高度場偏差值，由於垂直向有 NK 層，我們以 $[G_k^{(t)}]_{ij}$ 來表示第 k 層的氣象參數高度場偏差值。

$$[G^{(t)}]_{ij} = \begin{bmatrix} G_1^{(t)} \\ \vdots \\ G_{NK}^{(t)} \end{bmatrix}_{ij} \quad t = 1, 2, \dots, NT \quad (1)$$

我們希望求得 NK 個標準化正交向量 (standardized orthogonal vector) $U_n, n = 1, 2, \dots, NK$ 。所謂標準化的意義是它的長度必須等於 1，而所謂正交的意義是這 NK 個正交向量必須是線性獨立的。若將這些正交向量以線性組合來表示，則可以寫成下式

$$[G^{(t)}]_{ij} = \sum_{n=1}^{NK} [C_n^{(t)}]_{ij} U_n, \quad (2)$$

其中 $[C_n^{(t)}]_{ij}$ 是地理位置上 (i, j) 點的第 n 個模態的內插係數 (又稱主分量)，而 \mathbf{U}_n 則是在該點的正交向量。基本上，為了使得經驗正交函數具有資料縮減的功能，我們希望只用到 NK 個中的 M 個標準化正交向量就足以表達出原來的觀測向量，因此令

$$[\hat{\mathbf{G}}^{(t)}]_{ij} = \sum_{n=1}^M [C_n^{(t)}]_{ij} \mathbf{U}_n \quad M < NK \quad (3)$$

來表示其近似向量。這時候，近似向量與原來的觀測向量就會產生一個誤差出來，誤差向量可以用下式

$$[\delta^{(t)}]_{ij} = \mathbf{G}^{(t)} - \hat{\mathbf{G}}^{(t)}, \quad (4)$$

來表示，若以平方差來表示則可以寫成下式

$$[\delta^{(t)}]_{ij}^2 = \mathbf{G}^{*(t)} \mathbf{G}^{(t)} - \hat{\mathbf{G}}^{*(t)} \hat{\mathbf{G}}^{(t)}. \quad (5)$$

誤差向量的長度並非表達誤差的最佳量測指標，因為它是時間項 t 的函數，誤差向量的量度指標是平均誤差 $[\delta_M]_{ij}^2$ (mean error)，將所有時間項 t 作平均後可以得到：

$$[\delta_M]_{ij}^2 = \overline{\mathbf{G}^{*(t)} \mathbf{G}^{(t)}} - \overline{\hat{\mathbf{G}}^{*(t)} \hat{\mathbf{G}}^{(t)}} \\ = \sum_{n=1}^{NK} \overline{(G_n^{(t)})_{ij}^2} - \sum_{m=1}^M \overline{(C_m^{(t)})_{ij}^2}, \quad (6)$$

因為內插係數 (主分量) 可由下式

$$[C_m^{(t)}]_{ij} = \mathbf{U}_m^* [\mathbf{G}^{(t)}]_{ij} \\ (m = 1, 2, \dots, NK; t = 1, 2, \dots, NT) \quad (7)$$

獲得，其中 \mathbf{U}_m^* 為地理位置 (i, j) 點之轉置矩陣 (transpose matrix)。又因為

$$[C_m^{(t)}]_{ij}^2 = \mathbf{U}_m^* [\mathbf{G}^{(t)}]_{ij} [\mathbf{G}^{(t)}]_{ij}^* \mathbf{U}_m,$$

最後，平均誤差可以 (8) 式表示，

$$[\delta_M]_{ij}^2 = \sum_{n=1}^{NK} \overline{(G_n^{(t)})_{ij}^2} - \sum_{m=1}^M \overline{(C_m^{(t)})_{ij}^2} \\ = \sum_{n=1}^{NK} \overline{(G_n^{(t)})_{ij}^2} - \sum_{m=1}^M \mathbf{U}_m^* (\mathbf{G}^{(t)} \mathbf{G}^{*(t)})_{ij} \mathbf{U}_m, \quad (8)$$

其中右邊第一項為地理位置 (i, j) 上觀測向量的總變異數 (total variance)，右邊第二項 $(\mathbf{G}^{(t)} \mathbf{G}^{*(t)})_{ij}$ 為自協方差矩陣 (autocovariance matrix)，我們以

$$\overline{(\mathbf{G}^{(t)} \mathbf{G}^{*(t)})_{ij}} = \mathbf{A}$$

來表示。這個對稱型的協方差矩陣是正定的 (positive definite)，

$$\mathbf{U}_m^* \mathbf{A} \mathbf{U}_m > 0$$

由 (8) 式知道，求平均誤差在 (i, j) 點的極小值，就是相當於求正定二次型在正交條件下達到極大值。

為何求取平均誤差的最小，會導引到求特徵向量的問題？我們可以引用變分法的原則寫成極值函數，再令其極值有極小值，接著令 $\mathbf{A} = \mathbf{A}^*$ 。

這時候求解近似向量與觀測向量的平均誤差的極小值，已經簡化成為特徵值向量 (eigenvector) 的問題，

$$\mathbf{A} \mathbf{U}_m = \lambda_m \mathbf{U}_m. \quad (9)$$

4. 三維經驗正交函數

針對七個特性層等壓面 (850, 700, 500, 400, 300, 250, 200hpa) 而言，地理位置 (i, j) 點的協方差矩陣可以以下式表示：

$$\overline{(\mathbf{G}^{(t)} \mathbf{G}^{*(t)})_{ij}} = \begin{bmatrix} \overline{G_1^{(t)} G_1^{(t)}} & \cdots & \overline{G_1^{(t)} G_{NK}^{(t)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{G_{NK}^{(t)} G_1^{(t)}} & \cdots & \overline{G_{NK}^{(t)} G_{NK}^{(t)}} \end{bmatrix}_{ij} = \mathbf{A} \quad (10)$$

其中

$$\overline{(G_k^{(t)} G_l^{(t)})}_{ij} = \sum_{t=1}^{NT} (z_{ijk_t} - \bar{z}_{ijk}) * (z_{ijl_t} - \bar{z}_{ijl}) / NT$$

$$\bar{z}_{ijk} = \sum_{t=1}^{NT} z_{ijk_t} / NT ,$$

其中 z_{ijk} 為第 t 時間，空間上第 (i, j, k) 點上之高度場。 $(G_k^{(t)} G_l^{(t)})$ 為不同等壓面 k 和 l 的協方差函數。在計算上述實對稱矩陣特徵值問題時是利用 Jacobin 數值法求解這個矩陣問題。

4.1. 主分量計算

由於正交條件下，一個矩陣的反矩陣恰等於其轉置矩陣，因此

$$(C_n^{(t)})_{ij} = U_n^* (G^{(t)})_{ij}$$

其中 U_n^* 為排序過後的轉置正交向量，而 $[G^{(t)}]_{ij}$ 為觀測場偏差值。左邊則為內插係數（主分量）。若以平面空間上所有的 $NI \times NJ$ 點來處理，則依照上述計算步驟，會因此產生了 $c(NI, NJ, NK, NT)$ 的主分量。其中任意一個模組 s 的主分量 $s=1, 2, \dots, NK$ 將構成一組的時間序列 $c^s(i, j, t)$ ， $i=1, 2, \dots, NI$ ； $j=1, 2, \dots, NJ$ ； $t=1, 2, \dots, NT$ 為其組成分子。這組時間序列也是正交的，換句話說，它們是互相獨立的，有必要針對如此龐大的資料瞭解其中的規律性。

4.2 主分量的自相關函數計算

自相關函數定義為

$$\rho_{km} = C_{km} / \sqrt{C_{kk} C_{mm}} .$$

其中 C_{km} 為某一模態下主分量的自協方差函數（auto-covariance function）。針對平面上 432 個網格

點，其中每一個模組的主分量自相關函數，可以寫成下列矩陣形式

$$\begin{pmatrix} \rho_{1,1} & \cdots & \rho_{1,432} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{432,1} & \cdots & \rho_{432,432} \end{pmatrix}$$

在自相關矩陣中，對角元素是 1，非對角元素就是兩個不同地點上主分量的自相關函數。這個矩陣中所有的可能配對點數有 $(432 \times 431) / 2 + 432$ 點，亦即會有 93528 個點數，依此可將這些配對點數及各個點上任意兩測站的相對距離繪於圖 1.1 及圖 1.2 為第一模態及第二模態自相關函數暨其相對距離的關係，由圖中可以看出自相關函數隨距離的變化情形，測站間距離愈近，相關函數愈大；測站間距離愈遠，相關函數愈小。當距離增加到某一定值以後，相關函數變為負值。各個模態間的自相關函數狀態稍微不同，但是每個模態所呈現的常態分配特性卻非常明顯。第三至第七模組由於受限篇幅關係，在此不顯示，但其常態分配特性一樣明顯。

由於自相關函數分佈並不均勻，假如用一條曲線來配合圖中所有的點，那麼這條曲線的形狀將會嚴重扭曲，所求得的曲線亦不具代表性。因此，必須將這些資料作處理，先將某一定距離範圍內的相關函數相加，並求其平均。例如測站間距離在 0 到 200 公里間的自相關係數配對數有 1000 對，則將此 1000 對自相關函數做算術平均，當作 $\rho(100 \text{ km})$ 。同理再計算 $\rho(300 \text{ km})$ ， $\rho(500 \text{ km})$ ……。至於負的數值在此是不考慮的。

在本文中，我們提出一種新的自相關模式的函數型態來表示各個模組的主分量自相關函數。

$$\rho_{ij} = \exp\left(\sum_{n=0}^N b_n^* r_{ij}^n\right), \quad (11)$$

其中 r_{ij} 為地理位置上不同的兩點距離，而 b_n^* 為第 s 個模組下，第 n 階的最佳內插係數，可以在最小平方差（least square method）原理在根均方差為最小的條件下解得。

圖 2.1 至 圖 2.2 為第一模組及第二模組的曲線配合之結果。第三至第七模組由於受限篇幅關係，在此不顯示。

4.3 經驗正交條件下二維空間主分量分析值

令第 s 個模組在網格點上主分量的偏差 c_o^s 的期望值為 \hat{c}_o^s ，而這個期望值可由附近測站上第 s 個模組的測站主分量偏差的加權平均決定：

$$\hat{c}_o^s = \sum_{i=1}^N \alpha_i^s c_i^s \quad (12)$$

其中 N 為使用測站的個數，而 α_i^s 為第 i 個測站上第 s 個模組的最佳內插係數。(12) 式中的最佳內插係數可以令均方內插誤差為最小而得到

$$E = \overline{(\hat{c}_o^s - c_o^s)^2} \quad (13)$$

其中長橫線代表統計平均，將 (12) 式代入 (13) 式，得到

$$E = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i^s \alpha_j^s \overline{c_i^s c_j^s} - 2 \sum_{i=1}^N \alpha_i^s \overline{c_i^s c_o^s} + \overline{c_o^s}^2 \quad (14)$$

均方內插誤差 E 為最小的條件為對所有的最佳內插係數微分，並令其為零，即

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_k^s} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^N \rho_{ij}^s \alpha_j^s = \rho_{io}^s, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

因此一旦網格點及其鄰近用來內插的測站之地理經緯度曉得，經由計算得出測站間及測站與網格間的相對距離，代入 (16)，則針對某一網格點 o 上，其鄰近 N 個測站上各個模態的最佳內插係數 α_i , $i = 1, 2, \dots, N$ 即可以獲得。藉著這些內插係數，該特定

網格點 o 上，各個模態的主分量分析值，便可以由鄰近 N 個測站上即時 (real time) 各個模態的觀測場主分量而得，

$$\hat{c}_o^s = \sum_{i=1}^N \alpha_i^s c_i^s, \quad (17)$$

右邊項可由測站的高度場即時資料計算而得，左邊項則為第 o 個網格第 s 個模態的主分量分析值偏差。最後，某一特定網格點上，各個模態的主分量分析值便可以由其偏差值及其氣候值之和而求得。

$$\hat{c}_o^s = \hat{c}_o^s + \bar{c}_o^s. \quad (18)$$

重力位高度場的客觀分析可以由 (3) 式看得出來，由於式中為偏差值，所以必須加上一個初始猜測值為其基底資料。

5. 實驗結果

實驗結果是以本文所用之計算格式與 ECMWF 之分析圖作型態比較，在計算網格點主分量的分析值時是用 (11) 式來計算七個模態的網格點主分量分析值，內插測站數目為 12 個，接著藉著 (17) 式可獲得網格點主分量分析值偏差，至於網格點的主分量初始猜測值是採用 69 個個案網格點平均值。氣象場變數的網格點分析值是應用 (3) 式來計算。分析個案時間為 1986. 12. 20 日 1200 GMT。由於受限篇幅關係我們僅選取 850 及 700 mb 來比較本文計算格式所分析結果與 ECMWF 原圖之型態比較。

6. 討論

由以上的結果，我們已經詳細說明了單變量三維的氣象重力位高度場客觀分析，可以藉由建立一個三維的對稱矩陣，解出其中的特徵向量 (達到均

方內插誤差為最小的條件下)，藉此所推導出來各個模態的主分量自相關函數可以用單純的相對距離來表示。藉著這些重要模態的自相關函數，最後三維網格點上高度場的分析值便可以由網格上之重要模態的特徵向量，作一簡單的運算而求得。

經驗正交函數的數學處理，長期資料的氣候特性可以重新排列成幾個模態，只要藉著前面幾個模組就能解釋原始資料的全貌資訊，因此可節省電腦在計算初始資料場所花費的時間，並縮小記憶體的儲存空間。

本研究的發現是，當進行經驗正交函數展開的時候，所推導出來的各個模態的主分量看似雜亂且無序，隱藏在資料內的統計意義一時之間並無法瞭解其中的涵意，但藉著自相關函數的計算，才獲得正確、明白的關係，也因此才能藉著正定型二維自相關的模式充分表達此一統計結構。因此，我們可以說：三維單變量初始場之建立所以能夠獲得成功，其最主要原因是二維主分量自相關模式成功的表達了主分量的二維統計關係。

這個計算格式成功的構建了一個統計場一致性的三維單變量初始場建立的方法，經由二維主分量自相關模式以相對的距離來表示，在電腦的計算上不會浪費無謂的計算，達到更經濟的效益，同時它也開啟了一扇新的門，以全新的思維方式及遠景供我們進行數值天氣預報初始場建立之參考。

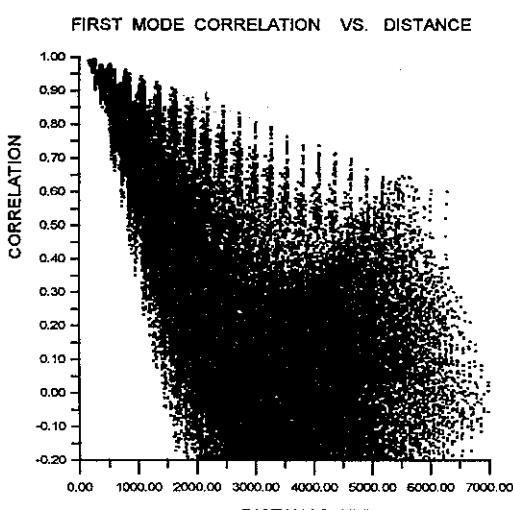


圖 1.1. 高度場第一個模態主分量自相關函數與距離的關係

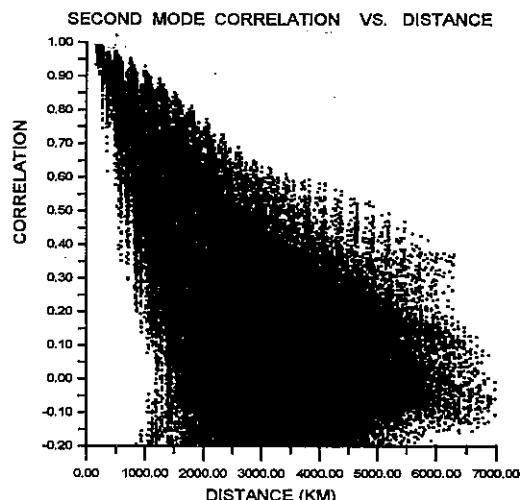


圖 1.2. 高度場第二個模態主分量自相關函數與距離的關係。

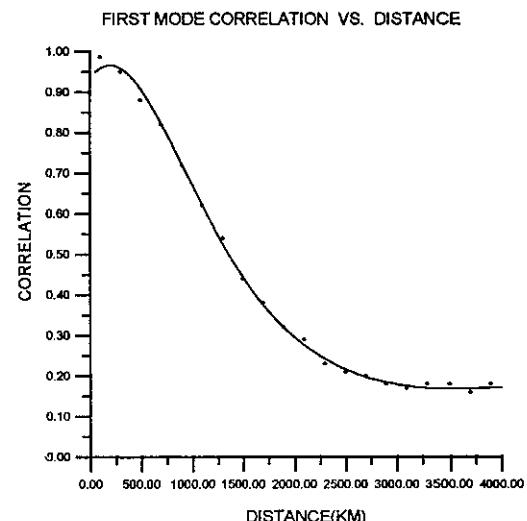


圖 2.1. 主分量第一個模態主分量自相關模式

SECOND MODE CORRELATION VS. DISTANCE

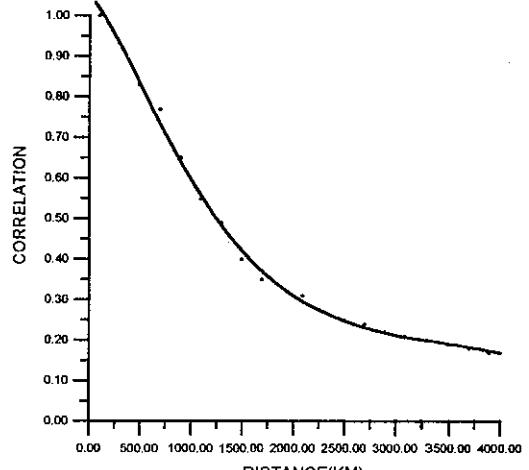


圖 2.2. 主分量第二個模態主分量自相關模式

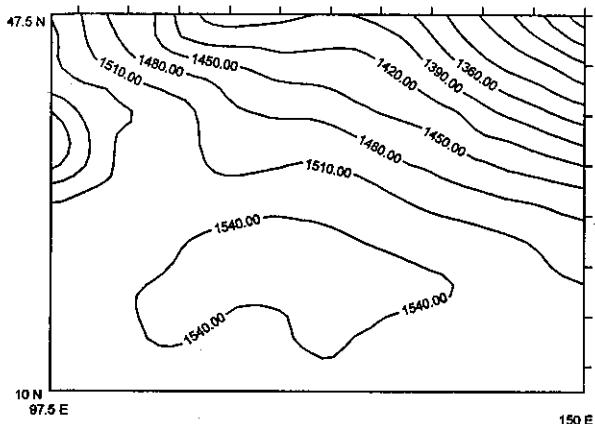


圖 3.1 1986.12.20 1200 GMT ECMWF 850-mb 分析圖

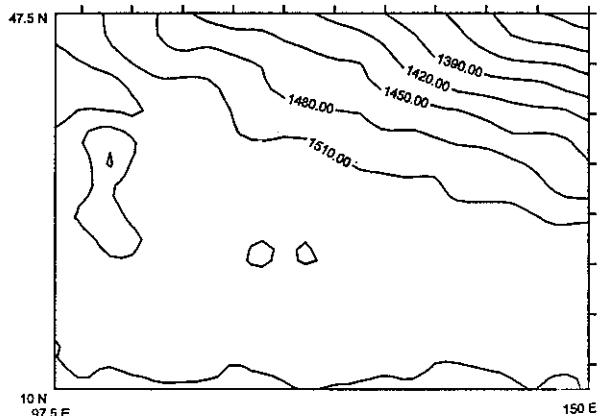


圖 3.2 1986.12.20 1200 GMT 850-mb三維單變量分析圖

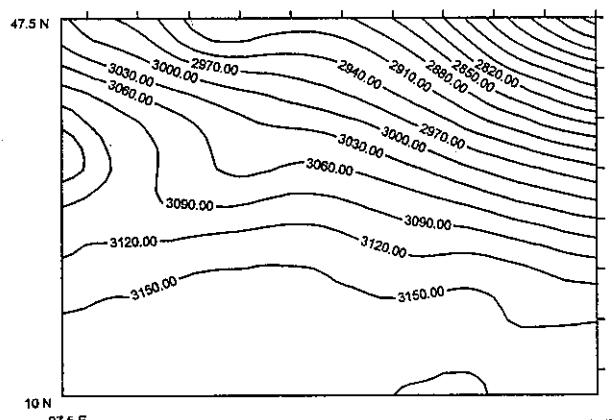


圖 4.1 1986.12.20 1200 GMT ECMWF 700-mb 分析圖

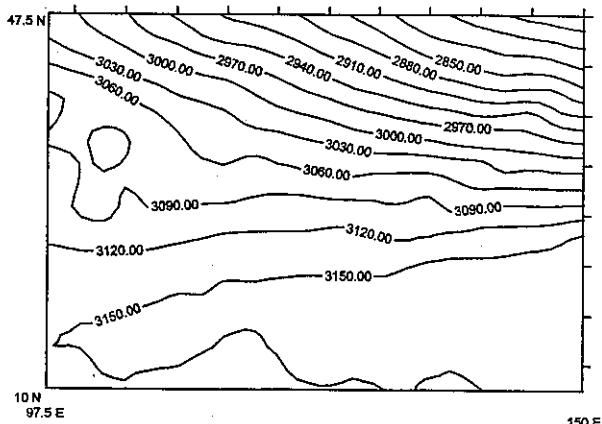


圖 4.2 1986.12.20 1200 GMT 700-mb三維單變量分析圖

Reference

- Achtemeier, G.L., 1989: Modification of a Successive Corrections Objective Analysis for Improved Derivative Calculations. *Mon. Wea. Rev.*, 117, 79-86.
- Bouttier, F., 1994: A Dynamical Estimation of Forecast Error Covariances in an Assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, 122, 2376-2390.
- Hollingworth, A., and P. Lonnberg, 1986: The statistical structure of short range forecast errors as determined from radiosonde data part I: The wind field. *Tellus*, 38A, 111-136.
- Inman, R.L., 1970: Papers on Operational Objective Analysis Scheme at NSSFC. NOAA Tech. Memo. ERL NSSL-51, 91pp.
- Julian, P. R., and H. J. Thiebaux, 1975: On some properties of correlation functions used in optimum interpolation scheme, *Mon. Wea. Rev.*, 103, 605-616.
- Lorenz, A., 1988b: "Optimal nonlinear objective analysis," *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 114: 205-240.
- McMillin, L. M., 1991: Evaluation of a classification methods for retrieving atmospheric temperature from satellite measurements. *J. Appl. Meteor.*, 30, 432-446.
- Mitchell, H.L., 1990: Comment on "Monitoring of Observation and Analysis Quality by a Data Assimilation System" *Mon. Wea. Rev.* 118:1927-1928.
- Nuss, W. A., and Titley, D. W. (1993): Use of Multiquadric Interpolation for Meteorological Objective Analysis. *Mon. Wea. Rev.*, 122, 1611-1631.
- Perrine, W., and Toulany, B. 1989: Correlations of Sea Level Pressure Fields for Objective Analysis. *Mon. Wea. Rev.*, 117:1965-1974.

- Schlatter, T. W., and G. W. Branstator, 1979: Estimation of errors in Nimbus 6 profiles and their spatial correlation. *Mon. Wea. Rev.*, 107, 1402-1413.
- Schlatter, T. W., 1981: An assessment of operational TIROS-N temperature retrievals over the United States. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 110-119.
- S.C. Onn, K.H. Wang, G.L. Chang, and C.Y. Tseng, 1992: Numerical simulation of the correlations with the general polynomial and exponential forms for the climatic statistical structure, The 40th Summer Computer Simulation Conference, July 27-30, Reno, Nevada, U.S.A.
- S.C. Onn, K.H. Wang, C.Y. Tseng, 1993: A computational method for constructing the missing data of some observational stations using the climatic statistical structure, The 8th Conference on Applied Climatology p.116-121., The 73rd Annual Meeting of the American Meteorological Society.
- Schlatter, T.W.,1975: Some experiments with a multivariate statistical objective analysis scheme. *Mon. Wea. Rev.*, 103, 246-257.
- Thiebaux, H. J., 1977: Extending estimation accuracy with anisotropic interpolation. *Mon. Wea. Rev.*, 105, 691-699.
- Weber, R., 1992: Statistically optimal averaging for the determination global mean temperatures. 5th Int. Meeting on Statistical Climatology, Toronto, Atmospheric Environment Service Canada, 421-424.
- Weber, R. O., and Talkner. P. (1993): Some Remarks on Spatial Correlation Function Models. *Mon. Wea. Rev.*,121,2611-2617.
- Unden, P., 1989: Tropical Data Assimilation and Analysis of Divergence. *Mon. Wea. Rev.*, 2495-2517.

3D Initial Field Construction for Numerical Weather Prediction with 3D Empirical Orthogonal Function and Revised Optimum Interpolation

Kuang-Horng Wang Shing-Chung Onn
Tai-Hwa Hor

Department of Applied Physics
Chung Cheng Institute of Technology

Chung-Yi Tseng
Institute of Physics
Academia Sinica

Abstract

An univariate statistical scheme for simultaneous analysis of the 3D geopotential height fields has been developed based upon empirical orthogonal function and revised optimum interpolation. The data archived from ECMWF basic data sets were used to compute the required 3D EOF, and the derived principal components were used to construct the 2D autocorrelation model on each mode of the principal components. Rather than representing the 2D models by the negative squared exponential form proposed by Gandin (1963), we use a representation consisting a polynomial exponential form to trace the finer statistical structure of the autocorrelation functions. The analysed geopotential height fields on the 3D target grids are obtained through the computation of these principal component's autocorrelation models and the respective 3D eigenvectors. The scheme has been tested to compute the root-mean-square between the analysed data and those of ECMWF analyzed data as a measurement of accuracy. The test results are promising, implying that it is possible to provide a new algorithm for constructing a statistical consistent initial fields for NWP model running, and this new prospective does not need the dynamic constraints to be involved in. As a matter of fact, the 3D univariate approach provides a totally new scheme which would definitely preserve the statistical internal consistence both in vertical and horizontal sense.