

利用線性反射模式比較驗證測量及轉換之方向波譜

張石軍
蘇秋展
劉 禎

海軍氣象中心

Prof. Edward B. Thornton
Prof. Roger T. Williams

美國海軍研究院

摘要

NDBC (National Data Buoy Center) 的 3 公尺測波儀，位於 Monterey Bay, CA 的深水區，其所測得該區之方向波譜可以轉換至淺水區，利用線性折射模式 (Linear Refraction Model)，而此經轉換而得的方向波譜，可利用位於 Marina 及 Santa Cruz 淺水區域之陣列壓力計 (pressure gauge arrays) 所實測之波高加以比較。

利用古典 Longuet-Higgins (1963) 之計算方向波譜的方法加以比較，此實驗並可在複雜之地形條件中利用地方所實測之觀測值加以驗證此線性折射模式之準確和限制性。

一般而言，線性折射模式能夠從深水區而來的波譜估算合理之能量和方向，但是顯著的例外會發生，其中最大的預測錯誤發生在 1988 年 1 月 18 日的 Marina 淺海域，因為一嚴重風暴經過該區外海，作者假設是該風暴伴隨之巨浪造成繞射 (diffractive) 和非線性 (non-linear) 的效果所產生嚴重之誤差，而本文討論之線性折射模式不適用處理如此非線性之問題。

一、前言

波浪氣候學在海岸動力方面扮演一重要角色，基本的問題是如何利用深水波資料去預測淺水波之波浪特徵，如果此法可行，我們即可利用一個位於深水位置之儀器去預測近海之任何位置之波。但是有兩個相關之問題伴隨而來，第一是如何取得海洋波之特性，第二是如何將深水波轉換至淺水波。要掌握波之生成及折射，了解海洋波之方向特徵是非常重要的。我們選擇利用方向波譜密度 (Directional Spectral Density) 去特徵化海洋波之特性，交利用線性折射模式將深水之 DSD

轉換成淺水波之 DSD。

Monterey Bay 之海域被選用此海洋波之比較研究，是因為此海域在盛行之東向波流中有多變的海岸線方向，以及存在西半球最大之海底峽谷而造成海岸波浪場之擾動。圖一顯示 Monterey Bay 的不規則地形及本研究所比較之三個測站之位置。在深海所用之測波儀為 NOAA 3 公尺之 Bouy，用以測量三個垂直正交分量：波浪場之 Heave, Pitch 及 Roll，而在淺海，二個 6 公尺之斜率陣列，由 4 個壓力感測器所組成，用以計算相同

之三個垂直正交分量，分別位於 Marina 及 Santa Cruz。

二、理論背景

(一) 波場說明

要完全描敘波場需要了解頻率及方向波譜，方向波譜通常利用可測 Pitch 和 Roll 之浮球及多元化陣列 (Multi-element arrays) 來測得，而所測得之波譜僅為測波儀所在之位置。計算方向波譜之方法，本文則採用古典之 Longuet-Higgins 之方法加以計算。Longuet-Higgins, Cartwright 及 Smith (1963) 根據 Barber (1946) 發展出利用測波儀計算方向波譜之方法，此法是根據 cross-spectral 之分量 Heave, Pitch 和 Roll 及方向波譜之 Fourier Coefficients 而得。方向波譜用 Fourier Series 表示為：

$$S(f, \theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta$$

其中 θ 是波方向而 a_n, b_n 僅為頻率之變數全式，代表能量之頻率分佈，並可以 $S(f, \theta) = S(f)D(f, \theta)$ 表示之，其中 $D(f, \theta)$ 表示 Spreading function。

考慮一個波面之 Single harmonic 表示為：

$$\eta(t) = a \cos(K \cdot x - \omega t)$$

如果分成兩個水平 Cartesian 波面斜率分量為

$$\eta_x(t) = \partial \eta(t) / \partial x = \{-ik \cos \theta\} \eta(t)$$

$$\eta_y(t) = \partial \eta(t) / \partial y = \{-ik \sin \theta\} \eta(t)$$

Cross Spectral 向量能同時依波面高，波面斜率及方向波譜之 Fourier-Coefficients

表示為：

$$C_{\eta\eta}(f) = S(f) \int_0^{2\pi} D(f, \theta) d\theta$$

$$Q_{\eta\eta}(f) = KS(f) \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \cos \theta d\theta$$

$$Q_{\eta\eta_y}(f) = KS(f) \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \sin \theta d\theta$$

$$C_{\eta_x \eta_x}(f) = K^2 S(f) \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \cos^2 \theta d\theta$$

$$C_{\eta_y \eta_y}(f) = K^2 S(f) \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \sin^2 \theta d\theta$$

$$C_{\eta_x \eta_y}(f) = K^2 S(f) \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

如果依據前五項 Fourier Coefficients 考慮方向波譜表可表示出

$$S(f, \theta) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta + a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta$$

同時可證明出

$$a_0 = \frac{1}{\pi} C_{\eta\eta}$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi K} Q_{\eta\eta_x}$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi k} Q_{\eta\eta_y}$$

$$a_2 = \frac{1}{\pi k^2} (C_{\eta_x \eta_x} - C_{\eta_y \eta_y})$$

$$b_2 = \frac{2}{\pi k^2} C_{\eta_x \eta_y}$$

上面五個相等量如果Auto-Spectrum再經正規化(Normalization)後,這一區域之Spreading function的Fourier Coefficients即可決定出。這樣根據Fourier Series Truncated而得出前五個係數,可以約略表示出方向波譜之能量分佈,其形狀如圖二或一Cosine-bell之函數且有很大的Negative side lobes。

去解決這樣不真實之Negative side lobes, LCS的方法對於Spreading function加譜了一個正值限制,因此可以導致出Smoothing effect,但是如此之方法能量之分佈曲線要比 $\cos^4(\theta/2)$ 之解析度要細是不可能的,且如此之技術依然無法解決因精簡fourier series表示式而省略之部份項造成之不真實現象,同時LCS之方法無法表示出真實海洋波浪所呈現出之能量Multi-model之分佈。

(二)波譜之轉換:

根據Méhanté和Wang(1982)所有波譜轉換之公式在Shoaling bottom是假設波之能量結合在一個窄的頻寬中,同時並在轉換之間,能量是依隨在此頻寬上,並遵照線性加乘之特性。(有關能量從一頻率轉換至另一頻率被視為非線性之結果)。對每一頻率之結果,可以 $\eta^2(f)$ 表示,並在轉換過程中不改變,因此轉換定律應用於單波之波浪, $\eta(f)$ 和週期波相等,並有同樣之波高及波頻,而能量隨著每一波頻和方向,以群速度沿著wave ray進行。

第一個有關波譜演變之粗淺理論是Longuet-Higgins(1957)開始,他舉證說明能譜密度在波數空間中,當其中一個沿著wave ray以群速移動時之波,其能量是一常數,(Phillips 1966)。此舉證是依據能量守恆及波折射定律而來,最後證明出 $S(K_1, K_2)$ 沿著波之正交量是一常數,即 $d/dt S(K_1, K_2) = 0$

三資料之取得及感測器之位置

(一)位置

選擇Monterey Bay做為研究海域是

因為其存在非常不規則的地形,因為存在於海底的峽谷地形所致。所使用的感測器為一個深海測波儀和兩個淺海陣列壓力計(pressure gauge arrays),用以收集並驗證資料。其位置見圖一及表一。

(二)深水波資料:

深水波資料取自於Pitch/roll測波儀,從NDBC(National Data Buoy Center)所獲得,NDBC 3公尺寬之測波儀可測得heave, pitch, roll之移動。

(三)淺水波資料:

陣列氣壓計(pressure gauge arrays)之淺水資料是獲致於Scripps of Oceanography,氣壓能量波譜可被計算並轉換成表面高 η 及表面X方向斜率及Y方向斜率,利用線性波理論的轉換函數。為計算cross-spectrum,下列之值被利用:

- Sampling interval = $\Delta t = 2 \text{ sec}$

- Total data points = 2408

- Nyquist frequency = 0.25 Hz

- Frequency bandwidth = Δf
= 0.0078125 Hz

四波資料之選擇

本文所選擇並加以比較預測值及實際值為1988年1月3日0800 PST, 1月8日0200 PST及1月29日2100 PST,這些時段提供了兩個窄頻能譜在不同的頻率及方向上,和另一個主要以風暴為主的例子。加州海岸在1988年1月16~18日期間,曾遭受不尋常之風暴侵襲,導致巨波、強風及海準面超過預測值。

此風暴在San Francisco之西約300哩發展,並向東南以33哩移動,其中心經過Monterey Bay大約在1988年1月17日

早上並持續向東南移行，隨之在加州中部之 Avila Beach 登陸。這三個例子能量波譜比較深海測波儀及位於 Marina, Santa Cruz 之氣壓計可以圖三、四、五來描繪，而所選之深水波浪的特徵值以表二說明。

表二中之顯著波高以 $H=4\sqrt{\omega^2}$ 計算出，其中 ω^2 為 Variance 為在波譜能量密度之面積，並表示在表三中。

由深水波譜之轉換：

方向波譜密度在波數空間沿著 ray path 是保持常數，而從波數空間轉換到頻率及方向空間，其間之關係如以數學表示為

$$\frac{k}{k_0} \frac{V}{V_0} = \left[\tanh\left(1 + \frac{2kh}{2\sinh 2Kh}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

但是淺水之角度和深水之角度仍無法知道，也就是本文所用 Dobson Linear Refraction Model 來求得。本文是利用反向投射方法，也就是線性折射模式之計算是反向的從淺水而到深水。

四 結果及討論：

圖六七八顯示三個觀測資料地點之 4 個不同頻率 0.03、0.06、0.09、0.13 Hz 之波浪來向；深水波之方向多來自西北或西方，而在 Marina 之波浪多來自西方，Santa Cruz 則多來自西南方。圖中亦可看出能譜在深水區分佈較廣，而在淺水區則分佈較窄，尤以低頻更為顯著。

利用 Longuet-Higgins 所採用之方法，Buoy, Marina, 及 Santa Cruz 所測之能量可以利用三度空間顯示出。圖九為深水測波儀所在位置之能量密度對方向及頻率之分佈。圖十為圖九之剖面圖，圖十一、十二、十三、十四分別為 Marina 及 Santa Cruz 1988 年 1 月 3 日所測得之能量分佈圖。

圖十五、十六、十七、十八、十九為比較深水、淺水及轉換得出之波譜能量密度。

深水方向波譜利用 NDBC 之測波儀資料來計算，經過了在複雜的 Monterey Bay 的海

底地形中，轉換成淺水波波譜，並利用線性波折射模式來處理角度轉換之過程。其所得之結果和位在 Marina 及 Santa Cruz 所實測之資料加以比較。實測及經轉換的波譜顯示出較高頻率之波存在較準確的結果，因為其所受之折射效果較小；而較大的誤差則存在低頻率中。

一般而言，線性折射模式能提供合理之能量及方向之預測，但還是會有顯著之誤差產生。尤以較大之預測錯誤發生在 1988 年 1 月 18 日預測 Marina 之例子，其原因為該日之前曾有嚴重之風暴經過。作者假設是因為風暴產生之巨浪，造成 diffractive 和 non-linear 的效果，導致了該模式失去了準確性，而未來該模式仍需進一步修改，以符合實際之需要。

表一

No.	Type of Sensor	Location	Depth (M)
1.	NDBC roll/pitch wave buoy	36°48.0'N, 122°23.0'39.0"W	200.5
2.	Array of pressure gauges (4) Marina	36°42.0'N, 121°48.9'W	15.0
3.	Array of pressure gauges (4) Santa Cruz	36°57.0'N, 122°0.2'W	13.1

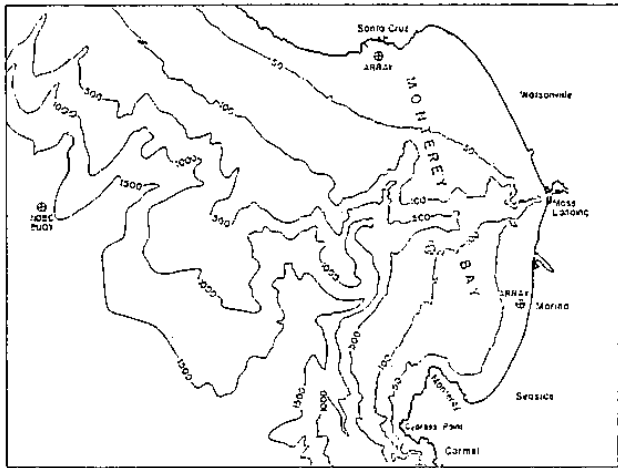
表二

Characteristics	3 Jan 88	18 Jan 88	29 Jan 88
H_{max}	1.87 m	5.12 m	2.65 m
$Freq_{min}$	0.13 Hz	0.07 Hz	0.09 Hz
$Freq_{max}$	0.18 Hz	0.10 Hz	0.12 Hz
$Direction_{min}$	280°	300°	275°

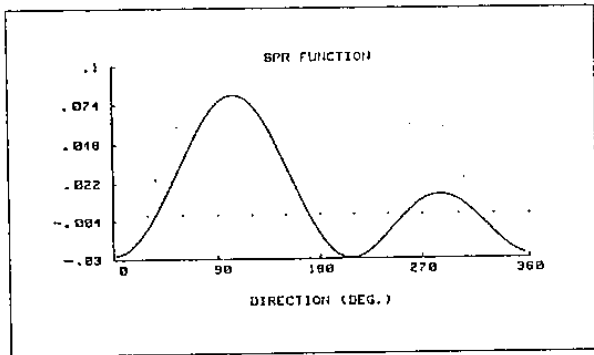
表三

	Buoy	Marina	Santa Cruz
3 Jan 1988	1.87 M	0.8 M	0.9 M
18 Jan 1988	5.12 M	5.12 M	2.4 M
29 Jan 1988	2.65 M	1.77 M	0.94 M

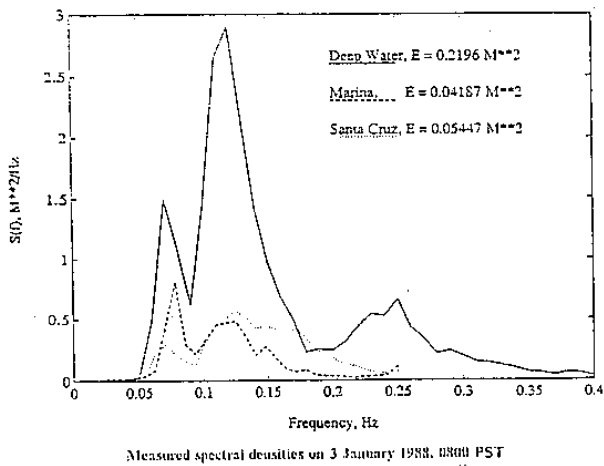
圖一



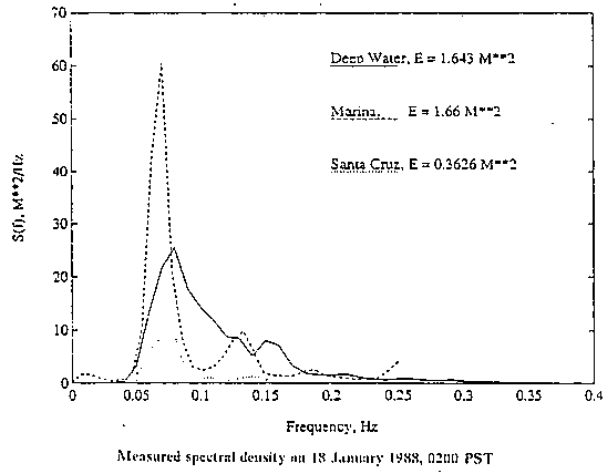
圖二



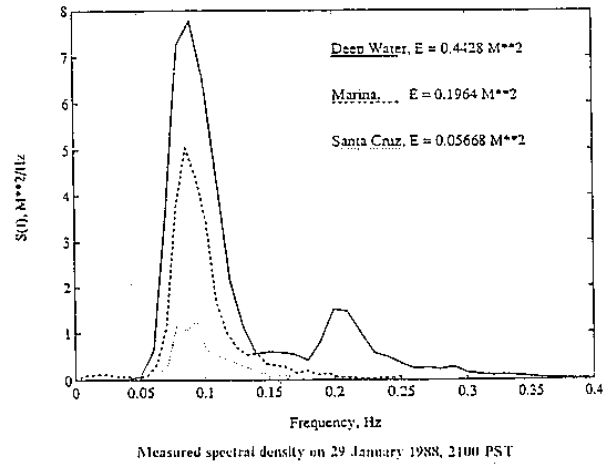
圖三



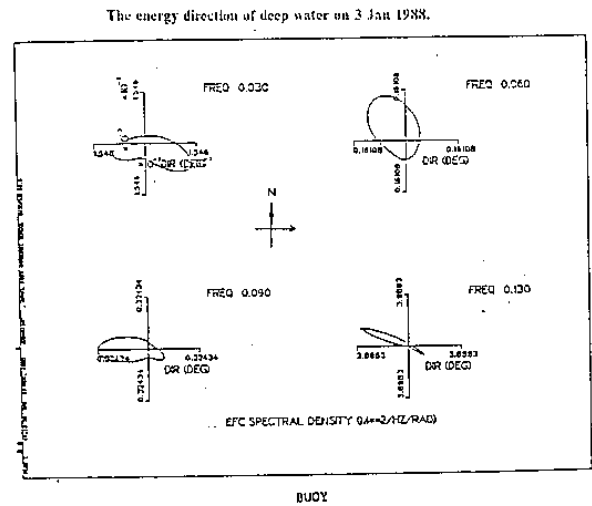
圖四



圖五

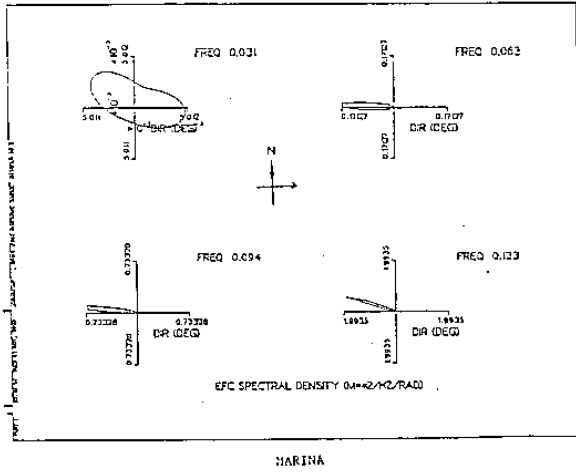


圖六



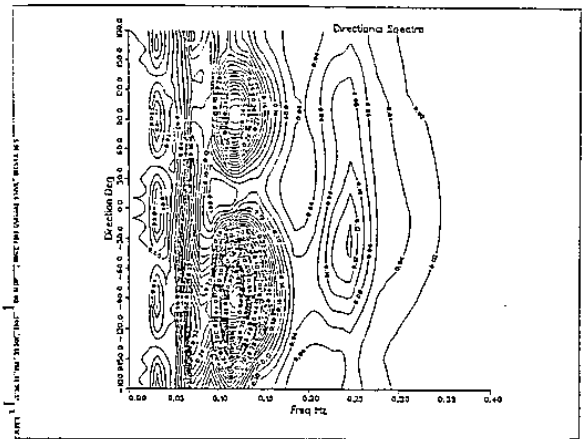
圖七

The energy direction of shallow water at Marina on 3 Jan 1988.



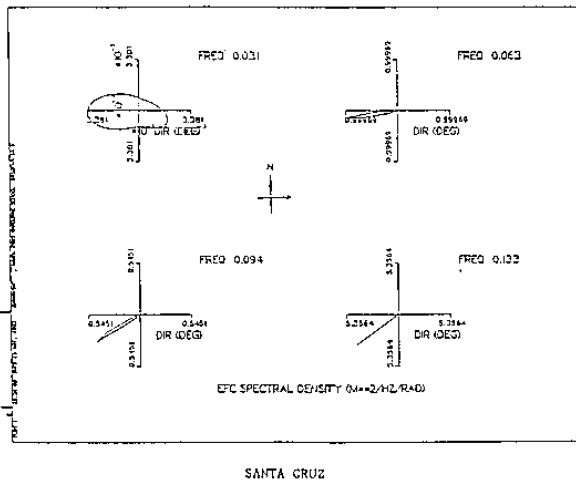
圖十

The LCS directional spectral density in contour plot: On 3 Jan 1988 at deep water Buoy.

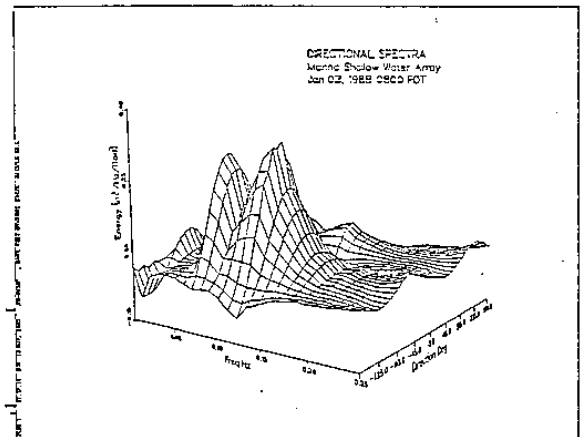


圖八

The energy direction of shallow water at Santa Cruz on 3 Jan 1988.

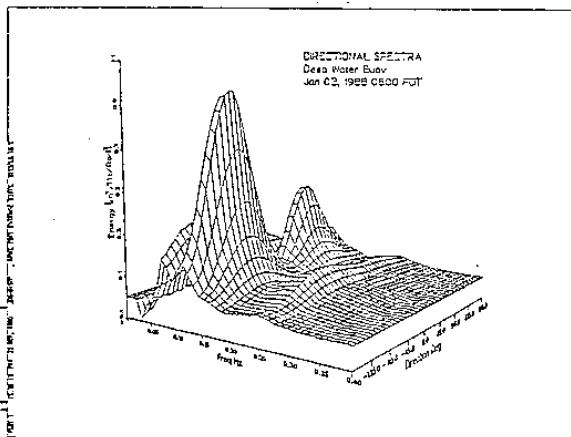


圖十一



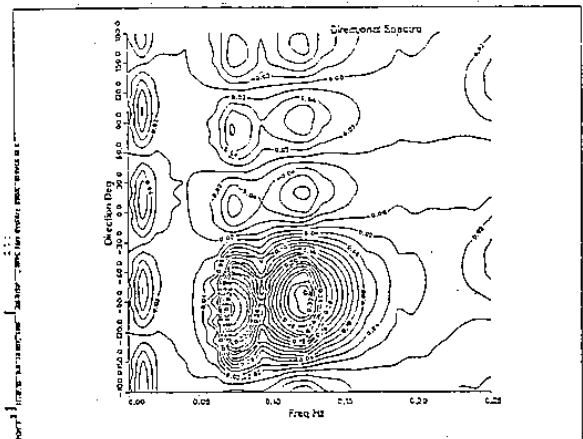
圖九

The LCS directional spectral density in 3-D plot: On 3 Jan 1988 at deep water Buoy.

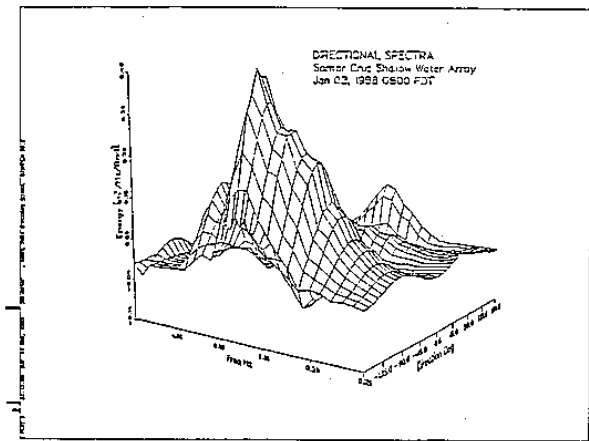


圖十二

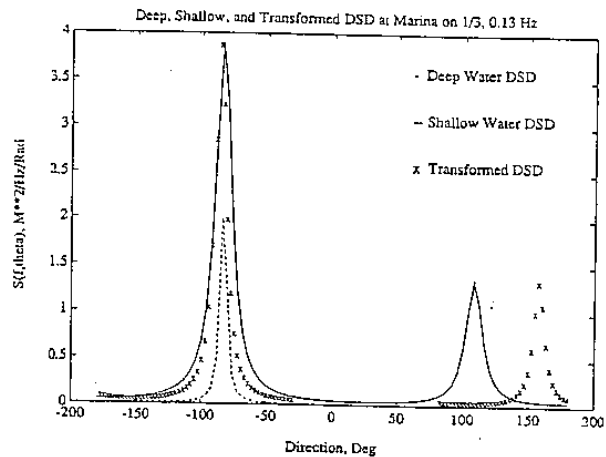
The LCS directional spectral density in contour plot: On 3 Jan 1988 at Marina.



圖十三

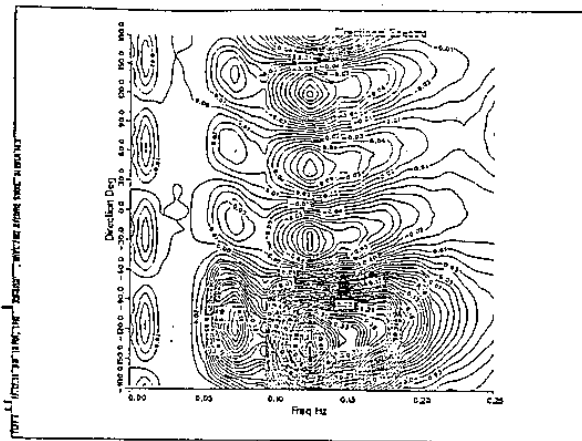


圖十六

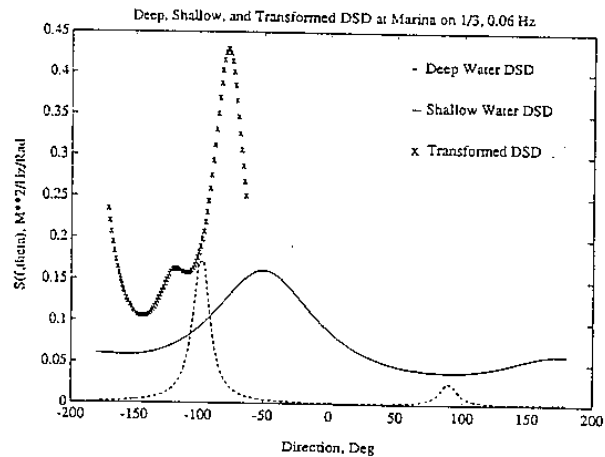


圖十四

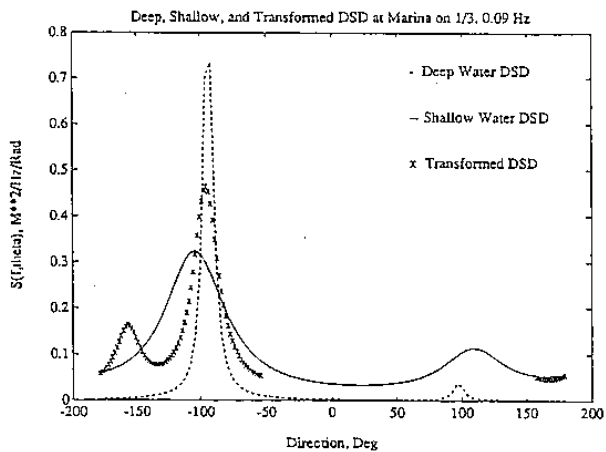
The LCS directional spectral density in contour plot: On 3 Jan 1988 at Santa Cruz.



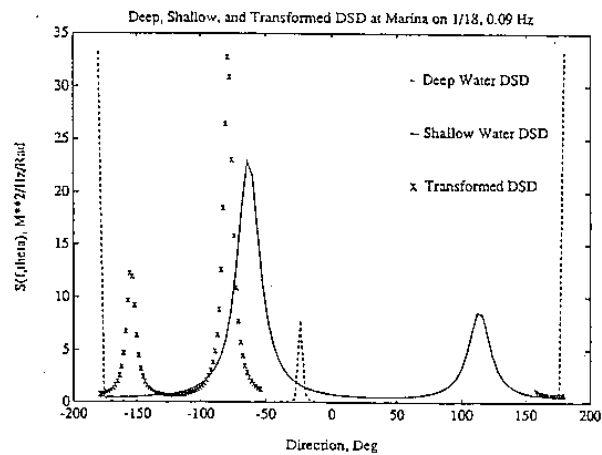
圖十七



圖十五



圖十八



Comparison of Measured and Transformed Directional Wave Spectra Using A
Linear Refraction Model

James Cheng Liu
Prof. Edward B. Thornton
Prof. Roger T. Williams

NAVAL POSTGRADUATE SCHOOL

ABSTRACT

Deep water directional wave spectra measured by an NDBC 3-meter buoy off Monterey bay, are transformed to shallow water using a linear refraction model. The transformed directional spectra are compared with measured spectra using pressure gauge arrays in shallow waters at Marina and Santa Cruz.

The classical Longuet-Higgins et al. (1963) method of computing directional wave spectra and a new exact Fourier coefficients representation method (Grazulis, 1989) are used to compute directional wave spectra. The new method of computing directional wave spectra, which represents bi-modal distributions of wave energy exactly matching the measured Fourier coefficients to second order, demonstrates improved directional resolution over the classical technique.

This work examines the accuracy and limitations of modeling linear refraction by comparing with field observations over complex bathymetry. In general, linear refraction can give reasonable energy and direction estimates starting with deep water spectra, but notable exceptions can occur. The largest prediction error occurred at Marina on 18 January 1988 for the case of a severe storm. This is presumably due to diffractive and non-linear effects of the high waves causing loss of accuracy. The linear refraction model is not suitable for handling such problems.