

# CWBGFS多層邊界層參數法之初步研究

汪鳳如 劉其聖

中央氣象局資訊中心 美國海軍研究院

## 摘 要

於第二代全球模式中，將採用一階半封閉的TKE- $\epsilon$ 方法對邊界層效應作參數化。此方法可解析邊界層內部結構，並且為最經濟的高階閉合方法。為加強對此方法特性的了解，於是進行測試，在基本的比較測試中發現，以TKE- $\epsilon$ 方法模擬出的邊界層較Holt Roman(1988)的結果弱。猜測是垂直解析度的影響，於是進行了有關於垂直解析度的敏感測試，結果顯示垂直解析度是影響邊界層發展的一個重要因素，解析度不足甚至無法模擬出邊界層結構。

另外在TKE- $\epsilon$ 方法中的擴散項是以顯式格式作積分，為維持數值穩定則積分間距不可太大，同時渦流傳遞係數也加設人為限制。在熱力穩定度的敏感測試中，雖然TKE- $\epsilon$ 方法對不同熱力環境大致能掌握，但在不穩定的熱力環境下，人為設限造成不正常抑制的問題突顯出來。

為了能配合未來全球波譜模式的長積分間距，同時解除渦流傳遞係數的人為設限，我們將原來的顯式積分格式，改成隱式積分格式。經過測試，目前backward scheme最能滿足需求。

## 一、前言

行星邊界層為控制大氣和地表相互作用的重要角色，邊界層中的擾動主宰了低層動量、熱量及水汽的分布，所以合理的行星邊界層參數化，在數值模式發展中日受重視。

一般大尺度模式中，邊界層的處理可分為二類，第一類是視邊界層為單獨一層，此方法是考慮了渦流的混合傳遞特性，假設邊界層為完全混合，所以只能得到邊界層的平均結構。目前中央氣象局的全球預報模式，便是採用此種“Bulk formula”，此方法雖較為簡單經濟，但是其完全混合的假設，對某些穩定區域並不適當，會造成低層不合理的結構。另外“Bulk formula”的預報變數一邊界層厚度及邊界層頂不連續差值(jump)，均沒

有實際觀測資料可提供為預報初始場，誤差會隨時間累積無法得到修正，影響預報品質。

第二類則為多層邊界層參數法，此方法考慮了渦流傳送對低層的影響，邊界層的內部結構因此可解析，但是平均場變數( $V, V, T, Q$ )的預報式子裏，也因而多了一個表示次網格渦流效應的協方差變數( $\overline{\omega'\psi'}$ )使得模式大氣的控制方程組不閉合(closure)，為了解決封閉問題，多層邊界層參數法又衍生出一階封閉(1st order closure)，一階半封閉(1½ order closure)，甚至二階，三階封閉等方法。在物理精確及經濟效益的考量下，於第二代全球模式中，我們決定採用一階半封閉的TKE- $\epsilon$ 方法，此方法基本上仍是採用一

階的  $k$  理論假設，但是  $k$  不再使用定值，而是以二個預報變數 TKE（渦流動能）和  $\epsilon$ （動能消散率）表示。Holt and Raman (1988) 即曾發表論文指出，TKE- $\epsilon$  方法是一階及一階半封閉方法中，模擬行星邊界層最好的選擇。

第二代全球模式目前仍處於發展階段，在發展過程中，任何一個新方法除了在理論上要有深入了解，另外尚須經過單獨的測試。以下報告的第二節，即先對 TKE- $\epsilon$  方法的基本式子作介紹，第三節則為基本發展測試及結果分析，第四節為敏感測試，最後將談及根據前面測試結果為全球預報模式須求所作之修改，並討論進一步測試方向。

## 二、模式介紹

目前有關 TKE- $\epsilon$  邊界層參數方法的測試，是以一個單獨的啟動程式，提供初始場及邊界條件，作有關邊界層效應的單點測試。大尺度的科氏效應及氣壓梯度力，也均在啟動程式中加入預報。

模式系統包括 UVQ $\theta$  的預報方程式，忽略水平平流項，並只考慮紊流垂直擴散交換：

$$\frac{\partial V}{\partial t} + f(U - U_g) = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} - f(V - V_g) = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \quad (1.4)$$

其中  $U$ ,  $V$ , 分別為東西方向及南北方向平均風速， $\theta$  為位溫， $Q$  為比濕。模式中的氣壓梯度力是以地轉風表示，同時紊流垂直傳送的通量也以  $k$ -理論假設作了簡化，以傳遞係數 ( $K$ ) 和平均場垂直下梯度表示，其中傳遞係數又區分為動量傳遞係數 ( $K_m$ ) 和熱量傳遞係數 ( $K_h$ )。

為使  $k$ -理論的應用更為合理 TKE- $\epsilon$  方法以紊流動能(TKE)及動能消散率 ( $\epsilon$ ) 的預報值來表示紊流傳遞係數 ( $k$ )，則紊流傳遞係數不僅是時間和空間的函數，同時更能掌握紊流的特性。經由 Prandtl-Kolmogorov 假設 (Monin and Yaglom, 1971)

$$K_m = C_1 l E^{1/2}$$

和 kolmogorov 提出的關係式 (Detering and Etling, 1985)

$$\epsilon = C_2 E^{3/2} / l$$

可得到動量紊流傳遞係數和  $E$ ,  $\epsilon$  的關係式：

$$K_m = C_2 E^2 / \epsilon \quad (2)$$

$$C_2 = 0.026$$

經由(2)式求得動量傳遞係數 ( $K_m$ ) 後，由 prandtl number  $\phi_m / \phi_h$  (Businger, 1973) 可得到  $K_h / K_m$ ，則其熱量傳遞係數 ( $K_h$ ) 也可得到。

而紊流動能 ( $E$ ) 預報式可經由運動方程式導出 (Monin and Yaglom, 1971)。E 被定義為  $\left( \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right)$ 。

$$\frac{\partial E}{\partial t} = K_m \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{g}{\theta} K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} + C \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial z} \right) - \epsilon \quad (3)$$

等號右邊第一項為風切產生項，第二項為浮力產生項，其貢獻為正或負是由熱力環境決定，第三項為紊流傳遞項，第四項為消耗項。動能消散率的預報式 (Wyngaard, 1975) 如下：

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = C_3 \frac{\epsilon}{E} \left[ -\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w\theta} \right] - C_4 \frac{\epsilon^2}{E} + C_5 \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \quad (4)$$

等號右邊三項分別表示， $\epsilon$  的產生項， $\epsilon$  的破壞項及  $\epsilon$  的傳遞項。而(4)式中的係數 (Detering and Etling, 1985) 分別為

$$C_3=1.38, C_4=1.9, C_5=0.77$$

邊界層效應的處理除了以上的混合層 (mixing layer) 部分，另外在靠近地表的地面層 (surface layer) 視為定通量層是以相似理論 (Monin and Obukhov, 1954) 處理，為模式大氣的最底層 (約44m)。

### 三、基本測試結果及分析

基本測試的方法是以 Teddy Holt (1988) 曾使用的 MONEX 79 資料作為初始場，積分 4 小時之後再和 Teddy Holt 的結果相比，以確定我們 TKE- $\epsilon$  方法的正確性。積分過程在混合層的擴散項是以 Duffort-frankle 格式，地面層則是以向前積分格式；E 及  $\epsilon$  的預報也是以向前積分格式，為保持數值方法的穩定性，積分間距僅能選取 2.5 分鐘，同時紊流傳遞係數並加設了上限。模式在垂直方向是採取  $\sigma$  座標 ( $\sigma = P / P_s$ )，分為 20 層，其中 700mb 以下有 8 層，900mb 以下有 5 層，詳細分布如表一。

積分結果顯示，4 小時後 400 公尺以下發展了混合均勻的邊界層。圖 1.1 為位溫在 1000 公尺以下的垂直結構，400 公尺以下位溫在垂直方向混合得相當均勻，呈現微弱不穩定結構。而 Teddy Holt 的結果 (圖 1.2) 則顯示了較旺盛的邊界層發展 (約 600 公尺)。在紊流場方面也可看到同樣的差異，圖 2.1 為紊流動能的各項收支，紊流動能的各項收支接近平衡，在 200 公尺以下主要正貢獻為風切，次為浮力；而主要的負責獻為消耗項 ( $\epsilon$ )，次為傳遞項。但在 200 公尺以上，浮力項的正貢獻逐

漸變小，傳遞項則由負轉為正，這些情況和 Teddy Holt 的結果類似 (圖 2.2)。但在 400 公尺以上的差異則明顯，我們在 400 公尺以上的各項收支都趨於 0，而 Teddy Holt 的結果顯示 400 公尺至 600 公尺依然有紊流活動，這和平均場的差異相吻合。

從以上的比較結果，可以確認我們的方法中各個變數場的表現是相互呼應的。即從定性來看，平均場和紊流場的變化是合理的，但從定量來看，邊界層的發展過於微弱。其中一個可能原因和垂直解析度有關，這在下一部分的敏感測試可得到證實，另外(4)式中各個常數值和 Teddy Holt (1988) 不盡相同，這也是引起差異的可能原因。

### 四、敏感測試

以下二部分的敏感測試，是為了進一步了解我們採用的 E -  $\epsilon$  參數方法，在不同數值條件及物理情況下的運作情形。

第一部分的測試重點為垂直解析度，希望藉此測試了解不同垂直解析度造成的模擬差異，並希望能得到有關於邊界層中垂直層數下限的概念。

這部分的測試選擇了四種垂直解析度，而垂直解析度的差異主要集中在 900mb 以下，參考表二。積分 4 小時的結果可看到明顯差異，圖 3.1 至 3.4 為垂直 20 層、19 層、18 層及 17 層的位溫垂直結構，從圖上可看到垂直 20 層反應出的邊界層厚度最厚，也最接近真實。垂直層數 19 層和 18 層所反應出的邊界層厚度則少了一百公尺左右，二組差異不大。垂直層數 17 層則完全無法反應出邊界層結構。所以低層解析度不夠時，將無法充分模擬出邊界層特性，甚至完全不能表現其混合結構。

第二部分的測試重點則在初始熱力場，希望此部分的測試能確定，TKE- $\epsilon$  參數方法是否在各種

熱力環境下都能正常運作。

這部分的測試是調整原來的初始場改變 900mb 以下的溫度場，製造三組不同熱力穩定度的環境。積分結果顯示，邊界層發展的高度與初始場熱力穩定度有正相關，圖 4.1 至 4.3 分別為穩定、中性及不穩定初始熱力場的 4 小時積分結果，其低層混合的厚度依次為 400m, 550m 及 650m。至於直接影響紊流混合強度的紊流傳遞係數分布，則在測試中表現出一令人隱憂的地方。從圖 5.2 及 5.3 可看到，偏向不穩定的初始熱力環境提供了較旺盛的紊流活動，使紊流傳遞係數隨之成長；但為了維持數值穩定所設的人為設限，限制了此種自然的成長，使得渦流傳遞係數的分布完全由人為設限所決定。而圖 5.1 為穩定初始大氣的積分結果，其紊流傳遞係數的分布則表現較正常結構，平滑曲線在邊界層 1/2 厚度的地方有最大值。

這部分測試提供二方面訊息，一是基本上 TKE -  $\epsilon$  參數方法對不同熱力環境大致都能作合理反應，但另一方面值得擔心的則是有關紊流傳遞係數設限的問題，當環境漸趨不穩定時，設限造成的抑制將會更趨嚴重。

## 五、改進測試與討論

根據前面敏感測試結果，我們曾嘗試將紊流傳遞係數設限放寬，但放寬的同時，積分間距必須縮小的程度相當可觀（設限放寬 5，間距必須縮小為原來的 1/5），這對於全球模式而言，是不合適的須求。所以在評估之後，我們決定將原來擴散項的顯式積分格式改成隱式積分格式。

隱式格式和顯式格式最大的差異在於，隱式格式必須用到未來時間的資訊，如下：

$$\phi^{n+1} = f(\phi^n, \phi^{n+1}) \quad (5)$$

隱式格式將不會有線性不穩定的問題，所以修改後應可容許較大的積分間距，且不用加設紊流傳遞係數的人為設限。但積分間距加大後還必須考慮準確度的問題，pielke (1984) 曾做過分析，當(5)式中等號右邊的  $\phi^{n+1}$  權重為 1 ( $\phi^n$  權重為 0) 時，則格式為向後積分格式 (backward scheme)，準確度只有一階 (1st order)；當  $\phi^{n+1}$  與  $\phi^n$  的權重佔 0.5 時，稱為 Crank-Nicholson 格式，準確度為二階 (2nd order)，只是在擴散方程中  $k \Delta t / (\Delta z)^2$  大於 1/2 時，Crank-Nicholson 格式會使  $2 \Delta z$  的波產生正負振盪，積分間距會有所限制。除此之外，整個邊界層效應的處理過程中，平均場與紊流動能 (E) 及動能消散率 ( $\epsilon$ ) 之間的相互回饋，形成非常複雜的非線性關係，所以究竟使用何種隱式格式，及選取多大的積分間距，都必須藉助實際的測試結果來決定。

我們選取了 3 種隱式格式作測試，它們對  $\phi^{n+1}$  的權重分別為 1, 0.75 及 0.5。每一種格式都分別以 150s, 450s, 600s 及 900s 不同的積分間距作了二種大氣環境的測試，一為敏感測試中的輕微穩定環境，另一為敏感測試中的不穩定環境。

測試結果發現，當  $\phi^{n+1}$  的權重為 1 時 (backward scheme) 其表現最良好。對於輕微穩定的初始大氣，它可容許的積分間距達 600s，當積分間距增為 900s 時，則整個紊流場迅速減弱，造成平均場的邊界層發展也較低，圖 (6, 1, 6, 2) 為積分間距 600s 積分 4 小時的位溫及紊流動能收支。積分間距 900s 的積分結果則在圖(7)。對於不穩定的初始大氣，backward scheme 可容忍的積分間距甚至達 900s，但是在這邊界層紊流活動較為活躍的情況下，我們可清楚看到結果對積分間距的敏感性，圖 8 為各個積分間距的積分 4 小時後熱通量垂直分布，在圖中可以清楚看到其值隨積分間

距增加而減小的現象。

當  $\phi^{n+1}$  的權重為 0.5 (crank-nicholson scheme) 時，其表現出乎意料的差。對於輕微穩定的初始大氣，積分間距為 150s 時其通量就出現微弱振盪圖 9.1，積分間距增加至 450 秒之後(圖 9.2)，所有的紊流活動都迅速減弱。至於不穩定的初始大氣，則在 600s 之前的積分間距都維持了紊流活動，但是通量場有明顯的垂直振盪，而不是線性遞減分布(圖 9.3)。積分間距增至 900s 時，紊流活動迅速減弱。

至於  $\phi^{n+1}$  的權重為 0.75 時，情況和 crank-nicholson scheme 相似，但較為緩和。

從以上測試結果可知道，雖然隱式格式沒有線性不穩定的問題，但是當積分間距過大時，crank-nicholson scheme 首先就反應出其振盪的缺點，且其安全間距甚小。當積分間距更大時，對於任一 scheme 過大的不準確度使非線性系統交互的平衡作用無法發揮，造成強烈的遞減，使得紊流活動停止。而且此現象的安全積分間距是隨大氣環境而改變的，愈不穩定其容許間距似乎就愈大。

最後，我們以圖 10 為修改後的初步研究測試作個總結，圖 10 為在不穩定初始情況對三種隱式格式，在不同積分間距積分一小時後，作的低層(6 層)紊流傳遞係數 RMS ERROR 計算，計算中的參考平均值是以很小的積分間距(15 s)及 crank-nicholson scheme 計算結果為標準。從圖上可看到，除了在積分間距很小時向後積分格式誤差最大，隨間距增大，向後積分格式反而變得誤差最小。所以向後積分格式基本上是比较符合須求的選擇。

至於合理的積分間距應該定為多少，經過初步測試尚不能決定，理由之一可從圖 10 看到誤差在 300 至 600 秒之間有一個很大的跳躍，雖然經過二種穩定度環境的測試，600s 是可容許的積分間距，但

是此間距是和環境相關的，所以當環境改變時，在同樣的誤差要求下，容許的間距可能就有很大的改變。另外我們目前積分的時間只有 4 個小時，當積分時間加長，格式所產生的誤差是否會因而造成重大影響也是目前未考慮的，尤其是和其他物理過程連結，並加入大尺度動力環境後的表現，都是個未知數，這些都有待我們下一步的研究。

## 參考文獻

- Businger, J.A., J.C. Wyngaard, Y. Izumi, and E. F. Bradley, Fluxprofile relationship in the atmospheric surface layer, *J. Atmos.* 181-189, 1971.
- Businger, J.A., 1973: Turbulent transfer in the atmospheric surface layer. Workshop in Micrometeorology. D. A. Hagen, Ed. Amer. Meteor. Soc., 67-98.
- Detering, H. W., and D. Etling, Application of the E-6 turbulence model to the atmospheric boundary layer, *Boundary Layer Meteorol.*, 33 113-133, 1985.
- Holt, T., and S. Raman, 1988: A review and comparative evaluation of multilevel boundary layer parameterization for first-order and turbulent kinetic energy closure schemes, *Rev. Geophys.*, 26, 761-780.
- Monin, A.S. and Obukhov, 1954: Basic laws of turbulent mixing in the ground layer of the atmosphere. *Trans. Geophys. Inst. Akad. Nauk Ussr* 151, 163-187.
- Monin, A.S., and A.M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics*, vol. 1, MIT Press, Cambridge., 1971.
- Pielke, R.A., *Meteorological Modeling*, 612 pp., Academic, New York, 1984.
- Wyngaard, J.C., Modeling the planetary boundary layer-Extension to the stable case, *Boundary Layer Meteorol.*, 9, 441-460, 1975.

level	sigma	hight(m)	pressure(mb)
1	0.01	30748.4	10.08
2	0.04	22020.0	40.32
3	0.075	18341.1	75.60
4	0.155	14043.6	156.24
5	0.20	12409.2	201.60
6	0.24	11192.3	241.92
7	0.285	10000.0	287.28
8	0.3475	8558.9	350.28
9	0.4225	7086.8	425.88
10	0.51	5621.1	514.08
11	0.61	4186.2	614.88
12	0.6975	3084.1	703.08
13	0.7725	2228.3	778.68
14	0.835	1566.7	841.68
15	0.88	1114.8	887.04
16	0.915	776.5	922.32
17	0.945	495.8	952.56
18	0.97	267.7	977.76
19	0.985	133.1	992.88
20	0.995	44.2	1002.96

\* sea-level pressure (ps) is 1008 mb  
 \* sigma= p/ps

表一：模式垂直分層

experiment	1	2	3	4
1000 m				
	0.915			
		0.92		
			0.93	
	0.945			0.95
		0.95		
			0.965	
	0.97			
		0.975		
	0.985			
	0.995	0.995	0.995	0.995
surface				

表二：垂直解析度敏感測試中，四種  
1000m以下之垂直分層

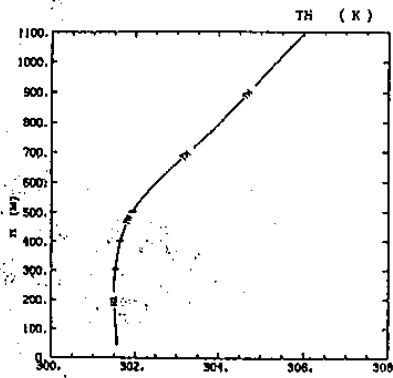


圖 1.1：GFS 版本的 TKE- $\epsilon$  模式積分 4 小時位溫結構

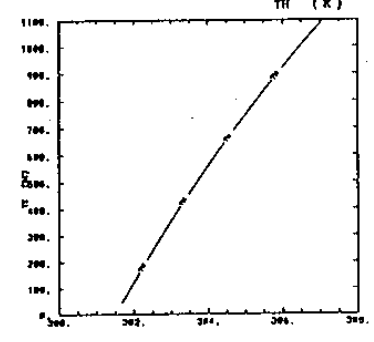
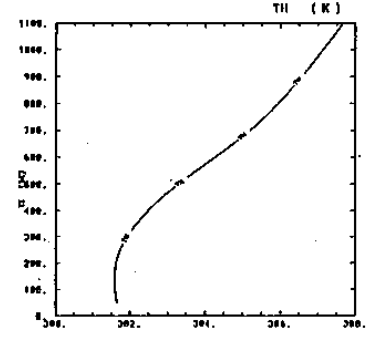
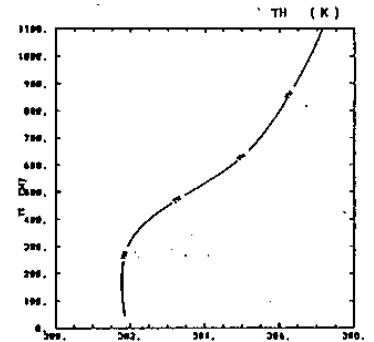
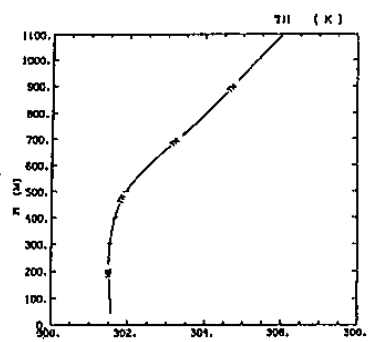


圖 3：圖 3.1-3.4 為垂直  
(1) 20 層 (2) 19 層 (3) 18 層及  
(4) 17 層的積分 4 小時  
位溫結構

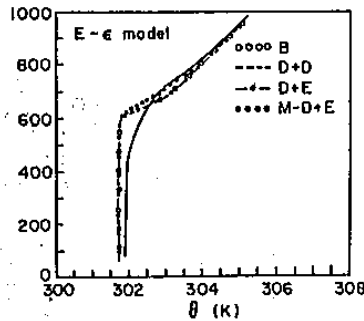


圖 1.2：Teddy Holt 對不同  
版本 TKE- $\epsilon$  模式 所作 4 小時  
結果，實線為觀測值。(引自  
Holt & Raman, 1988)

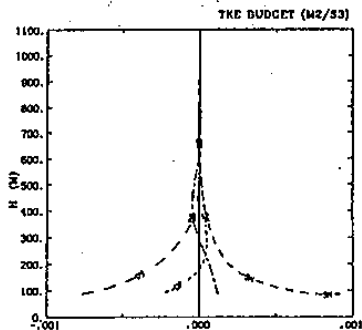


圖 2.1：同圖 1.1，但為紊流  
動能之各項收支

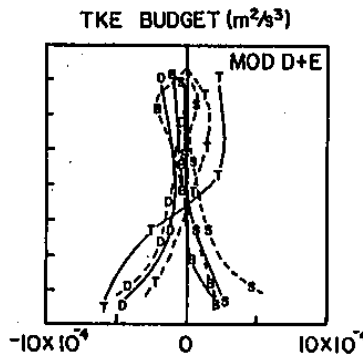


圖 2.2：同圖 1.2，但為紊流  
動能之各項收支

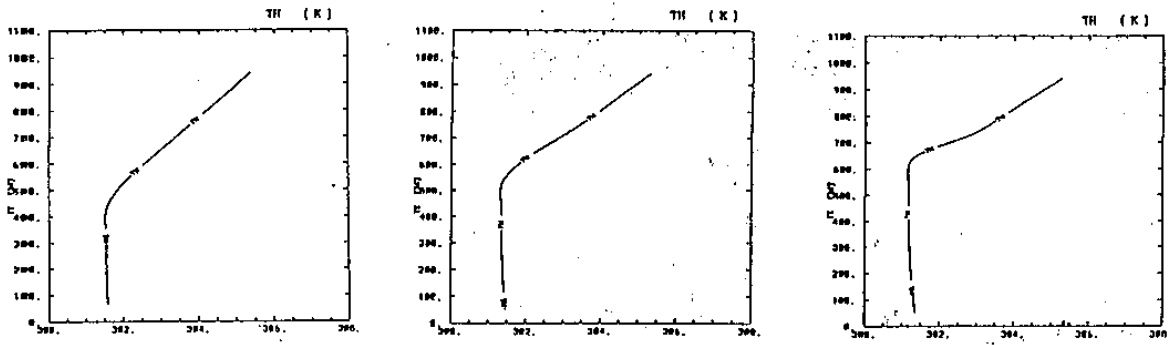


圖 4：圖 4.1-4.3 為(1)穩定(2)中性及(3)不穩定初始 熱力場的積分 4 小時位溫結構

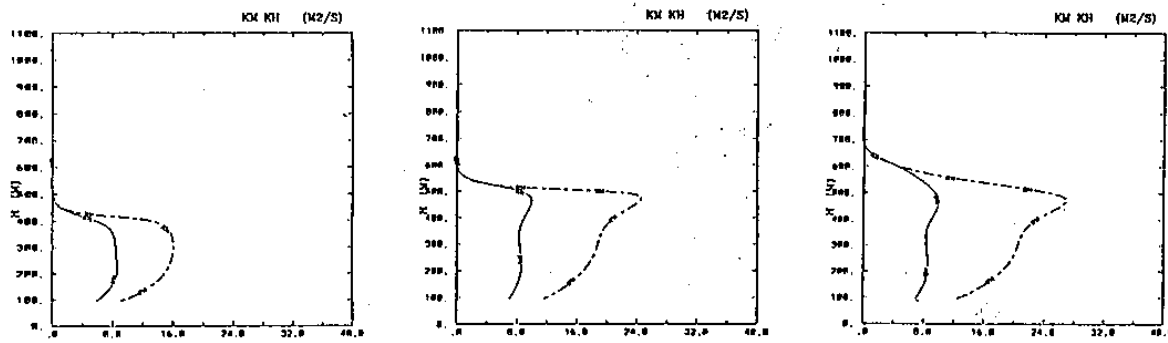


圖 5：同圖 4，但為紊流傳遞係數。

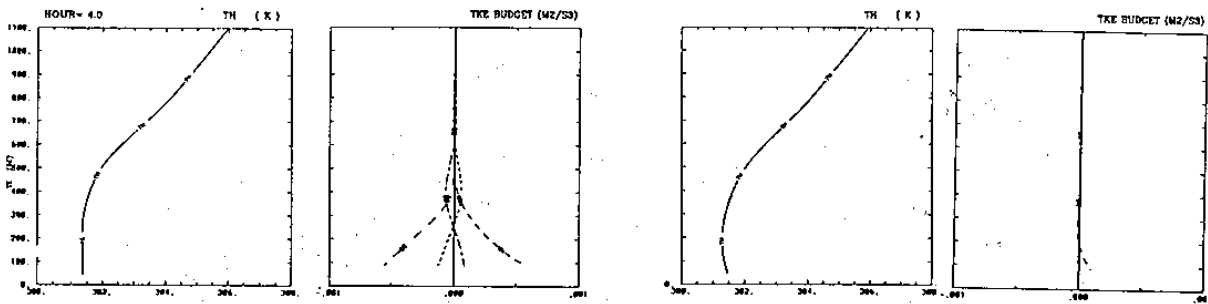


圖 6.1：以 backward scheme 對穩定大氣以 600 秒間距積分 4 小時的位溫結構  
圖 6.2 為紊流動能各項收支

圖 7.1：同圖 6.1, 但為 900 秒積分間距  
圖 7.2：同圖 6.2, 但為 900 秒積分間距。

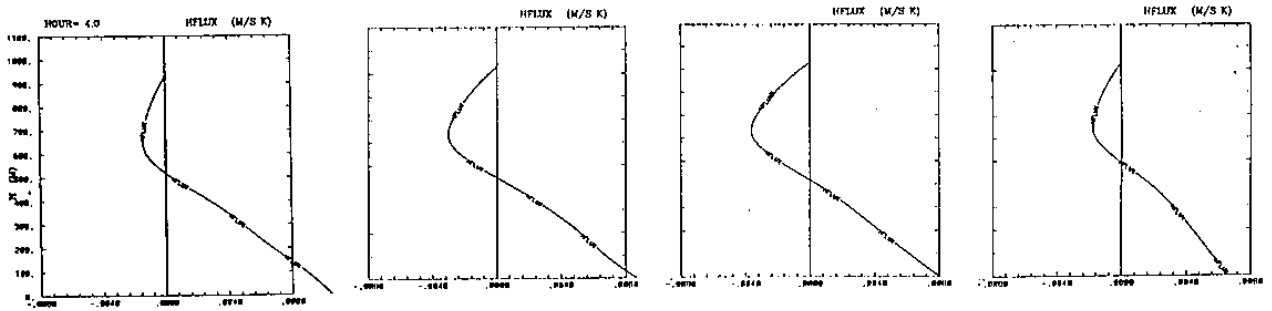


圖 8：圖 8.1-8.4 為以 backward scheme 對不穩定大氣分別以(1) 150秒(2) 450秒(3) 600 秒(4) 900 秒積分 4 小時的熱通量結構。

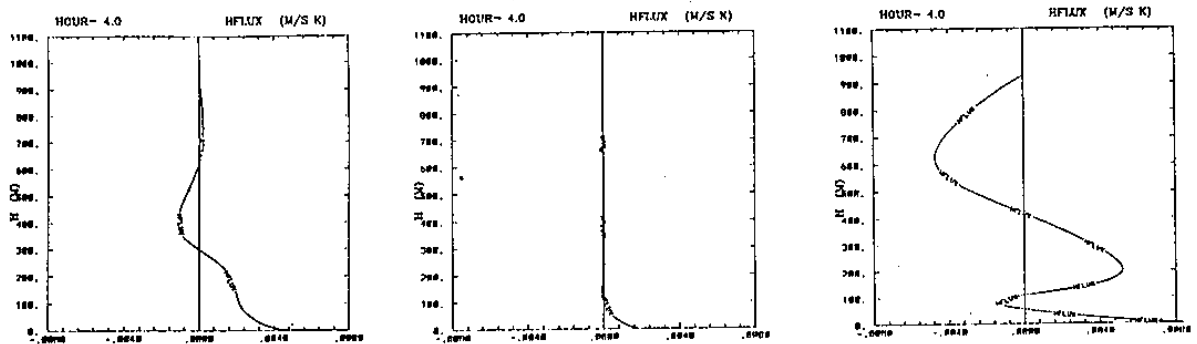


圖 9.1：以 crank-nicholson scheme 對穩定大氣以 150 秒間距積分 4 小時的熱通量結構  
圖 9.2 為 450 秒積分間距 圖 9.3：同圖 9.1，但為不穩定大氣且以 600 秒間距積分

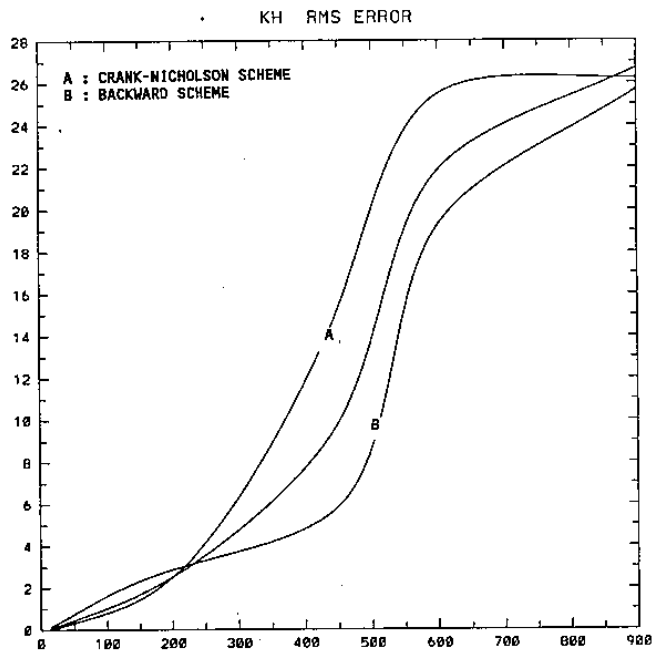


圖 10：三種積分格式對不同積分間距（橫座標）積分一小時的熱量紊流傳遞係數之 RMS ERROR（縱座標）



# A Preliminary study on Multilevel Boundary Layer Parameterization method for 2nd Global Forecast System in CWB

Feng-Ju Wang

Chi-Sann Liou

CWB

MASL

## ABSTRACT

In the 2nd generation GFS, the effect of PBL will be parameterized in a multilevel PBL formulation called TKE- $\epsilon$  method which can resolve the boundary layer structure explicitly and is the most economic high order closure scheme.

In order to realize features of the TKE- $\epsilon$  method, the method is under test. In preliminary test, model simulations compared to HOLT's (1988) results indicate that the development of PBL is weak. One of the possible reason is lack of vertical resolution. The 1st sensitive test indicates that the PBL structure is sensitive to vertical resolution and fails to construct a mixed PBL in a very low vertical resolution. The 2nd sensitive test show that the TKE- $\epsilon$  method can respond to various atmosphere stability. But the artificial upper limits on turbulence transport coefficient reduce turbulence mixing in unstable situation.

In order to release the limits on turbulence transport coefficient and increase integral time step, we replace an implicit integral scheme for explicit scheme. The improvement test show that the backward scheme is proper for the occasion.

